This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

A propos de ce livre

Ceci est une copie numérique d'un ouvrage conservé depuis des générations dans les rayonnages d'une bibliothèque avant d'être numérisé avec précaution par Google dans le cadre d'un projet visant à permettre aux internautes de découvrir l'ensemble du patrimoine littéraire mondial en ligne.

Ce livre étant relativement ancien, il n'est plus protégé par la loi sur les droits d'auteur et appartient à présent au domaine public. L'expression "appartenir au domaine public" signifie que le livre en question n'a jamais été soumis aux droits d'auteur ou que ses droits légaux sont arrivés à expiration. Les conditions requises pour qu'un livre tombe dans le domaine public peuvent varier d'un pays à l'autre. Les livres libres de droit sont autant de liens avec le passé. Ils sont les témoins de la richesse de notre histoire, de notre patrimoine culturel et de la connaissance humaine et sont trop souvent difficilement accessibles au public.

Les notes de bas de page et autres annotations en marge du texte présentes dans le volume original sont reprises dans ce fichier, comme un souvenir du long chemin parcouru par l'ouvrage depuis la maison d'édition en passant par la bibliothèque pour finalement se retrouver entre vos mains.

Consignes d'utilisation

Google est fier de travailler en partenariat avec des bibliothèques à la numérisation des ouvrages appartenant au domaine public et de les rendre ainsi accessibles à tous. Ces livres sont en effet la propriété de tous et de toutes et nous sommes tout simplement les gardiens de ce patrimoine. Il s'agit toutefois d'un projet coûteux. Par conséquent et en vue de poursuivre la diffusion de ces ressources inépuisables, nous avons pris les dispositions nécessaires afin de prévenir les éventuels abus auxquels pourraient se livrer des sites marchands tiers, notamment en instaurant des contraintes techniques relatives aux requêtes automatisées.

Nous vous demandons également de:

+ *Ne pas utiliser les fichiers à des fins commerciales* Nous avons conçu le programme Google Recherche de Livres à l'usage des particuliers. Nous vous demandons donc d'utiliser uniquement ces fichiers à des fins personnelles. Ils ne sauraient en effet être employés dans un quelconque but commercial.

+ *Ne pas procéder à des requêtes automatisées* N'envoyez aucune requête automatisée quelle qu'elle soit au système Google. Si vous effectuez des recherches concernant les logiciels de traduction, la reconnaissance optique de caractères ou tout autre domaine nécessitant de disposer d'importantes quantités de texte, n'hésitez pas à nous contacter. Nous encourageons pour la réalisation de ce type de travaux l'utilisation des ouvrages et documents appartenant au domaine public et serions heureux de vous être utile.

+ *Ne pas supprimer l'attribution* Le filigrane Google contenu dans chaque fichier est indispensable pour informer les internautes de notre projet et leur permettre d'accéder à davantage de documents par l'intermédiaire du Programme Google Recherche de Livres. Ne le supprimez en aucun cas.

+ *Rester dans la légalité* Quelle que soit l'utilisation que vous comptez faire des fichiers, n'oubliez pas qu'il est de votre responsabilité de veiller à respecter la loi. Si un ouvrage appartient au domaine public américain, n'en déduisez pas pour autant qu'il en va de même dans les autres pays. La durée légale des droits d'auteur d'un livre varie d'un pays à l'autre. Nous ne sommes donc pas en mesure de répertorier les ouvrages dont l'utilisation est autorisée et ceux dont elle ne l'est pas. Ne croyez pas que le simple fait d'afficher un livre sur Google Recherche de Livres signifie que celui-ci peut être utilisé de quelque façon que ce soit dans le monde entier. La condamnation à laquelle vous vous exposeriez en cas de violation des droits d'auteur peut être sévère.

À propos du service Google Recherche de Livres

En favorisant la recherche et l'accès à un nombre croissant de livres disponibles dans de nombreuses langues, dont le français, Google souhaite contribuer à promouvoir la diversité culturelle grâce à Google Recherche de Livres. En effet, le Programme Google Recherche de Livres permet aux internautes de découvrir le patrimoine littéraire mondial, tout en aidant les auteurs et les éditeurs à élargir leur public. Vous pouvez effectuer des recherches en ligne dans le texte intégral de cet ouvrage à l'adresse `http://books.google.com`

NYPL RESEARCH LIBRARIES
3 3433 06911274 0

TRAITÉ

D'ASTRONOMIE STELLAIRE.

PARIS. — IMPRIMERIE GAUTHIER-VILLARS,
26207 Quai des Grands-Augustins, 55.

TRAITÉ
D'ASTRONOMIE STELLAIRE,

PAR

CH. ANDRÉ,

DIRECTEUR DE L'OBSERVATOIRE DE LYON,
PROFESSEUR D'ASTRONOMIE A L'UNIVERSITÉ DE LYON.

DEUXIÈME PARTIE.

ÉTOILES DOUBLES ET MULTIPLES.
AMAS STELLAIRES.

PARIS,
GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE
DU BUREAU DES LONGITUDES, DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE,
Quai des Grands-Augustins, 55.

1900

NEW YORK
PUBLIC LIBRARY
201412
ASTOR, LENOX AND
TILDEN FOUNDATIONS.
R 1909 L

PRÉFACE.

Dans ce Volume, je m'occupe exclusivement des systèmes stellaires doubles et multiples.

Après avoir analysé les méthodes à l'aide desquelles on déduit aujourd'hui les orbites réelles des étoiles doubles de leurs orbites apparentes telles que les donnent les mesures micrométriques, montré comment ces données sont complétées par la détermination spectroscopique de la vitesse radiale orbitale, et indiqué l'ensemble des renseignements qui en résultent pour nous sur les distances, les dimensions et les masses de ces systèmes binaires, j'aborde l'étude des étoiles dont, avant toute constatation directe, la duplicité a été démontrée par les irrégularités de leurs mouvements, absolus ou relatifs, étude qui a donné naissance à l'Astronomie de l'invisible et qui constitue l'un des plus beaux titres de gloire de l'illustre Bessel : viennent ensuite l'histoire et la théorie des étoiles doubles, soit spectroscopiques, soit photométriques; l'étude des amas stellaires, la description des systèmes colorés, et enfin la détermination du centre dynamique de notre amas stellaire ou Soleil central de Mädler.

Quoique le grand nom d'Herschel, sous l'autorité duquel s'abrite la conclusion de ce Volume, en domine encore l'ensemble, il ne le remplit pas comme le premier; dans la seconde moitié de ce siècle, en effet, des méthodes nouvelles d'observation ont révélé l'existence d'un grand nombre de systèmes jusqu'alors à peine soupçonnés, et l'initiative de Vogel et de Pickering a créé

une Astronomie nouvelle des étoiles doubles qui a singulièrement élargi le tableau que l'astronome de Slough nous avait laissé du monde stellaire.

Un autre fait saillant est l'introduction systématique, faite par Tisserand, des méthodes de la *Mécanique céleste* dans l'étude de ces nouvelles classes de systèmes binaires. Malheureusement, la mort nous a enlevé cet homme d'élite au moment où son action à cet égard n'était encore qu'à son début; néanmoins, les résultats obtenus par lui ont déjà, à eux seuls, une grande importance et ils semblent devoir être pour l'Astronomie française un encouragement considérable à reprendre la même voie qui la conduira certainement à d'importantes découvertes.

En terminant, je prie M. Lagrula d'agréer tous mes remerciments pour le soin avec lequel il a bien voulu revoir les épreuves et les calculs de la plus grande partie de ce Volume.

CH. ANDRÉ.

Observatoire de Lyon, le 30 mars 1900.

TABLE DES MATIÈRES

DE LA DEUXIÈME PARTIE.

Pages

PRÉFACE V

Table des matières VII

Errata des deux premières Parties XX

Liste des constellations XXIII

CHAPITRE XII.

SYSTÈMES BINAIRES.

I. HISTORIQUE.

N°

244. Étoiles doubles anciennes 1

245. W. Herschel 2

II. — CLASSIFICATION ET OBSERVATION.

246. Classification de W. Herschel 4

247. Classification de W. Struve 6

248. Systèmes binaires. Groupes optiques 7

249. Équation personnelle. W. et O. Struve, Dunér et Bigourdan 8

250. Observations concomitantes 9

251. Distinction des systèmes binaires et des groupes optiques 9

III. — UTILISATION DES DONNÉES DE L'OBSERVATION.

252. Discussion des données de l'observation. J. Herschel 10

253. Angles de position 11

254. Distances 13

255. Savary. Encke 15

IV. — ORBITE APPARENTE.

256. Procédé graphique 17

257. Procédé analytique. Formule générale. Procédé de Glasenapp 17

V. — ORBITE RÉELLE.

258. Définitions 19

259. Méthode de J. Herschel. Éléments géométriques 20

N° Pages
260. Éléments dynamiques 25
261. Application. γ Vierge 26
262. Méthode de Kowalsky. Éléments géométriques 26
263. Éléments dynamiques 31
264. Application. γ Vierge 31
265. Méthode de Zwiers. Éléments géométriques : *a*. Forme graphique. — *b*. Forme analytique 32
266. Récapitulation des formules 37

VI. — Graphiques auxiliaires.

267. Résolution graphique de l'équation de Képler 37
268. Méthode graphique de tracé de l'ellipse apparente 40

VII. — Valeurs des éléments.

269. Tableau des étoiles doubles dont les orbites sont connues 44

CHAPITRE XIII.

NOMBRE, DIMENSIONS, MASSES ET DISTANCES DES SYSTÈMES BINAIRES.

I. Nombre probable des systèmes binaires.

270. W. Struve, J. Herschel et O. Struve 49
271. Confirmation ultérieure. Schmidt, Burnham, See 50
272. Retour sur les groupes optiques 51

II. Éclats relatifs des composantes.

273. Classification par éclats et distances 52
274. Systèmes à grandes différences d'éclats 56
275. Couples serrés 57
276. Comparaison des deux Catalogues de Burnham 58
277. Comparaison des Catalogues de Russell et de Burnham 60
278. Comparaison des principaux Catalogues 62

III. Masses.

279. Généralité de la loi de Newton 63
280. Comparaison des systèmes binaires au système solaire 63
281. Rapport des masses des deux composantes 66

IV. Distances.

282. Parallaxes théoriques 67

V. Intervention de la vitesse radiale.

283. Historique et principes de la méthode d'observation. Niven, Pickering, See 69

N°s Pages
284. Expression théorique de la vitesse radiale orbitale. Méthode analytique. Méthode géométrique.... 70
285. Méthode de calcul.... 72
286. Choix des époques favorables.... 73
287. Résultats acquis. Belopolsky.... 74
288. Résultats théoriques.... 78
289. Discussion.... 79

VI. — DIMENSIONS.

290. Valeur linéaire d'un diamètre stellaire.... 81
291. Diamètres équivalents en densité.... 82
292. Diamètres équivalents en lumière.... 85
293. Comparaison de ces deux diamètres.... 86

VII. — DENSITÉS.

294. Valeur absolue d'une densité stellaire.... 87
295. Densités équivalentes en lumière des composantes. Densités moyennes équivalentes.... 88

VIII. — CONCLUSIONS.

296. Conclusions.... 90

CHAPITRE XIV.

HISTOIRE ET DESCRIPTION DE QUELQUES SYSTÈMES BINAIRES.

I. — DESCRIPTION DE VINGT-SEPT SYSTÈMES BINAIRES.

297. Système binaire Σ3062.... 92
298. τ_1 Cassiopée.... 93
299. γ Andromède.... 94
300. Sirius (α Grand Chien).... 94
301. Castor (α Gémeaux).... 96
302. ζ Écrevisse (A.B).... 97
303. ω Lion.... 100
304. ξ Grande Ourse.... 100
305. γ Centaure.... 101
306. γ Vierge.... 101
307. 42 Chevelure de Bérénice.... 102
308. Mizar (ζ Grande Ourse).... 103
309. α Centaure.... 103
310. ξ Bouvier.... 105
311. τ_1 Couronne boréale.... 105
312. μ^2 Bouvier.... 105
313. γ Couronne boréale.... 106
314. ξ Scorpion.... 106

N° Pages
315. σ Couronne boréale 108
316. ζ Hercule 109
317. Système β416 109
318. μ^1 et μ^2 Hercule 109
319. *p* Ophiuchus 110
320. β Dauphin 110
321. δ Petit Cheval 110
322-323. 61e du Cygne 110
324. *k* Pégase 113

II. - CONSIDÉRATIONS GÉNÉRALES.

325. Grandeur de l'excentricité 113
326. Égalité des masses 113
327. Comparaison au système solaire 114

CHAPITRE XV.

ASTRONOMIE DE L'INVISIBLE.

I. - HISTORIQUE.

328. Notions préliminaires 115
329. Bessel 116

II. — VARIABILITÉ DES MOUVEMENTS PROPRES DE SIRIUS ET PROCYON.

330. Ascensions droites de Sirius 116
331. Déclinaisons de Procyon 117
332. Conclusion 118

III. — COMPAGNONS INVISIBLES.

333. Équations générales 118
334. Conditions qui en résultent 121
335. Discussion de ces différentes conditions 122
336. Objection de W. Struve. Confirmation par C.-F. Peters 123
337. Calcul de l'orbite. C. Peters 125
338. Emploi des déclinaisons. A. Auwers 131
339. Vérification expérimentale. Découverte optique du compagnon de Sirius. A. Clark 132
340. Orbite apparente de Sirius autour de son compagnon. Masses des composantes 132

IV. - SYSTÈME DE PROCYON.

341. Objections de W. Struve. Confirmation par Mädler 134
342. Démonstration complète d'Auwers. Détermination de l'orbite. O. Struve et L. Struve 135

N°. Pages
343. Vérification expérimentale. Découverte optique du compagnon de Procyon. Schaeberle 136
344. Conclusion 138

V. - Composante C de ζ Écrevisse.

345. Irrégularité du mouvement de l'étoile C 139
346. Cause de ces anomalies 142
347. Calcul de l'orbite 143

VI. — Système de *p* Ophiuchus.

348. Orbites de Schur et de Doolittle 145
349. Irrégularités périodiques signalées par See 147
350. Cause physique de ces irrégularités 148
351. Objections de Moulton. Stabilité du système 149
352. Systèmes doubles analogues 150

VII. — Conclusions.

353. Méthodes nouvelles de détermination. Généralité des systèmes binaires. 151

CHAPITRE XVI.

ÉTOILES DOUBLES SPECTROSCOPIQUES.

I. Généralités.

354. Historique. Pickering 153
355. Principes généraux. Vitesses radiales orbitales 153
356. Vogel. Deslandres. Bailey. Campbell 155

II. — Détermination de l'orbite.

357. La méthode spectroscopique peut fournir l'orbite. Rambaut. Wilsing. Lehmann-Filhès 156
358. Remarques et conventions 157
359. Étude de la vitesse radiale orbitale 158
360. Détermination des éléments. Durée de la révolution 160
361. Excentricité et nœud 161
362-363. Périastre 162
364. Deuxième solution graphique de l'équation de Képler. Radau 163
365. Grand axe 164
366. Construction de la courbe des vitesses 166
367. Exemple numérique. β Cocher 168
368. Construction de la courbe dans le cas d'un spectre unique 169
369. Seconde expression de l'excentricité 170
370. Cas particulier où A = B 171
371. Exemples numériques. α Vierge. η Aigle 172

III. — DÉTERMINATIONS COMPLÉMENTAIRES.

N°s Pages
372. Masses. β Cocher. α Vierge 173
373. Grandeurs des vitesses. Altaïr et l'hypothèse d'un système multiple... 174
374. Supériorité du spectroscope comme appareil séparateur 175

CHAPITRE XVII.

ÉTOILES DOUBLES PHOTOMÉTRIQUES A VARIATIONS LUMINEUSES DISCONTINUES.

I. — HISTOIRE D'ALGOL.

375. Durée de la période. Ses inégalités. Argelander. Chandler 176
376. Variations d'éclat 179
377. Changement dans la période de la variation d'éclat 182
378. Théories émises sur les variations d'éclat d'Algol. Goodricke, Bouillaud, de Maupertuis, Zöllner, Pickering 182
379. Solution approchée de Pickering 184
380. Orbite circulaire du compagnon. Dimensions et masses relatives. . . . 185
381. Résultats numériques. Représentation graphique 187
382. Confirmation expérimentale. Vogel 188
383. Éclats théoriques 189
384. Corrections de ces éléments. Harting 191
385. Comparaison de la théorie à l'observation 193
386. Pour les éléments circulaires, la méthode simple de Pickering suffit. Emploi de la courbe réelle 193
387. Orbite elliptique. Pickering. Harting 195
388. Détermination directe de l'excentricité et du périastre 197
389. Valeur approchée des autres éléments. Éclats théoriques provisoires.. 199
390. Deuxième approximation des autres éléments. Utilisation de la courbe de lumière 201
391. Distance minimum des centres 203
392. Dimensions linéaires. Diamètre apparent. Densité 203

II. — HISTOIRE DE QUELQUES ÉTOILES DE CETTE CLASSE.

393. Étoile B.D. + 12° 3557 205
394. U Ophiuchus. Sa période, ses variations 206
395. Y Cygne. Minima pairs et impairs 207
396. U Céphée 209
397. R. S Sagittaire 211
398. Z Hercule 212
399. S Voiles 212
400. X Carène 213
401. S Écrevisse 213
402. Liste des variables de cette classe 214

III. — RÈGLES RELATIVES A L'OBSERVATION DES VARIABLES A COURTE PÉRIODE ET LEUR DISCUSSION.

N° Pages
403. Éléments à déterminer..... 216
404. Époque des minima. Pogson. Parkhurst..... 216
405. Durée de la période. Minimum normal. Argelander. Baxendell..... 218
406. Procédé graphique de la double courbe..... 219
407. Emploi de la courbe moyenne..... 221
408. Durée de chaque éclipse..... 221
409. Division en minima pairs et impairs..... 222
410. Erreur de position. Barnard. Chandler. Roberts..... 222

IV. — PREMIÈRE EXPLICATION DE CES APPARENCES DANS UN CAS SIMPLE.

411. Principes généraux. Éclats. Durées..... 224

V. — QUELQUES EXEMPLES.

412. Deux minima inégaux et non équidistants. Z Hercule..... 227
413. Deux minima égaux et non équidistants. Y Cygne..... 231
414. Constance au minimum d'éclat. U Céphée. S Voiles..... 232

VI. — THÉORIE GÉNÉRALE.

415. Possibilité de l'éclipse..... 233
416. Éclats de la variable..... 238

VII. — DÉTERMINATION DES ÉLÉMENTS.

417. Excentricité. Longitude du périastre. Première méthode. Seconde méthode..... 240
418. Dimensions des étoiles. Éclats relatifs. Inclinaison..... 244
419. Durée de l'éclipse..... 245
420. Temps d'accroissement et de décroissement de lumière..... 248
421. Coordination de ces éléments..... 249

VIII. — INÉGALITÉS PÉRIODIQUES DE LA PÉRIODE.

422. Faits constatés..... 250
423. Chandler. Ces étoiles constituent des systèmes multiples..... 251
424. Tisserand. L'étoile principale est aplatie..... 252
425. Les mêmes formules sont applicables aux deux hypothèses..... 254
426. Variation de la durée des éclipses..... 254
427. Variation de l'intervalle entre deux minima successifs..... 255
428. Comparaison des deux hypothèses..... 256

CHAPITRE XVIII.

ÉTOILES DOUBLES PHOTOMÉTRIQUES A VARIATION LUMINEUSE CONTINUE.

I. — NOTIONS GÉNÉRALES.

N° Page :
429. Caractères généraux. Tableau des éléments principaux..... 253

II. — HISTOIRE DE β LYRE.

430. Argelander. Éclats. Heures tropiques..... 259
431. Durée de la période..... 262
432. Éclats relatifs..... 263
433. Époques tropiques; leurs intervalles..... 264

III. — AUTRES ÉTOILES A VARIATIONS CONTINUES.

434. U Pégase. Pickering. Chandler..... 266
435. S Flèche..... 268
436. η Aigle..... 269
437. δ Céphée..... 270
438. T Licorne..... 271
439. Y Sagittaire..... 272
440. U Aigle..... 272
441. W Gémeaux..... 273
442. Y Ophiuchus..... 273
443. S.U Cygne..... 274
444. W Vierge..... 275
445. U Petit Renard..... 276
446. S Pompe..... 276
447. ζ Gémeaux..... 277
448. Conclusions..... 279

IV. — CES ÉTOILES SONT DES SYSTÈMES BINAIRES.

449. β Lyre. Pickering. Vogel. Lockyer..... 280
450. Conclusions déduites de son spectre par les astronomes..... 281
451. Son orbite. Belopolsky..... 282
452. δ Céphée, η Aigle, ζ Gémeaux; Belopolsky..... 284

V. — EXPLICATION DE LA CONTINUITÉ DE LA VARIATION DE LUMIÈRE.

453. Aplatissement des étoiles. Myers..... 286
454. L'aplatissement des étoiles détermine sans éclipse une variation continue de lumière sur le plan de visée..... 286
455. Éclat théorique pendant l'éclipse..... 288
456. Excentricité. Longitude du périastre. Inclinaison..... 290
457. Éclats et dimensions..... 291
458. Approximation nouvelle..... 293

N° Pages
459. Conclusions de Myers..... 295
460. Variation de l'excentricité..... 296
461. Signification physique des coefficients de la formule empirique..... 297
462. Origine des différents types de périodes dans les variables à courte période..... 298
463. U Pégase..... 299

VI. — MASSES ET DENSITÉS.

464. β Lyre. U Pégase..... 300
465. δ Céphée. η Aigle..... 303

VII. — NATURE DES ÉTOILES DOUBLES PHOTOMÉTRIQUES.

466. Opinion de Myers..... 304
467. Les variables du type β Lyre sont des systèmes binaires en formation. 305
468. Les variables du type Algol sont des systèmes binaires formés..... 305
469. Conclusion générale..... 309

CHAPITRE XIX.

ÉTOILES MULTIPLES.

I. — GÉNÉRALITÉS.

470. Définitions..... 310
471. Ce sont des systèmes physiques..... 311

II. — ÉTOILES TRIPLES.

472. Leur division en brillantes et restantes..... 311

III. — ÉTOILES QUADRUPLES.

473. Systèmes doublement binaires..... 313
474. Systèmes quadruples..... 314

IV. — ÉTOILES QUINTUPLES.

475. Étoiles quintuples. Exemples..... 314

V. — ÉTOILES MULTIPLES.

476. 45 Lièvre..... 315
477. γ Poupe..... 315
478. β Gémeaux (Pollux)..... 315
479. 212 Piazzi (XIV.H)..... 315
480. H_1 3795..... 316
481. α Croix..... 316

N° Pages
482. σ Orion..... 316
483. θ' Orion. Trapèze d'Orion..... 317

CHAPITRE XX.

SYSTÈMES MULTIPLES ET AMAS IRRÉGULIERS.

I. Pléiades.

484. Description générale..... 319
485. Triangulation de Bessel..... 321
486. Intervention de la Photographie. Rutherfurd..... 323
487. Mesures micrométriques. C. Wolf. Pritchard..... 324
488. Mesures héliométriques. Elkin..... 325
489. Mesures photographiques. Jacoby. Turner. Gould. Olsson..... 325
490. Mesures héliométriques de Battermann et Ambronn..... 327
491. Comparaison de ces Catalogues. Déplacements relatifs. Poids..... 327
492. Supériorité de l'héliomètre comme instrument différentiel..... 330
493. Grandeurs des composantes..... 331

II. — Praesepe ou la Crèche.

494. Description générale. Rôle astronomique..... 333
495. Triangulations. Winnecke. Schur. A. Hall..... 333
496. Mesures photographiques. Rutherfurd. Gould. Schlesinger..... 336
497. Amas des Voiles..... 336

III. — Amas de Persée.

498. Historique..... 337
499. Triangulations. Krüger. Pilh..... 337

IV. — Amas autour de κ Croix.

500. Description et triangulations. J. Herschel. Russell..... 338

V. — Région stellaire environnant η Carène.

501. Description..... 339
502. Triangulations. J. Herschel. Gould..... 341

CHAPITRE XXI.

AMAS STELLAIRES ET NÉBULEUSES.

I. - Historique.

503. Période antérieure à W. Herschel. Lacaille. Messier..... 343
504. W. Herschel. J. Herschel..... 345

Nos Pages
505. Catalogues. Laugier, d'Arrest. Auwers. J. Herschel. Dreyer..... 345
506. Triangulations photographiques. Rutherfurd. Gould. Scheiner..... 347
507. Retour sur W. Herschel. Classification..... 350

II. — DISTRIBUTION DES AMAS STELLAIRES ET DES NÉBULEUSES.

508. Étoiles doubles..... 351
509. Étoiles multiples et amas..... 352
510. Amas globulaires et irréguliers..... 353
511. Nébuleuses..... 354
512. Cartes de distribution de Waters, d'après le New General Catalogue.. 355
513. Comparaison détaillée avec la distribution des étoiles..... 356
514 Conclusion. Principe nébuleux. Principe sidéral..... 359

III — DISTANCES DES AMAS STELLAIRES.

515. Méthode et résultats de W. Herschel..... 361
516. Comparaison des pouvoirs de pénétration, déterminés par les étoiles isolées et par les amas..... 363
517. Relation entre le pouvoir de pénétration et le pouvoir optique ou séparateur..... 364

CHAPITRE XXII.

AMAS GLOBULAIRES.

I. — GÉNÉRALITÉS.

518. Caractères généraux..... 366
519. Constitution d'après J. Herschel..... 367
520. Distribution expérimentale. Scheiner. Palmer..... 368

II. — DESCRIPTION ET HISTOIRE DE QUELQUES AMAS GLOBULAIRES.

521. Amas du Toucan..... 372
522. Amas de la Carène..... 373
523. Amas de la Chevelure de Bérénice..... 373
524. Amas de ω du Centaure..... 373
525. Amas des Chiens de Chasse..... 374
526. Amas dans le Serpent..... 375
527. Amas du Loup..... 376
528. Amas du Scorpion..... 376
529. Amas d'Hercule..... 377
530. Amas dans Ophiuchus..... 380
531. Amas de l'Autel..... 381
532. Amas du Sagittaire..... 382
533. Amas du Paon..... 383
534. Amas de la Lyre..... 383
535. Amas de Pégase..... 383

N° Pages
536. Amas du Verseau.... 383
537. Amas du Capricorne.... 384
538. Amas globulaires doubles.... 385

III. — VARIABLES DES AMAS GLOBULAIRES.

539. Résultats généraux. Bailey.... 386
540. Caractères des amas à nombreuses variables.... 387
541. Influence de la forme sur la distribution des variables.... 388
542. Variables de l'amas de ω du Centaure. Durée des périodes.... 389
543. Courbes de lumière.... 389
544. Variable de l'amas 5 de Messier. Durée des périodes. Courbes de lumière.... 390

CHAPITRE XXIII.

ÉTOILES COLORÉES.

I. — ÉTOILES SIMPLES.

545. Historique. Lalande. W. et J. Herschel. Schjellerup.... 394
546. Zöllner. Méthode de Schmidt. Échelle de Dunér.... 395
547. Représentation chromatique de Smyth.... 396
548. Catalogue de Krüger.... 396
549. Liste des étoiles colorées jusqu'à la quatrième grandeur.... 397
550. Conclusions. Age des étoiles. Janssen.... 399
551. Variation de couleurs des étoiles. Schmidt. Sestini. Zöllner.... 400

II. — ÉTOILES DOUBLES.

552. Comparaison des résultats de W. Struve et W. Herschel.... 401
553. Discussion des résultats : *a*. Étoiles brillantes. Systèmes où les composantes ont la même couleur. Couples où les composantes ont des couleurs différentes. Couples à compagnon bleu. Comparaison des différences de grandeur et de coloration. *b*. Étoiles restantes.... 403
554. Réalité de ces différences de couleurs. Arago.... 406
555. Les colorations des composantes des systèmes binaires sont variables. 407

III. — ÉTOILES MULTIPLES.

556. Coloration des étoiles multiples.... 408
557. Conclusion générale.... 410

CHAPITRE XXIV.

CENTRE DYNAMIQUE DE NOTRE AMAS STELLAIRE. SOLEIL CENTRAL.

I. — HISTORIQUE.

558. Considérations générales. Mädler.... 411

II. — DÉMONSTRATION DE MÄDLER.

N° Pages
559. Retour sur la constitution de la Voie lactée. W. Herschel. J. Herschel. Mädler..... 413
560. Loi de l'attraction. Conditions qui en résultent..... 414
561. Application de ces conditions. Premier lieu géométrique du point C.. 415
562. Choix parmi ces étoiles. Détermination du centre d'action C..... 417
563. Première condition de vérification. Augmentation continue des mouvements propres avec la distance angulaire à Alcyone..... 417
564. Deuxième condition de vérification. Accroissement avec la distance angulaire de l'écart entre les directions des mouvements apparents et parallactiques..... 419
565. Troisième condition de vérification. Écarts supérieurs à 90°..... 420
566. Conclusion définitive. Alcyone est le Soleil central..... 422
567. Éléments de l'orbite du Soleil..... 423
568. Influence de la masse du groupe central..... 423

III. — DÉDUCTIONS HYPOTHÉTIQUES.

569. Distance du Soleil central..... 424
570. Masse stellaire comprise dans la sphère aboutissant à notre Soleil..... 426
571. Distance réciproque de deux étoiles. Notre Soleil est dans une région pauvre en étoiles..... 427

CHAPITRE XXV.

COUP D'ŒIL SUR LE MONDE CÉLESTE.

I. — COUP D'ŒIL SUR LE MONDE CÉLESTE.

572. Matière nébuleuse. Formation de l'Univers. W. Herschel. Huggins... 429

PLANCHE I. — Carte des Pléiades de M. C. Wolf.

PLANCHE II. — Mouvements propres des étoiles des Pléiades d'après M. Ph. Lagrula.

PLANCHE III. — Carte des Pléiades de MM. Henry.

ERRATA

DE LA DEUXIÈME PARTIE.

Pages	Lignes à partir d'en haut	Au lieu de	Lire
6	20	32″	32″ pouvoir séparateur moyen de l'œil nu
8	23	Düner	Dunér
23	13	$B \cot(A - \Omega)$	$\beta \cot(B - \Omega)$
24	5	*fig.* 3	*fig.* 32
24 et 25		Remplacer partout le v par un ν	
26	au titre	Méthode de Kowalsky et Glasenapp	Méthode de Kowalsky
28	3	$\left(\frac{x+ae}{a^2}\right)^2$	$\left(\frac{x+ae}{a}\right)^2$
	9	a^2 et b^2	a et b
31	6	$F^2 + F^2 - (A + B)$	$F^2 + G^2 - (A + B)$
	12	n° 47	n° 260
36	*fig.* 35	a'	a''
37	9	$+ 2ab' \sin(p_1 - p_2)$	$+ 2a'b' \sin(p_1 - p_2)$
	27	*Résolution de*	*Résolution graphique de*
48	3	soixante	soixante-six
	13	dans le	dans un
	19	et que de son côté	et de son côté
92	5	trente-deux	vingt-sept
96	29	le moins serré	un des moins serrés
113	Tableau	les nombres d'orbites sont 4, 8, 12, 13, 13, 6, 7 et 4	
124	23	0,083	− 0,083
129	33	$-2e \sin\gamma \cos E_1$	$-2e \sin E_1 \cos\left(E_1 + \frac{\gamma}{2}\right)$
139	19	inférieur à $\frac{1}{80000}$	environ $\frac{1}{100000}$
	20	à $\frac{1}{500000}$	, à la même distance, $\frac{1}{100}$
145	4	masses de A + B	masses A + B
152	10	là de	là, pour les systèmes binaires, de
160	14	sin FMF′	sin MFM′
163	22	Radeau	Radau
179	11	$+ P_0 x$	$+ P_0 n$
189	30	$S = \pi$	S
203	21	mesures de	mesures spectroscopiques de
204	1 et 2	orbitale du	orbitale maximum du
215	6 du Tableau	P = 1j,0	P = 0j,54
	8 du Tableau	ligne à supprimer	
	17 du Tableau	P = 1j,5	P = 3j,0
217	18 et 20	, et ;	; et ,
233	1	Les	Ces

Pages	Lignes à partir d'en haut	Au lieu de	Lire
239	16 et 17	E_1 et E_2	E
257	13	trois	deux
	13	supprimer X Carène	
	14	32	33
278	20	Loizet	Luizet
288	19	peu différent de	bien différent de
	31	*fig.* (86)	*fig.* (85).
358	Tableau	$\oplus$, A_m, *rrr*	$\oplus$, A_m, *rrr* + *rr*
363	équation (1)		$O = \frac{C}{e} d$
386	33	de Boyden	donné par Boyden
396	dernière ligne	déclinaison	déclinaison australe
397	13	345	245
	26	1632	1533

ERRATA

DE LA PREMIÈRE PARTIE.

1	4	objectifs	miroirs
10	38	$\frac{\lambda}{\pi}$	$\frac{\lambda}{\pi \sin 1''}$
11	17	Ces	Ses
22	14	système	systèmes
42	1	ou chien	à supprimer
47	7	qu'il fit	à supprimer
48	36	40000	4000
52	38	cent	quatre-vingt-huit
53	24	139	126
	30	Démébola	Dénébola
	33	ζ Orion	γ Orion
54	16	Daneb	Deneb
	19	δ Vierge	ε Vierge
65	36	10e	9e
73	14	Van Sande Backuyzen	Van de Sande Bakhuyzen
76	13	1" à 2"	1" à 2" par siècle
88	4	α du Phénicien	α du Phénix
	7	k Orion	$\varkappa$ Orion
91	1	des grandeurs	sur les grandeurs
145	33	31895	2872
159	4, 5 et 6	étendu, etc.	; en chiffres ronds il est de six millions.
161	8	vingt milliards	vingt millions
	9	de beaucoup supérieur	que nous admettons sans chercher à le comparer

Pages	Lignes à partir d'en haut	Au lieu de	Lire
163	32	du télescope	du télescope de 20 pieds
164	25	1850 ans	2850 ans
174	7	Lacerte	Lézard
177	16	364300 années	36430 années
	17	14 fois	1,4 fois
190	10	sensiblement voisines de leurs mouvements réels	aussi voisines que possible les unes des autres.
211	25	$-\sin(\lambda - \pi)$	$+ e \sin(\lambda - \varpi)$
	26	et π la longitude	et ϖ la longitude
232	12	T. C. Kapteyn	J. B. Kapteyn et Innes
235	27	$\log \frac{a_{m+n}}{a_n}$	$\log \frac{ds_n}{ds_{m+n}}$
239	13	Kapteyn	Kapteyn et Innes
241	8	μ Loup	μ Lièvre
244	2	Kapteyn	Kapteyn et Innes
257	20	$L - L' + l - l'$	$\frac{1}{2}[L - L' + l - l']$
262	36	$b'A$	$b'B$
267	6	résultat qui mérite	résultat auquel on a, pendant un certain temps, accordé
272	1	nos 165 et 192	nos 165 et 166
288	19	peu différente de	bien différente de
289	20	$r' = r$	$r' = r\sqrt{i}$
291	8 et 9	5970 et 3600	ajouter : millions
293	16	à la valeur	à un diamètre apparent de
294	27	r'	r
295	2	r'	r
302	16	Third and Fourth	Second and Third.
304	26	η du Navire	η Carène
318	25, 35 et 36	$\sin(\alpha n + \beta)$	$A \sin(\alpha n + \beta)$
319	no 225	à supprimer. *Voir* IIe Partie (no 462)	
321	20	$497^s,8\, a \cos\beta \cos(\odot - \lambda)$	$-497^s,8 \cos\beta \cos(\odot - \lambda)$
327	22 et 23	$0^m,24$	$0^m,06$
		inférieure à une étoile de 12e grandeur	de grandeur 8,8

LISTE DES CONSTELLATIONS.

Pour la commodité du lecteur, nous reproduisons ici la Liste des constellations en y ajoutant leurs noms latins; cette nouvelle liste tiendra lieu d'erratum pour celle du premier Volume.

Les constellations en *italiques* sont celles de l'*Almageste*.

D'autre part, les signes (*a*) et (*b*), (A) et (B) indiquent : (*a*) que la constellation boréale empiète sur l'hémisphère austral, et inversement pour (*b*): (A) que la constellation boréale est partagée à peu près également par l'équateur, quoique s'étendant un peu plus au Nord, et inversement pour (B).

Constellations boréales.

1. *Ursa minor*....	*la Petite Ourse.*	18. Lynx..... ..	le Lynx.
2. *Draco*.....	*le Dragon.*	19. Leo minor.....	le Petit Lion.
3. *Cepheus*.....	*Céphée.*	20. Coma Berenices.	la Chevelure de Bérénice.
4. *Cassiopea*.....	*Cassiopée.*		
5. Camelopardalus.	la Girafe.	21. *Aquila*..... ..	*l'Aigle* (A).
6. *Ursa major*....	*la Gde Ourse.*	22. *Sagitta*.....	*la Flèche.*
7. Canes Venatici..	les Chiens de Chasse.	23. Vulpecula.....	le Renard.
		24. *Delphinus*.....	*le Dauphin.*
8. *Bootes*.....	*le Bouvier.*	25. *Equuleus*.....	*le Petit Cheval.*
9. *Corona Borealis*.....	*la Couronne boréale.*	26. *Pegasus*.....	*Pégase.*
		27. *Pisces*.....	*les Poissons* (*a*).
10. *Hercules*.....	*Hercule.*	28. *Aries*.....	*le Bélier.*
11. *Lyra*.....	*la Lyre.*	29. *Taurus*.....	*le Taureau.*
12. *Cygnus*..... .	*le Cygne.*	30. *Orion*.....	*Orion* (A).
13. Lacerta.....	le Lézard.	31. *Gemini*.....	*les Gemeaux.*
14. *Andromeda*....	*Andromède.*	32. *Canis minor*...	*le Petit Chien.*
15. *Triangulum*...	*le Triangle.*	33. *Cancer*.....	*l'Écrevisse.*
16. *Perseus*.....	*Persée.*	34. *Leo*.....	*le Lion* (*a*).
17. *Auriga*.....	*le Cocher.*		

Constellations australes.

35. Octans..... .	l'Octant.	44. Dorado..... ..	la Dorade.
36. Mensa.....	la Table.	45. Pictor.....	le Peintre.
37. Chamæleon.....	le Caméléon.	46. Carina.....	la Carène.
38. Apus.....	l'Oiseau.	47. Volans.....	le Volant.
39. Pavo..	le Paon.	48. Musca.....	la Mouche.
40. Indus.....	l'Indien.	49. Crux.....	la Croix.
41. Tucanus.....	le Toucan.	50. *Centaurus*.....	*le Centaure.*
42. Hydrus.....	l'Hydre.	51. Circinus.....	le Compas.
43. Reticulus.....	le Réticule.	52. *Lupus*.....	*le Loup.*

53. Triangulum Australe..	le Triangle austral.	71. *Hydra*..... ..	*la Couleuvre* (*b*).
54. Norma.....	la Règle.	72. *Crater*.....	*la Coupe.*
55. *Ara*.....	*l'Autel.*	73. *Corvus*....	*le Corbeau.*
56. Telescopium....	le Télescope.	74. *Libra*.....	*la Balance.*
57. *Corona australis*	*la Couronne australe.*	75. *Scorpius*.....	*le Scorpion.*
		76. *Sagittarius*. ..	*le Sagittaire.*
58. Microscopium. .	le Microscope.	77. Scutum	l'Écu.
59. Grus.....	la Grue.	78. *Capricornus* ...	*le Capricorne.*
60. Sculptor..... ..	le Sculpteur.	79. *Piscis austrinus.*	*le Poisson austral.*
61. Phœnix.....	le Phénix.		
62. Fornax.....	le Fourneau.	80. *Aquarius*	*le Verseau* (*b*).
63. *Eridanus*.....	*l'Éridan.*	81. *Cetus*..	*la Baleine.*
64. Horologium....	l'Horloge.	82. *Lepus*.....	*le Lièvre.*
65. Caelum...	le Burin.	83. *Canis major*...	*le Grand Chien.*
66. Columba..	la Colombe.	84. Monoceros.....	la Licorne (B).
67. Puppis.....	la Poupe.	85. Sextans	le Sextant (B).
68. Vela.....	les Voiles.	86. *Virgo*.....	*la Vierge* (B).
69. Pyxis.....	la Boussole.	87. *Serpens*.....	*le Serpent* (B).
70. Antlia.....	la Pompe (1).	88. *Ophiuchus*.....	*Ophiuchus* (B).

(1) La *Connaissance des Temps* a conservé le nom de *Machine pneumatique.*

TRAITÉ
D'ASTRONOMIE STELLAIRE.

DEUXIÈME PARTIE.

CHAPITRE XII.

SYSTÈMES BINAIRES.

I. — Historique.

244. *Étoiles doubles anciennes.* — Le nom d'*étoile double* a été employé la première fois par Ptolémée dans sa description de l'apparence de ν Sagittaire. Le premier objet de ce genre découvert avec une lunette est probablement ζ de la Grande Ourse, qui parut double à Riccioli dans le milieu du XVIIe siècle; le système quadruple de θ Orion a été découvert par Huygens en 1656 et la large paire de ψ du Bélier indiquée par Hooke huit ans plus tard. En 1689, le P. Richaud, en observant une comète à Pondichéry, sépara les composantes de α du Centaure; la duplicité de γ Vierge a été découverte accidentellement par Bradley et Pond en 1718, et redécouverte ensuite par Cassini et Messier pendant une observation d'occultation; enfin α Gémeaux a été résolue en 1719, la 61e du Cygne en 1753 et β du Cygne en 1755. Mais la première recherche systématique sur les étoiles doubles est due à Christian Mayer, de Mannheim (1777), pour qui les deux étoiles d'un groupe sont deux soleils tournant l'un autour de l'autre et qui entreprit une étude suivie du Ciel avec la lunette de $2^m,6$ de son quart de cercle mural. Sur les 80 couples qu'il décrivit, 67 rentrent dans la définition actuelle des étoiles doubles,

et certains d'entre eux, comme ρ Hercule et ε Lyre sont des tests encore utiles pour les instruments de moyenne dimension. Les procédés de mesure étaient d'ailleurs alors trop peu précis pour que ses observations aient pu mettre en évidence le mouvement relatif correspondant à leur durée.

215. *W. Herschel.* — En réalité, cette découverte et, par suite, celle de l'existence des systèmes binaires, est due à W. Herschel. Nous avons vu (n° **173**) comment, dans la persuasion que la proximité apparente de deux étoiles était un effet de perspective, il avait été amené (1782) à rechercher, pour la détermination de leurs parallaxes, tous les groupes semblables de la sphère céleste. Pendant quarante ans (¹) l'attention de cet infatigable astronome se porta souvent sur ces groupes, dont il prit un très grand nombre de mesures micrométriques; mais leur discussion l'amena à une conséquence tout autre, beaucoup plus importante encore que celle qu'il cherchait, et qu'il énonça en 1803 dans un Mémoire célèbre basé sur un ensemble d'observations s'étendant à vingt-cinq années (²).

Les changements constatés dans les positions relatives de deux étoiles voisines vues du Soleil ne peuvent provenir que :

1° Du déplacement d'un seul de ces trois corps;

2° Du déplacement simultané du Soleil et d'une des deux étoiles;

3° Du déplacement simultané des trois astres.

Prenant comme base ses observations de Castor, γ Lion, ε Bouvier, ζ Hercule, δ Serpent et γ Vierge, Herschel leur applique successivement ces trois hypothèses (³) et, après une discussion minutieuse de chaque système d'observations, arrive à la conclusion que la troisième hypothèse peut seule en coordonner les

---

(¹) Le dernier Mémoire de W. Herschel sur les étoiles doubles est de 1822. *On the places of 145 new double stars* (*Memoirs of the R. A. S.*, vol. I, p. 166).

(²) W. Herschel, *Account of the changes that have happened, during the least twenty-five years, in the relative situations of double stars; with an investigation of the cause to which they are owing* (*Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 1803, Part I, p. 339 et suiv.).

(³) Le mouvement propre du Soleil n'étant point, dit-il, « absolument prouvé », il a fait de l'immobilité de cet astre l'un des cas de la discussion.

résultats, et qu'en conséquence « beaucoup d'entre les étoiles doubles ne sont pas doubles qu'en apparence, mais doivent être considérées comme une combinaison réelle de deux étoiles intimement reliées l'une à l'autre par le lien de leur attraction mutuelle ». D'après lui, la plus petite des deux étoiles devait décrire autour de la plus brillante une orbite elliptique, et les observations dont il est ici mention lui permirent d'assigner une valeur déterminée à la durée de révolution de cinq d'entre elles :

Castor	342 ans
γ Lion	1200 ans
ε Bouvier	1681 ans
δ Serpent	375 ans
γ Vierge	708 ans [1]

Cette splendide découverte ouvrait à l'Astronomie un nouveau champ d'investigation. Dès 1816, J. Herschel et sir James South entreprirent la surveillance du ciel boréal et, pendant dix ans, publièrent soit ensemble, soit séparément, de nombreuses séries d'observations; lors de son séjour au Cap, J. Herschel catalogua 2195 couples d'étoiles et donna une méthode élégante pour le calcul de leurs orbites.

En même temps, W. Struve reprenait l'examen du ciel boréal (1824-1836) à Dorpat avec le célèbre équatorial ($0^m,27$) de Fraunhofer; les résultats de cette revision donnèrent les mesures de 3134 étoiles multiples; ils ont été réunis dans un Ouvrage d'importance capitale que nous aurons l'occasion d'étudier plus loin et qui renferme, en outre, l'indication de méthodes nouvelles d'observation encore suivies aujourd'hui.

Après lui, Mädler, Bessel, Dawes, O. Struve, Schmidt et Dembowski contribuèrent à l'avancement de cette branche de l'Astronomie : l'œuvre de ce dernier est surtout remarquable; de 1854

---

[1] Si pareille détermination lui fut impossible pour ζ Hercule, les observations de ce système furent pour lui l'occasion de voir « un phénomène nouveau en Astronomie, celui de l'occultation d'une étoile par une autre ». En 1775, en effet, il vit sans difficulté les deux composantes, tandis que, lorsqu'il en reprit l'étude en 1802, il ne put, malgré l'emploi d'un grossissement de 2140, séparer la petite étoile de la grande, et n'obtint, dans les cas les plus favorables, qu'une image focale un peu allongée, indiquant la superposition partielle de l'une des étoiles sur l'autre.

à 1878, il reprit la mesure de tous les couples accessibles à un objectif de 7 pouces en même temps qu'il découvrait de nombreux couples nouveaux. Les 20000 observations précises qui lui sont dues ont été recueillies après sa mort par deux célèbres observateurs d'étoiles doubles, Otto Struve et Schiaparelli, et éditées dans les *Accademia dei Lincei* de Rome.

Aux noms précédents, il convient d'ajouter ceux tout actuels de Burnham et de See qui, le premier surtout pour l'hémisphère boréal, le second pour l'hémisphère austral, s'attachent à découvrir et mesurer les systèmes binaires qui ont échappé aux observateurs antérieurs; de pareilles recherches ont une grande importance, parce qu'elles s'adressent, ou bien à des couples de plus en plus serrés et, par suite, à durée de révolution de plus en plus courte, si bien qu'au bout de très peu d'années d'observation on peut en calculer les orbites, ou bien à des couples dont l'une des étoiles est parfois brillante tandis que le compagnon est d'éclat très faible (2e et 14e grandeur par exemple) et qui offrent ainsi un intérêt spéculatif considérable pour nos vues sur la formation de ces systèmes. Le nombre des couples découverts jusqu'ici par M. Burnham est environ de 1000; pour M. See, qui a commencé à la fin de 1896, il atteint déjà 500 (1).

II. — Classification et observation.

246. *Classification de W. Herschel.* — Pour le but spécial auquel il destinait leurs observations, Herschel avait divisé les étoiles doubles en différentes classes (2). Dans la première, il plaçait toutes celles qui exigent une lunette réellement supérieure,

(1) L'instrument dont se sert M. See, à la station de Flagstaff (Arizona, 2320m d'altitude), est un objectif de 0m,61 le dernier qu'aient construit *Alvan Clark and Sons;* cet objectif, qui paraît être le meilleur de cette dimension et peut-être même de tous ceux actuellement en usage, a son pouvoir séparateur théorique 0",19 et montre alors une élongation de l'image qui ne laisse aucun doute à l'esprit : il présente cette particularité que les deux lentilles sont écartées de 10cm dans leur barillet. See appelle 15e grandeur la limite de visibilité de cet objectif dans les conditions particulières d'altitude et de climat où il est placé.

(2) W. Herschel, *On the parallax of fixed stars* (*Philosophical transactions for* 1782).

le plus grand calme de l'atmosphère et toute autre circonstance favorable, pour être vues parfaitement doubles ou tout au moins assez bien pour qu'on puisse décider de la duplicité [1].

« L'observation de ces étoiles doubles exige une puissance de pénétration et de clarté peu commune, aussi ne faut-il pas oublier de préparer graduellement son œil par quelques étapes de vision. Ainsi, si l'on veut voir η de la Couronne boréale (5 et 5.6) (une des étoiles doubles les plus serrées), on laissera quelque temps le télescope braqué sur α Gémeaux ou sur ζ Verseau, μ Dragon, ρ Hercule, α Poisson ou sur la curieuse étoile double ε Lyre; on les regardera longtemps, afin que l'œil acquière la facilité de voir ces objets distinctement et bien. On passera ensuite à ξ Grande Ourse et à la belle étoile triple du pied de devant de la Licorne, puis à *i* Bouvier qui est une belle miniature de α Gémeaux, à l'étoile qui précède α Orion, puis à *n* Orion; pendant ce temps, l'œil et la lunette se seront tous deux préparés à ce tableau plus délicat encore qu'est η Couronne boréale. Ce serait en vain que l'on tenterait cette observation, si toutes les étoiles précédentes jusqu'à *i* Bouvier n'avaient été bien nettement séparées, car η Couronne est une miniature encore plus fine de *i* Bouvier que *i* Bouvier l'est de α Gémeaux. Si l'observateur a bien réussi, il peut alors essayer en même temps *b* Dragon, quoique je doute qu'un grossissement moindre que 400 ou 500 le montre double, tandis que les autres étoiles se voient avec le grossissement de 227. Pour essayer les étoiles d'inégale grandeur, on pourra suivre l'ordre suivant, α Hercule, α Cocher, δ Gémeaux, *k* Cygne, ε Persée et *b* Dragon, après quoi l'observateur pourra passer à un objet beaucoup plus beau ε Bouvier (3.5 et 6.5, distance 2″,5 à 3″,0) que j'ai suivi de très près depuis deux ans comme éminemment propre à la mesure des parallaxes des étoiles fixes. »

Dans la seconde classe d'étoiles doubles, il a placé toutes celles qui sont convenables pour la comparaison par les yeux des distances aux diamètres apparents ou les mesures très délicates avec le micromètre; le grossissement du télescope ne doit pas être beaucoup moindre que 200 et celui-ci doit donner comme image

---

[1] Il fait remarquer d'ailleurs qu'un observateur ne doit condamner ni son instrument ni son œil, s'il ne réussit point à les séparer.

du groupe stellaire deux disques ronds, bien définis, séparés l'un de l'autre par une ligne noire bien nette.

La troisième classe renferme les étoiles doubles dont la distance est comprise entre 5″ et 15″; si elles doivent servir à la détermination des parallaxes, elles peuvent être regardées comme débarrassées tout à fait des effets de la réfraction, etc.

Les quatrième, cinquième et sixième contiennent les étoiles doubles dont les distances sont comprises entre 15″ et 30″, 30″ et 1′, 1′ et 2′ ou plus.

« Ces étoiles sont à peine utilisables pour la détermination des parallaxes stellaires : on les a néanmoins cataloguées, car elles peuvent conduire à la solution d'un problème fort important aussi, celui de la parallaxe systématique provenant d'un mouvement de translation du Soleil, solution pour laquelle la précision des mesures micrométriques serait d'un grand secours. »

247. *Classification de W. Struve.* — Cette classification un peu vague d'Herschel a été reprise plus tard par W. Struve [1] alors que les moyens de mesures étaient devenus plus précis. La limite supérieure de distance admise par Struve pour que deux étoiles voisines s'appellent *étoile double* est 32″ et cet intervalle est partagé en huit classes par ordre de distance comme il suit :

Classe.	Distance.	Classe.	Distance.
1re	0″ à 1″	5e	8″ à 12″
2e	1 2	6e	12 16
3e	2 4	7e	16 24
4e	4 8	8e	24 32

Au point de vue de l'éclat, Struve sépare les étoiles en deux groupes, les *brillantes* dont les compagnons sont supérieurs à la 8e grandeur, et les *restantes* lorsqu'ils sont au-dessous; le nombre total des étoiles doubles retenues par Struve est de 2641 se distribuant ainsi :

---

[1] W. Struve, *Stellarum duplicium et multiplicum mensuræ micrometricæ per magnum Fraunhoferi tubum annis a 1824 ad 1837 in specula Dorpatensi institutæ* (1837).

Classe.	Brillantes.	Restantes.
1	62	29
2	116	198
3	133	402
4	130	452
5	54	298
6	52	180
7	54	429
8	52	
	653	1988

Il y a environ trois fois plus des restantes que des brillantes, et, pour chacun de ces groupes, les classes 3 et 4 comprennent à elles seules presque la moitié du nombre correspondant.

248. *Systèmes binaires, systèmes optiques.* — La première question à résoudre est de savoir quelles sont, parmi ces étoiles, celles qui, liées l'une à l'autre par les lois de l'attraction, forment un *système binaire,* et celles qui, réunies simplement par un effet de perspective, ne sont qu'un *groupe optique.*

Voici comment Mitchell a calculé leur proportion numérique probable : Soit une étoile quelconque sur la sphère, pour qu'une autre forme avec elle un couple optique de distance d, il faut qu'elle se trouve dans la zone à une base terminée par le petit cercle dont le pôle est la première étoile et d le rayon sphérique : la probabilité p de cette rencontre est donc le rapport de la surface de cette zone à celle de la sphère; soit, puisque ici d est toujours petit et si β est la distance angulaire correspondant à d,

$$p = \frac{\pi d^2}{4\pi} = \frac{d^2}{4} = \frac{\beta^2}{4}\sin^2 1'';$$

et si n est le nombre d'étoiles jusqu'à la grandeur m incluse, le nombre probable ν de leurs groupes optiques sera

$$(1) \qquad \nu = \frac{n(n-1)\sin^2 1''}{2\times 4}\beta^2;$$

ou si $m = 8$, et par suite approximativement $n = 100000$, on a en nombres ronds $\nu = \frac{\beta^2}{32}$, et, pour $\beta = 32''$, $\nu \doteq 32$.

Les groupes optiques sont donc probablement en proportion très faible relativement aux autres.

Néanmoins, les mesures de positions relatives peuvent seules décider la question.

Ces mesures se feront d'après les méthodes décrites à l'occasion des parallaxes (vol. I, p. 255 et suiv.), et elles exigent la même précision : l'influence des corrections de précession et de nutation y est d'ailleurs plus grande, puisque les observations à comparer sont souvent distantes d'un grand nombre d'années; mais, d'un autre côté, il n'y a pas alors lieu de tenir compte de la réfraction, pour une distance zénithale de 60° et pour une distance r de 10″, son effet maximum, qui correspond au cas où les deux étoiles sont sur le même cercle vertical, ne surpassant pas 0″,04.

Ces observations sont d'ailleurs sujettes à une erreur spéciale dont nous allons dire quelques mots.

249. *Équation personnelle.* — W. Herschel avait déjà remarqué que les estimations faites avec un télescope ne peuvent être appliquées à un autre, de même que les estimations faites au même télescope avec des grossissements différents. Mais, en outre, deux observateurs différents se servant du même instrument ne trouvent pas, pour l'angle de position et la distance d'un même couple, les mêmes valeurs. Il y a donc là pour chaque observateur une *équation personnelle* que W. Struve et F. Bessel ont indiquée les premiers et dont il faut corriger les mesures.

Un certain nombre d'astronomes, parmi lesquels nous citerons W. Struve, O. Struve, Dunér et Bigourdan, ont cherché à en déterminer les lois au moyen d'étoiles artificielles et d'appareils spéciaux; d'autres, comme O. Struve, Dembowski et A. Hall [1], ont formé une liste de couples étalons convenablement choisis et destinés à servir de base de comparaison aux mesures des différents observateurs. Tous ont indiqué comme causes principales de ces différences dans l'estime de l'angle de position la direction de la ligne des yeux par rapport à celle des étoiles, l'inclinaison de la tête, la différence de grandeur des étoiles [2], l'angle visuel, c'est-à-dire l'angle AOB (*fig.* 1), sous lequel on voit à travers

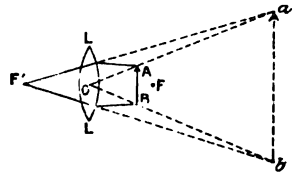
[1] *Vierteljahrsschrift der astronomischen Gesellschaft* (11e année, p. 227 et suiv.). Cette liste comprend actuellement 30 couples.

[2] L'élément important ici est le rapport des éclats des deux composantes, et

l'oculaire LL les deux images stellaires A et B données en son plan focal par l'objectif, et enfin la distance des deux composantes.

Chaque observateur devra donc, au moyen d'une étude préalable, calculer la valeur de son équation personnelle en raison de ces différentes causes et en corriger les nombres observés;

Fig. 30.



ou bien on adoptera un observateur type auquel on ramènera toutes les observations au moyen de séries communes faites par les différents observateurs sur la liste étalon.

250. *Observations concomitantes.* — A ces mesures différentielles, il faut joindre deux sortes de déterminations :

1° Celle de la *position absolue* de l'étoile principale faite aux instruments méridiens à peu près à la même époque;

2° L'estimation des *grandeurs* des deux composantes et l'appréciation aussi exacte que possible de leurs *colorations*.

251. *Distinction des systèmes binaires et des groupes optiques.* — Si l'étoile principale a un mouvement propre et que les coordonnées de la seconde par rapport à la première restent ou les mêmes ou très sensiblement les mêmes, en sorte que les deux étoiles aient le même mouvement propre, l'étoile double est certainement un *système binaire*.

Si, au contraire, les coordonnées relatives des deux étoiles, ou

---

par suite la différence d de leurs grandeurs. M. Bigourdan trouve pour l'équation spéciale à ce cas

$$E = a(1 + bd),$$

a étant la valeur de E pour $d = 0$ et b étant égal à 0,53.

G. Bigourdan, *Sur l'équation personnelle dans les mesures d'étoiles doubles* (*Annales de l'Observatoire de Paris, Mémoires*, vol. XIX; 1889).

l'une d'elles, changent beaucoup, il y a à décider si ces changements ne sont pas dus à une différence de mouvements propres des deux étoiles et cela présente quelque difficulté. L'observation directe, ou à son défaut la connaissance du mouvement propre de l'étoile principale, donne sa position absolue à chaque époque de détermination micrométrique; si, en y appliquant la différence trouvée pour les deux étoiles, on obtient pour la seconde une position constante, l'étoile double est un *groupe optique;* c'est au contraire un *système binaire* si cette position varie : en appliquant alors aux deux étoiles le même mouvement propre, il reste, en effet, dans les différences de leurs positions des résidus faibles qui s'expliquent de la façon la plus simple par un mouvement orbital.

La solution complète réside d'ailleurs dans le monvement de la faible étoile par rapport à l'autre et demande que l'on dispose de plus de deux comparaisons différentes; si les variations de l'une des étoiles par rapport à l'autre considérée comme au repos ne peuvent pas se représenter par une ligne droite, mais surtout forment une courbe ayant sa concavité dirigée vers l'étoile principale, l'étoile double est un *système binaire;* si les différentes positions sont sur une ligne droite, l'étoile double est un *groupe optique.* Ces derniers groupes ont peu d'intérêt pour nous, les premiers seuls retiendront notre attention, et nous étudierons maintenant les procédés à l'aide desquels on a déterminé l'orbite relative d'une des composantes d'un système binaire, orbite que les lois de l'attraction nous indiquent être certainement une ellipse.

III. — Utilisation des données de l'observation.

252. *Discussion des données de l'observation. J. Herschel.* — Si les données de l'observation étaient toujours exactes, on les utiliserait immédiatement; mais en général, et surtout pour les observations un peu anciennes, les nombres qu'elles fournissent à différentes époques sont peu concordants par suite des erreurs inévitables et souvent considérables de mesures aussi délicates, et aussi des différences provenant des observateurs.

Il faut en déduire pour chaque coordonnée un ensemble de

valeurs qui, tout en représentant la loi générale de sa variation, loi qui est déterminée par celles du mouvement elliptique, soit autant que possible débarrassé de ces causes de discordance ([1]); ici le procédé graphique est très avantageux; traitons par exemple des angles de position.

253. *Angles de position.* — Supposons-les rangés par ordre de dates et prenons comme abscisses les années et fractions d'année, comme ordonnées les angles eux-mêmes, nous aurons une série de points qui, si les observations étaient exactes, fourniraient une courbe régulière; en réalité, la ligne qui joint ces points est une ligne ondulée et irrégulière. Nous lui substituerons au mieux du jugement de l'œil la ligne régulière passant au milieu de ses ondulations et qui soit à la moindre distance de chacun des points, ligne qui représentera la loi de variation de l'angle de position avec le temps, aussi bien aux dates d'observation qu'aux dates intermédiaires, beaucoup mieux que ne peuvent le faire les observations brutes. C'est d'elle que l'on déduira par interpolation les valeurs de l'angle de position qui seront employées dans le calcul de l'orbite à l'exclusion des valeurs observées elles-mêmes. Prenons comme exemple γ Vierge; la liste des observations dont disposait J. Herschel était la suivante :

([1]) J. Herschel, *On the investigations of the orbites of revolving stars* (*Memoirs of the royal astronomical Society of London*, vol. V, p. 171 et suiv.).

Valeurs observées.

Époque.	Position.	Distance.	Observateur.
1718,19	160°.52′		Pond
1718,20	160.52		Bradley
1756,00	144.22	6,50	T. Mayer
1780,06		5,70	W. Herschel
1781,89	130.44		W. Herschel
1803,20	120.15		W. Herschel
1819,40		3,56	W. Struve
1820,20	105.15		W. Struve
1822,25	103.24	3,79	J. South
1822,50	102.24		W. Struve
1825,32	96.53	3,26	J. South
1825,35	97.58	2,38	W. Struve
1828,35	90.30		J. Herschel
1829,16		1,79	J. Herschel
1829,22	87.43		J. Herschel
1830,24		2,22	J. Herschel
1830,28	82.5		J. Herschel

On les a représentées graphiquement dans la *fig.* 31, et l'

Fig. 31.

y a tracé la courbe d'interpolation dont la lecture donne l

nombres contenus dans la première colonne du Tableau suivant :

Valeurs déduites de la courbe.

Date.	Angle de position.	Vitesse angulaire.	Distance.
1720	160°. 0′	—0°,32	17,2
1730	156.40	354	16,81
1740	153. 0	376	16,31
1750	148.35	416	15,50
1760	144.25	478	14,46
1770	139.45	533	13,70
1780	134.30	547	13,52
1790	128.35	597	12,94
1800	122.25	632	12,58
1810	125.30	800	11,18
1815	111.20	0,929	10,37
1820	106.15	—1,092	9,57
1825	98.20	—1,987	7,09
1830	84.20	—4,165	4,90

254. *Distances.* — On pourrait procéder de la même manière pour les distances et aboutir aussi à des valeurs interpolées préférables aux valeurs données directement par l'observation; mais, à l'époque de J. Herschel, les erreurs des mesures de distances atteignaient souvent une fraction notable de la distance elle-même. Aussi préféra-t-il déduire, des angles de position, les valeurs relatives des distances ainsi qu'il suit.

L'orbite apparente étant la projection orthographique de l'orbite réelle, la vitesse aréolaire y est constante, et si r et p sont la distance et l'angle de position à un moment donné t, on aura

$$\frac{1}{2} r^2 dp = C\, dt$$

ou

$$r^2 = 2C \frac{1}{\frac{dp}{dt}} ;$$

les variations de r^2 sont inversement proportionnelles à celles de

la vitesse angulaire $\frac{dp}{dt}$. Or, Δp, $\Delta^2 p$, $\Delta^3 p$ étant les différences première, seconde et troisième de p, on sait que

$$\Delta t \frac{dp}{dt} = \frac{1}{1}\Delta p - \frac{1}{2}\Delta^2 p + \frac{1}{3}\Delta^3 p,$$

et comme ici $\Delta t = 10$,

$$\frac{dp}{dt} = \frac{\Delta p}{10} - \frac{\Delta^2 p}{20} + \frac{\Delta^3 p}{30} \ldots,$$

Δp, $\Delta^2 p$, $\Delta^3 p$ se déduisent immédiatement des valeurs qui précèdent.

On peut encore, et cela est la plupart du temps préférable, lire directement sur la courbe la valeur de $\frac{dp}{dt}$; c'est, en effet, la tangente trigonométrique de l'angle que fait avec l'axe des temps la tangente menée à la courbe au point correspondant, et la lecture du quadrillage donne les valeurs des côtés du triangle rectangle dont l'hypoténuse est un segment déterminé de la tangente.

On aura donc ainsi une série de valeurs inversement proportionnelles aux carrés de la distance; en d'autres termes, les valeurs successives de

$$\frac{1}{\sqrt{\frac{dp}{dt}}}$$

exprimeront les distances apparentes des deux étoiles aux époques successives, en parties de l'échelle arbitraire que l'on aura choisie pour l'estimation des distances; ces nombres sont inscrits dans la dernière colonne du Tableau précédent. Il faut maintenant les transformer en secondes d'arc; pour cela, on mesure sur la courbe d'interpolation des angles de position, les valeurs qui correspondent aux dates diverses données pour les distances observées, et l'on calcule pour chacune d'elles, comme nous venons de le dire, les vitesses relatives; on fait leur somme ainsi que celle des distances observées. Soient s la première et n'' la deuxième, et x la valeur en secondes d'une partie de l'échelle, on aura

$$xs = n''.$$

Voici les nombres pour l'exemple que nous avons choisi :

Date.	p interpolé.	Distance calculée.	Distance mesurée.
1720,2	160°,0	16,75	7",49
1756,0	144,4	15,25	6,50
1780,0	131,6	13,90	5,70
1819,4	107,0	9,65	3,56
1822,2	103,3	8,75	3,70
1825,3	98,0	7,65	3,26
1823,4	97,5	7,50	2,38
1829,2	87,6	5,40	1,79
1830,2	83,3	4,60	2,22
1831,2	77,7	3,90	2,01
Somme		93,35	38,70

d'où

$$x = 0'',41458.$$

On a ainsi une série de valeurs correspondantes de l'angle de position et de la distance, que l'on pourrait utiliser immédiatement si le procédé d'interpolation adopté était exempt d'incertitude. En réalité, il n'en est pas toujours ainsi, et l'on doit souvent, en régularisant au mieux jusqu'au troisième ordre les différences des valeurs de ce Tableau, obtenir une nouvelle courbe d'interpolation corrigée qui donne des valeurs nouvelles aussi exemptes que possible des erreurs accidentelles d'observation, et qui servira à obtenir de nouvelles valeurs des distances correspondantes.

Ce sont ces données ainsi transformées qui serviront à la détermination de l'orbite décrite par le compagnon dans l'espace autour de l'étoile principale.

255. *Savary. Encke.* — La première solution de ce problème date de 1825; elle est due à Savary [1] et est restée célèbre, non seulement parce que l'auteur en fit une application heureuse au calcul de l'orbite de l'étoile ζ Grande Ourse, première orbite de ce genre qui ait été connue, mais surtout parce qu'il y fit voir pour la

[1] F. Savary, *Sur la détermination des orbites que décrivent autour de leur centre de gravité deux étoiles très rapprochées l'une de l'autre* (*Connaissance des Temps pour* 1830).

première fois que les lois de la gravitation s'appliquent aussi bien à ces systèmes binaires qu'au système solaire. Un peu plus tard, Encke fit connaître une nouvelle méthode, remarquable par son analyse élégante et symétrique ([1]), et qu'il appliqua au calcul de l'orbite de 70*p* Ophiuchus. Ces deux solutions, qui utilisent d'ailleurs directement les observations, exigent l'emploi de quatre observations complètes, distance et angle de position; mais, quoique les observations modernes embrassaient déjà une période de trente ans, on n'en pouvait rarement trouver quatre complètes, assez distantes pour se prêter à l'application de ces méthodes qui, calquées de trop près sur celles qui servent au calcul des orbites des petites planètes, ne sont point réellement pratiques dans le cas actuel. On a donc dû en chercher d'autres qui permissent d'employer un grand nombre d'observations et d'utiliser celles souvent incomplètes faites par W. Herschel de 1780 à 1804; c'est le résultat auquel est arrivé J. Herschel en 1833, en déterminant d'abord l'orbite apparente au moyen des observations elles-mêmes, et se servant ensuite de celle-ci pour obtenir l'orbite vraie. Cette marche a été adoptée par tous les astronomes qui, après J. Herschel, ont traité la question, et parmi lesquels nous citerons Y. Villarceau, Mädler, Klinkerfues, Thiele, Glasenapp, Seeliger, Kowalsky et Zwiers. Mais, de ces méthodes diverses, nous n'en retiendrons que trois : celle de J. Herschel à cause de son intérêt historique; celle de Kowalsky, la plus employée actuellement; et celle de Zwiers, si remarquable par sa grande simplicité.

IV. — Orbite apparente.

Le problème à résoudre est de déterminer l'orbite la plus propre à représenter l'ensemble des nombres obtenus par l'observation directe. On peut y arriver soit par un procédé graphique, soit par l'analyse; ces deux solutions ayant ce point de départ commun que, d'après les lois de la gravitation universelle et les règles des projections, l'orbite réelle et l'orbite apparente sont toutes deux des ellipses.

([1]) Encke, *Ueber die Berechnung der Bahnen der Doppelsterne* (*Berliner astronomisches Jahrbuch für* 1832, p. 253 et suiv.).

256. *Procédé graphique.* — A l'aide des deux coordonnées polaires données par chaque observation ou prises sur la courbe d'interpolation, on peut, en partant d'un point déterminé comme origine et d'un axe choisi, marquer sur une feuille de papier une série de points par lesquels doit passer ou dont doit être suffisamment voisine la courbe qui représente l'orbite apparente. En réalité, aucune ellipse ne peut passer exactement par tous ces points; mais il est facile d'en trouver une qui passe par certains d'entre eux et telle que les autres soient disposés, de part et d'autre, aussi près que possible de sa circonférence et forment, par leur réunion, une ligne légèrement ondulée autour d'elle; pour le tracé de cette ellipse, on se servira, par exemple, d'un ellipsographe ou de tout autre procédé, mais on devra ne négliger aucun soin pour avoir la meilleure ellipse possible et la ligne la plus fine. La mesure des distances apparentes maximum et minimum donne ensuite l'excentricité, la longueur du grand axe et sa direction; quant au point origine des coordonnées ou position de l'étoile principale, il occupe le foyer projeté de l'orbite réelle.

Herschel a trouvé ainsi, pour l'orbite apparente de γ Vierge :

Demi grand axe.....	5″,862
Position du grand axe.....	67°,20′
Excentricité.....	0,70332
Distance moyenne de l'étoile au centre...	4″,968
Vitesse angulaire apparente maximum...	—68°,833
Vitesse angulaire apparente minimum...	— 0°,193

257. *Procédé analytique.* — L'équation générale d'une ellipse, avec l'origine en un point qui est ici l'étoile principale, est

$$(1) \qquad F = ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0,$$

que l'on peut ramener à la forme

$$(2) \qquad Ax^2 + 2Hxy + By^2 + 2Gx + 2Fy + 1 = 0.$$

Cette équation renferme cinq constantes inconnues, et, par suite, cinq couples de valeurs de x et de y suffiront pour les déterminer.

On a, évidemment, si l'axe des x est dirigé vers le point nord,

$$x = r\cos p, \qquad y = r\sin p;$$

chaque observation donnera donc une relation entre les diverses inconnues et cinq observations, faites à différentes époques, suffiront pour déterminer l'orbite; dans la pratique, on en emploie un beaucoup plus grand nombre et l'on traite l'ensemble des équations ainsi obtenues par la méthode des moindres carrés.

Mais cette méthode est compliquée, et l'incertitude des données de l'observation a conduit M. Glasenapp à éviter l'emploi des moindres carrés. Dans l'état actuel de l'astronomie des étoiles doubles, sa méthode est très pratique; elle est la suivante :

Reprenons l'équation générale de l'orbite apparente, que Glasenapp a tracée d'abord par un procédé graphique,

$$(1) \qquad Ax^2 + 2Hxy + By^2 + 2Gx + 2Fy + 1 = 0;$$

faisons-y $y = 0$, elle se réduit à

$$Ax^2 + 2Gx + 1 = 0,$$

équation dont les racines x_1 et x_2 sont les abscisses des points d'intersection de cette orbite avec l'axe des x, abscisses que l'on mesure sur la courbe même; on a donc

$$A = \frac{1}{x_1 x_2} \qquad \text{et} \qquad G = -\frac{x_1 + x_2}{2x_1 x_2};$$

de même, les racines y_1 et y_2 de l'équation $By^2 + 2Fy + 1 = 0$, obtenue en faisant $x = 0$ dans (1), sont les ordonnées des points où l'orbite croise l'axe des y; elles se mesurent sur l'orbite apparente et donnent

$$B = \frac{1}{y_1 y_2}, \qquad F = -\frac{y_1 + y_2}{2y_1 y_2};$$

on a donc quatre, A, B, F et G, des cinq constantes inconnues. La dernière, H, se détermine au moyen de l'équation

$$H = -\frac{Ax^2 + By^2 + 2Gx + 2Fy + 1}{2xy},$$

dans laquelle on remplace x et y par les coordonnées d'un point convenablement choisi, et surtout tel que le produit xy ait une

valeur suffisamment grande; préférablement, on adoptera pour H la moyenne des valeurs obtenues avec plusieurs points de l'ellipse apparente.

En utilisant ainsi toutes les observations de γ Vierge jusqu'en 1892, See (¹) a obtenu, par cette méthode, les éléments suivants :

Longueur du grand axe.....	6″,824
Longueur du petit axe.....	3″,530
Angle du grand axe.....	140°,4
Angle du périastre.....	140°,4
Distance moyenne de l'étoile au centre...	3″,062

V. — Orbite réelle.

258. *Définitions.* — La courbe que nous venons de tracer, ou dont nous avons calculé l'équation, est la projection de l'orbite réelle sur un plan perpendiculaire à la ligne de visée; ses différents points représentent les projections sur ce plan des positions réelles du compagnon par rapport à l'étoile principale supposée immobile. Nous devons en déduire ces positions réelles aux mêmes instants et aussi la forme et les dimensions de l'*orbite réelle* parcourue par ce compagnon; ces positions et cette orbite sont déterminées par un certain nombre d'éléments dont il faut trouver les valeurs numériques dans chaque cas particulier.

Ils sont de deux sortes : les *éléments géométriques,* qui définissent la forme, la position et les dimensions de l'orbite; et les *éléments dynamiques,* qui servent à obtenir la position, à un instant donné, du compagnon sur cette orbite.

Les *éléments géométriques* sont :

i, inclinaison du plan de l'orbite sur le plan tangent à la sphère à l'étoile principale (perpendiculaire à la ligne de visée);

☊, longitude du nœud, ou angle de position de la ligne d'intersection du plan de l'orbite avec le plan tangent;

e, excentricité de l'ellipse;

(¹) T. J. J. See, *Researches on the evolution of the stellar systems;* Lynn [Mass. (U. S. A.)], vol. I, p. 126; 1896.

λ, angle que fait, dans le plan de l'orbite, la ligne des nœuds avec celle des apsides ou du périastre et compté de 0° à 360° dans le même sens que les anomalies, du nœud vers le périastre.

Au lieu de cet angle λ, on emploie parfois le suivant :

ϖ, angle de position de l'étoile au moment de son passage au périastre, angle compté à partir de la même origine que ☊ et dans le même sens; ces deux éléments sont liés par la relation

$$\operatorname{tang}(\varpi - \Omega) = \cos i \operatorname{tang}\lambda.$$

Les *éléments dynamiques* sont :

T, époque du périastre, ou temps du passage du compagnon en ce point, temps compté en années et fractions d'année;

P, durée de la révolution en années, à laquelle il faut ajouter le sens du mouvement, c'est-à-dire le sens dans lequel augmentent les angles de position.

Au lieu de cette durée P, on emploie souvent l'élément suivant :

n, moyen mouvement angulaire annuel, ou angle décrit en moyenne en un an par le rayon vecteur; on doit y ajouter le signe + si l'angle de position augmente d'année en année, le signe — dans le cas contraire.

Ces deux éléments sont liés l'un à l'autre par la relation

$$n\mathrm{P} = 360°.$$

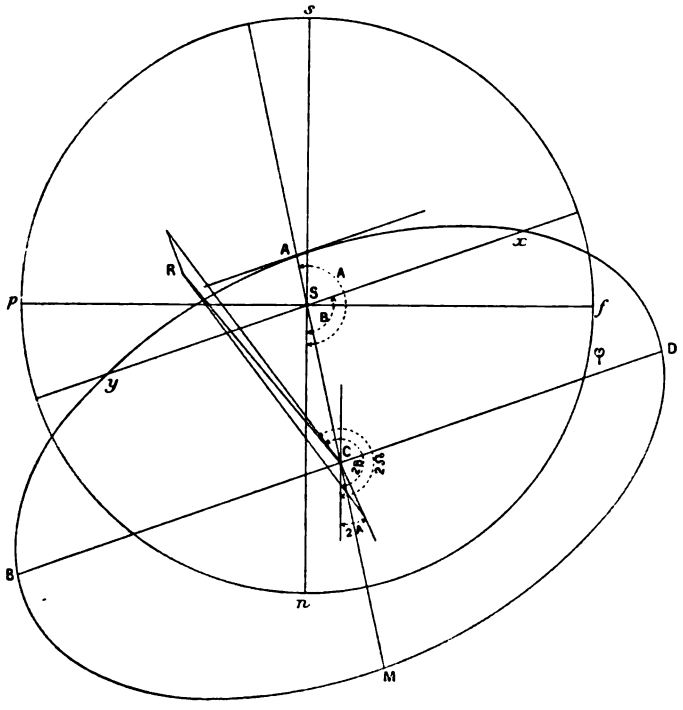
MÉTHODE DE J. HERSCHEL.

259. *Éléments géométriques.* — La méthode de J. Herschel, en grande partie graphique, est la suivante :

La courbe ABMD (*fig.* 32), qui représente l'orbite apparente, est la projection de l'orbite réelle sur un plan perpendiculaire à la ligne de visée : d'après les lois de la gravitation, l'orbite réelle est une ellipse dont l'étoile principale S occupe un des foyers; d'autre part, le centre C de l'orbite apparente est la projection du centre de l'orbite réelle; par conséquent le diamètre MA de l'orbite apparente qui passe par l'étoile principale est la projection 2α du grand axe de l'orbite réelle, et le diamètre BD conjugué

du premier, c'est-à-dire parallèle à la tangente en A, est la projection 2β du petit axe; A et M sont les projections du périastre et de l'apoastre, et les temps de passages de l'astre projeté par ces deux points sont le temps T de passage du compagnon par le

Fig. 32.



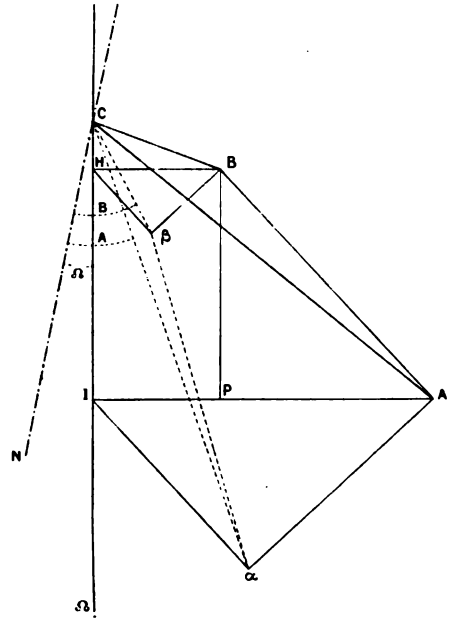
périastre et celui T′ de son passage par l'apoastre dans l'orbite réelle. Enfin, les longueurs portées sur le grand axe réel, ayant entre elles le même rapport que leurs projections, le rapport $\frac{CS}{CA}$ (on mesurera les longueurs avec un compas) donne l'excentricité e de l'orbite réelle et, par suite, $\frac{1}{\sqrt{1-e^2}}$ est le rapport $\frac{a}{b}$ des deux axes de cette orbite.

D'un autre côté, soient x et y les points équidistants de S, où la parallèle ySx au diamètre BD coupe la circonférence de l'ellipse; et, sur le cercle $nfsp$, dont le centre est à l'étoile principale et

sur lequel on compte (de n vers f, sn étant le cercle horaire de S) les angles de position, mesurons les angles de position A et B de SA et de Sx; le premier est l'angle de position du périastre projeté, c'est *l'angle* ϖ.

Cherchons maintenant les angles ☊ et i; pour y arriver, nous comparons (*fig.* 33) le triangle ABC (rectangle en C) formé dans

Fig. 33.



le plan de l'orbite réelle par son centre C et ses sommets AB, à sa projection $C\alpha\beta$ sur le plan de l'orbite apparente; des points A et α, abaissons des perpendiculaires sur la ligne des nœuds, elles couperont cette ligne en un même point I, et si l'on suppose α et β mesurées à notre échelle, on aura

$$a^2 = \overline{CI}^2 + \overline{AI}^2.$$

Or,

$$CI = \alpha \cos(A - \Omega), \qquad AI = I\alpha \operatorname{séc} i = \alpha \sin(A - \Omega) \operatorname{séc} i,$$

d'où

$$a^2 = \alpha^2 \cos^2(A - \Omega) + \alpha^2 \sin^2(A - \Omega) \operatorname{séc}^2 i,$$

et aussi

$$b^2 = \beta^2 \cos^2(B - \beta) + \beta^2 \sin^2(B - \Omega) \sec^2 i,$$

et comme

$$\overline{AB}^2 = a^2 + b^2,$$

il vient

$$(1) \quad \left\{ \begin{aligned} a^2 + b^2 = &+ \alpha^2 \cos^2(A - \Omega) + \alpha^2 \sin^2(A - \Omega) \sec^2 \\ &+ \beta^2 \cos \quad B - \Omega) + \beta^2 \sin^2(B - \Omega) \sec^2 i. \end{aligned} \right.$$

D'autre part, dans le plan HBAI de l'orbite réelle, menons BP perpendiculaire à AI et, par suite, parallèle à la ligne des nœuds, nous aurons

$$a^2 + b^2 = \overline{AB}^2 = \overline{BP}^2 + \overline{PA}^2.$$

Or, on a

$$HI = IC - HC = \alpha \cos(A - \Omega) - B \cos(A - \Omega),$$
$$PA = IA - HB = [\alpha \sin(A - \Omega) - \beta \sin(B - \Omega)] \sec i;$$

on aura donc pour $(a^2 + b^2)$ la nouvelle expression,

$$a^2 + b^2 = [\alpha \cos(A - \beta) - \beta \cos(B - \Omega)]^2 + [\alpha \sin(A - \Omega) - \beta \sin(B - \Omega)]^2 \sec^2 i,$$

développons

$$(2) \quad \left\{ \begin{aligned} &\alpha^2 \cos^2(A - \Omega) + \beta^2 \cos^2(B - \Omega) - 2\alpha\beta \cos(A - \Omega) \cos(B - \Omega) \\ &+ [\alpha^2 \sin^2(A - \Omega) + \beta^2 \sin^2(B - \Omega) - 2\alpha\beta \sin(A - \Omega) \sin(B - \Omega)] \sec^2 i = a^2 + b^2, \end{aligned} \right.$$

et, par suite, en retranchant (2) de (1),

$$(3) \quad \cos(A - \Omega) \cos(B - \Omega) + \sin(A - \Omega) \sin(B - \Omega) \sec^2 i = 0;$$

substituons cette valeur dans la valeur de a^2, nous aurons

$$\frac{a^2}{\alpha^2} = \sin^2(A - \Omega) \cos(A - \Omega) \cos(B - \Omega) - \cos^2(A - \Omega) \sin(A - \Omega) \sin(B - \Omega),$$
$$= \frac{1}{2} \sin(A - B) \sin 2(A - \Omega);$$

par permutation, on aura

$$\frac{b^2}{\beta^2} = \frac{1}{2} \sin(B - A) \sin 2(B - \Omega),$$

d'où en divisant

$$(4) \qquad \frac{b^2\alpha^2}{a^2\beta^2} = \frac{\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^2}{\left(\frac{a}{b}\right)^2} = \frac{\sin 2(B-\Omega)}{\sin 2(A-\Omega)},$$

formule qui conduit pour *le nœud* à la construction graphique suivante :

Par le centre C (*fig.* 3) de l'ellipse apparente menons (en allant dans le sens où sont comptés les angles de position) deux lignes correspondant aux angles de position 2A et 2B, puis parallèlement à celles-ci deux lignes qui en soient distantes de $\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^2$ et $\left(\frac{a}{b}\right)^2$ et soit R leur point d'intersection; on voit aisément que la ligne CR aura un angle de position égal à 2Ω. Cette construction donne réellement deux angles différents de 180°; nous prenons arbitrairement pour le nœud ascendant celui qui est compris entre 0° et 180°.

L'équation (3), ou son équivalente

$$(5) \qquad \cos^2 i = \operatorname{tang}(A-\Omega)\operatorname{tang}(B-\Omega),$$

fait ensuite connaître l'*inclinaison i*.

Et si, dans l'équation

$$\operatorname{tang}(\varpi-\Omega) = \cos i \operatorname{tang}\lambda$$

on remplace $\cos i$ par sa valeur, on aura pour déterminer λ l'équation

$$(6) \qquad \operatorname{tang}^2\lambda = \frac{\operatorname{tang}(A-\Omega)}{\operatorname{tang}(B-\Omega)}.$$

Quant à la valeur du *demi grand axe,* on l'a fort simplement. Les distances mesurées r dans le plan de l'orbite apparente sont les projections des rayons vecteurs ρ de l'orbite réelle; si donc l est l'angle de deux de ces droites correspondantes, on a

$$r = \rho\cos l,$$

et, par suite, à une époque marquée par l'anomalie vraie v,

$$r = \frac{a(1-e^2)}{1+e\cos v}\cos l;$$

or, à l'époque du périastre $v = 0$ et $r = \alpha$, d'où

$$\alpha = a(1-e)\cos l.$$

Si u est l'argument de la latitude, $u = v + \lambda$, et l'on sait que

$$\sin l = \sin i \sin u,$$

pour $v = 0$; on a donc

$$\sin l = \sin i \sin \lambda,$$

et, en remplaçant,

$$(7) \qquad a = \frac{\alpha}{1 - e} \frac{1}{\sqrt{1 - \sin^2 i \sin^2 \lambda}}.$$

260. *Éléments mécaniques.* — Reste à obtenir la *durée* P *de la révolution* ou *le moyen mouvement,* et l'*époque* T *du périastre;* on peut procéder de différentes façons et se servir soit de l'orbite apparente, soit de l'orbite réelle.

1° On trace l'orbite apparente sur une feuille de carton d'épaisseur uniforme; on la découpe soigneusement et on la pèse avec une balance très sensible.

On détache alors successivement deux secteurs correspondants, l'un à la portion de courbe comprise entre les deux dates extrêmes d'observation, l'autre à l'une de ces dates et au périastre, et on les pèse de la même façon.

Les poids ainsi obtenus sont proportionnels aux aires, et celles-ci proportionnelles aux temps aussi bien dans l'orbite projetée que dans l'orbite réelle;

2° Procédant de la même manière, on substitue aux pesées des mesures planimétriques;

3° Soient p et p' les angles de position aux dates extrêmes t_1 et t_2 (déduits de la courbe d'interpolation et non des observations elles-mêmes), on détermine successivement l'anomalie vraie et l'anomalie excentrique correspondantes à l'aide des formules du mouvement elliptique

$$\operatorname{tang}(p - \Omega) = \cos i \operatorname{tang}(v + \lambda),$$

$$\operatorname{tang}\frac{v}{2} = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \operatorname{tang}\frac{E}{2};$$

d'autre part la formule de Képler

$$M = n(t - T) = E - e \sin E$$

permet de calculer les valeurs M_1 et M_2 de $(E - e \sin E)$ corres-

pondant aux époques t_1 et t_2; on a ainsi

$$M_2 - M_1 = n(t_2 - t_1),$$

$$(8) \qquad n = \frac{M_2 - M_1}{t_2 - t_1}, \qquad P = 360^\circ \frac{t_2 - t_1}{M_2 - M_1}$$

et

$$(9) \qquad T = \frac{nt_1 - M_1}{n} = \frac{nt_2 - M_2}{n}.$$

261. L'application de cette méthode a donné à Sir John Herschel pour éléments de l'orbite réelle de γ Vierge

$$\begin{aligned} P &= 513,28, \\ T &= 1834,01, \\ e &= 0,88717, \\ a &= 11''830, \\ \Omega &= 87^\circ 50', \\ i &= 31^\circ 0, \\ \varpi &= 17^\circ 51', \\ n &= -0^\circ 70137. \end{aligned}$$

MÉTHODE DE KOWALSKY ET GLASENAPP.

262. *Éléments géométriques* (¹). — L'orbite réelle est une section plane du cylindre droit circonscrit à l'orbite apparente, section menée par l'étoile principale; par rapport à un système d'axes ayant pour origine l'étoile principale et le plan de l'orbite apparente pour plan des xy, l'axe des x étant dirigé vers le point nord et l'axe des z parallèle aux génératrices du cylindre, l'équation de celui-ci est

$$(1) \qquad Ax^2 + 2Hxy + By^2 + 2Gx + 2Fy + 1 = 0,$$

sans changer l'origine; prenons de nouveaux axes de coordonnées où le plan des $x'y'$ soit le plan de l'orbite réelle, l'axe des x' étant la ligne des nœuds et l'axe Oz' faisant avec l'axe Oz l'angle i, nous

(¹) KOWALSKY, *Sur la détermination des orbites des étoiles doubles* (*Procès-verbaux de l'Université impériale de Kasan*, 1873).

S. GLASENAPP, *On a graphical method for determining the orbit of a binary star* (*Monthly notices of the R. A. S.*, vol. XLIX, p. 276).

aurons évidemment les relations

$$\begin{aligned} x &= x' \cos\Omega - y' \sin\Omega \cos i + z' \sin\Omega \sin i, \\ y &= x' \sin\Omega + y' \cos\Omega \cos i - z' \cos\Omega \sin i, \\ z &= \qquad\quad + y' \sin i \qquad\quad + z' \cos i. \end{aligned}$$

Si dans ces équations nous faisons $z' = 0$, les coordonnées x, y, z résultantes

$$(2) \qquad \left\{ \begin{aligned} x &= x' \cos\Omega - y' \sin\Omega \cos i, \\ y &= x' \sin\Omega + y' \cos\Omega \cos i, \\ z &= \qquad\qquad\quad y' \sin i \end{aligned} \right.$$

caractériseront un point quelconque du plan de l'orbite réelle, et, en les remplaçant par leurs valeurs dans (1), on aura l'équation de la section du cylindre par le plan de l'orbite réelle, c'est-à-dire l'équation de l'orbite réelle; la coordonnée z n'entrant évidemment pas en compte ici, puisqu'il s'agit d'un cylindre dont l'axe lui est parallèle, les valeurs précédentes se réduisent à

$$\begin{aligned} x &= x' \cos\Omega - y' \sin\Omega \cos i, \\ y &= x' \sin\Omega + y' \cos\Omega \cos i \quad (^1). \end{aligned}$$

En les portant dans (1) et supprimant les accents, on aura pour équation de l'orbite réelle dans son plan

$$(3) \qquad \left\{ \begin{aligned} & \mathrm{A}(x \cos\Omega - y \sin\Omega \cos i)^2 \\ & + 2\mathrm{H}(x \cos\Omega - y \sin\Omega \cos i)(x \sin\Omega + y \cos\Omega \cos i) \\ & + \mathrm{B}(x \sin\Omega + y \cos\Omega \cos i)^2 \\ & + 2\mathrm{G}(x \cos\Omega - y \sin\Omega \cos i) \\ & + 2\mathrm{F}(x \sin\Omega + y \cos\Omega \cos i) + 1 = 0, \end{aligned} \right.$$

où l'origine des coordonnées est le foyer de l'ellipse; d'autre part si l'on suppose l'ellipse rapportée à deux axes de coordonnées

---

(1) Soit

$$y \cos i = y'',$$

on aura

$$\begin{aligned} x &= x' \cos\Omega - y'' \sin\Omega, \\ y &= x' \sin\Omega + y'' \cos\Omega; \end{aligned}$$

relations qui représentent un changement de coordonnées dans lequel les ordonnées y' ont été réduites dans le rapport de $\cos i$ à 1, tandis que l'axe des x' tournait de l'angle Ω.

dont l'axe des x soit le grand axe et l'origine le foyer, son équation est

$$\left(\frac{x+ae}{a^2}\right)^2+\frac{y^2}{b^2}=1;$$

faisons tourner l'axe des x d'un angle λ du grand axe vers la ligne des nœuds, puisque le sens de la rotation est négatif; on a

$$x=x'\cos\lambda+y'\sin\lambda,\qquad y=x'\sin\lambda+y'\cos\lambda,$$

d'où, en remplaçant dans l'équation précédente, et enlevant les accents

$$(4)\qquad \left(\frac{x\cos\lambda+y\sin\lambda+ae}{a^2}\right)^2+\left(\frac{-x\sin\lambda+y\cos\lambda}{b^2}\right)^2=1,$$

qui représente l'équation de l'ellipse rapportée à son foyer et à la ligne des nœuds.

Les deux équations (3) et (4), représentant la même courbe par rapport aux mêmes axes de coordonnées, sont nécessairement identiques, et, par suite, les coefficients des mêmes puissances des variables sont proportionnels. On a ainsi les relations suivantes, où ε désigne un facteur arbitraire :

$$(5)\qquad \varepsilon\left(\frac{\cos^2\lambda}{a^2}+\frac{\sin^2\lambda}{b^2}\right)=\mathrm{A}\cos^2\Omega+\mathrm{B}\sin^2\Omega+\mathrm{H}\sin 2\Omega,$$

$$(6)\qquad \varepsilon\left(\frac{\sin^2\lambda}{a^2}+\frac{\cos^2\lambda}{b^2}\right)=(\mathrm{A}\sin^2\Omega+\mathrm{B}\cos^2\Omega-\mathrm{H}\sin 2\Omega)\cos^2 i,$$

$$(7)\qquad \varepsilon\left(\frac{1}{a^2}-\frac{1}{b^2}\right)\sin 2\lambda=(-\mathrm{A}\sin 2\Omega+\mathrm{B}\sin 2\Omega+2\mathrm{H}\cos 2\Omega)\cos i,$$

$$(8)\qquad \varepsilon\frac{e\cos\lambda}{a}=\mathrm{G}\cos\Omega+\mathrm{F}\sin\Omega,$$

$$(9)\qquad \varepsilon\frac{e\sin\lambda}{a}=(-\mathrm{G}\sin\Omega+\mathrm{F}\cos\Omega)\sin i,$$

$$(10)\qquad \varepsilon(1-e^2)=-1.$$

Cette dernière équation donne

$$\varepsilon=-\frac{1}{1-e^2},$$

d'où, si l'on pose $p=a(1-e^2)$,

$$\varepsilon=-\frac{a}{p},$$

et aussi, par conséquent,

$$\frac{e^2}{p^2} = \varepsilon\left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}\right).$$

Maintenant (8) et (9) donnent

$$(a) \qquad \begin{cases} e\sin\lambda = -p(\mathrm{F}\cos\Omega - \mathrm{G}\sin\Omega)\cos i, \\ e\cos\lambda = -p(\mathrm{F}\sin\Omega + \mathrm{G}\cos\Omega); \end{cases}$$

Multiplions (8) par (9) et réduisons, nous trouverons

$$\frac{e^2}{p^2}\sin 2\lambda = (\mathrm{F}^2\sin^2\Omega - \mathrm{G}^2\sin 2\Omega + 2\mathrm{FG}\cos 2\Omega)\cos i;$$

l'équation (7) donne

$$\frac{e^2}{p^2}\sin 2\lambda = (-\mathrm{A}\sin 2\Omega + \mathrm{B}\sin 2\Omega + 2\mathrm{H}\cos 2\Omega)\cos i,$$

et, par conséquent,

$$(11) \qquad (\mathrm{F}^2 - \mathrm{G}^2 - \mathrm{A} - \mathrm{B})\sin 2\Omega + 2(\mathrm{FG} - \mathrm{H})\cos 2\Omega = 0.$$

Soustrayons (6) de (5), nous aurons

$$\frac{e^2}{p^2}\cos 2\lambda = \varepsilon\left(\frac{\cos^2\lambda - \sin^2\lambda}{a^2} - \frac{\cos^2\lambda - \sin^2\lambda}{b^2}\right);$$

la différence des carrés de $e\cos\lambda$ et $e\sin\lambda$ (a) donne une autre valeur de $\frac{e^2}{p^2}\cos 2\lambda$. Égalons ces deux valeurs de $\frac{e^2}{p^2}\cos 2\lambda$, et résolvons par rapport à $\cos i$, nous aurons

$$(12) \qquad \cos^2 i = \frac{(\mathrm{F}^2 - \mathrm{B})\sin^2\Omega + (\mathrm{G}^2 - \mathrm{A})\cos^2\Omega + (\mathrm{FG} - \mathrm{H})\sin 2\Omega}{(\mathrm{F}^2 - \mathrm{B})\cos^2\Omega + (\mathrm{G}^2 - \mathrm{A})\sin^2\Omega - (\mathrm{FG} - \mathrm{H})\sin 2\Omega};$$

les formes du dénominateur et du numérateur montrent que si l'on peut poser

$$\cos^2 i = \frac{\mathrm{P}}{\mathrm{Q}},$$

d'où

$$\tang^2 i = \frac{\mathrm{Q} - \mathrm{P}}{\mathrm{P}} = \frac{\mathrm{Q} + \mathrm{P}}{\mathrm{P}} - 2,$$

nous aurons

$$(b) \qquad \tang^2 i = \frac{\mathrm{F}^2 + \mathrm{G}^2 - (\mathrm{A} + \mathrm{B})}{\mathrm{P}} - 2.$$

Le premier membre de (6) peut s'écrire

$$\varepsilon\left(\frac{\sin^2\lambda}{a^2}+\frac{\cos^2\lambda}{b^2}\right)=\frac{e^2}{p^2}\sin^2\lambda-\frac{1}{p^2},$$

et, par conséquent, on a

$$\frac{e^2}{p^2}\sin^2\lambda-\frac{1}{p^2}=(A\sin^2\Omega+B\cos^2\Omega-H\sin 2\Omega)\cos^2 i.$$

Or l'équation (9) élevée au carré donne

$$\frac{e^2}{p^2}\sin^2\lambda=(F^2\cos^2\Omega+G^2\sin^2\Omega-FG\sin 2\Omega)\cos^2 i;$$

on a donc

$$(13)\qquad \frac{1}{p^2}=[(F^2-B)\cos^2\Omega+(G^2-A)\sin^2\Omega-(FG-H)\sin 2\Omega)]\cos^2 i,$$

ou, par (2),

$$(14)\qquad \frac{1}{p^2}=(F^2-B)\sin^2\Omega+(G^2-A)\cos^2\Omega+(FG-H)\sin 2\Omega=P$$

et par suite, par (b),

$$(15)\qquad \frac{2}{p^2}+\frac{\tang^2 i}{p^2}=F^2+G^2-(A+B).$$

Dans la formule (14), remplaçons $\sin^2\Omega$ et $\cos^2\Omega$ en fonction de $\cos 2\Omega$, nous aurons

$$(16)\qquad \left\{\begin{aligned}\frac{2}{p^2}&=[F^2+G^2-(A+B)]-(F^2-G^2+A-B)\cos 2\Omega\\&\quad+2(FG-H)\sin 2\Omega,\end{aligned}\right.$$

et, en retranchant de (13),

$$(17)\qquad \frac{\tang^2 i}{p^2}=(F^2-G^2+A-B)\cos 2\Omega-2(FG-H)\sin 2\Omega.$$

Multiplions (11) par $\sin 2\Omega$ et (17) par $\cos 2\Omega$, retranchons le second résultat du premier, nous aurons

$$(18)\qquad \frac{\tang^2 i}{p^2}\sin 2\Omega=-2(FG-H).$$

Multiplions, au contraire, (11) par $\cos 2\Omega$, (17) par $\sin 2\Omega$, et

ajoutons les produits, nous aurons

$$(19)\qquad \frac{\tang^2 i}{p^2}\cos 2\Omega = F^2 - G^2 + A - B.$$

Cette analyse nous conduit donc à l'ensemble d'équations

$$(20)\qquad \left\{\begin{aligned}
\frac{\tang^2 i}{p^2}\sin 2\Omega &= -2(FG - H),\\
\frac{\tang^2 i}{p^2}\cos 2\Omega &= F^2 - G^2 + A - B,\\
\frac{2}{p^2} + \frac{\tang^2 i}{p^2} &= F^2 + F^2 - (A + B),\\
e\sin\lambda &= -p(F\cos\Omega - G\sin\Omega)\cos i,\\
e\cos\lambda &= -p(F\sin\Omega + G\cos\Omega),\\
a &= \frac{p}{1 - e^2},
\end{aligned}\right.$$

qui permettent d'obtenir Ω, i, p, λ, e, a, en fonction des quantités connues A, B, F, G et H.

263. *Éléments mécaniques.* — On les obtiendrait par l'un des moyens que nous avons indiqués plus haut (n° **17**).

264. L'application de cette méthode a donné à M. See [1] les valeurs suivantes pour l'orbite réelle de γ Vierge :

$$\begin{aligned}
P &= 194,0 \text{ ans},\\
T &= 1836,53,\\
e &= 0,8974,\\
a &= 3'',989,\\
\Omega &= 50^\circ,4,\\
i &= 31^\circ,0,\\
\lambda &= 270^\circ,0,\\
n &= -1^\circ,8557.
\end{aligned}$$

qui, quoique différant parfois beaucoup de celles données par Sir John Herschel, ont avec elles ceci de commun qu'elles attribuent à l'orbite une excentricité considérable.

---

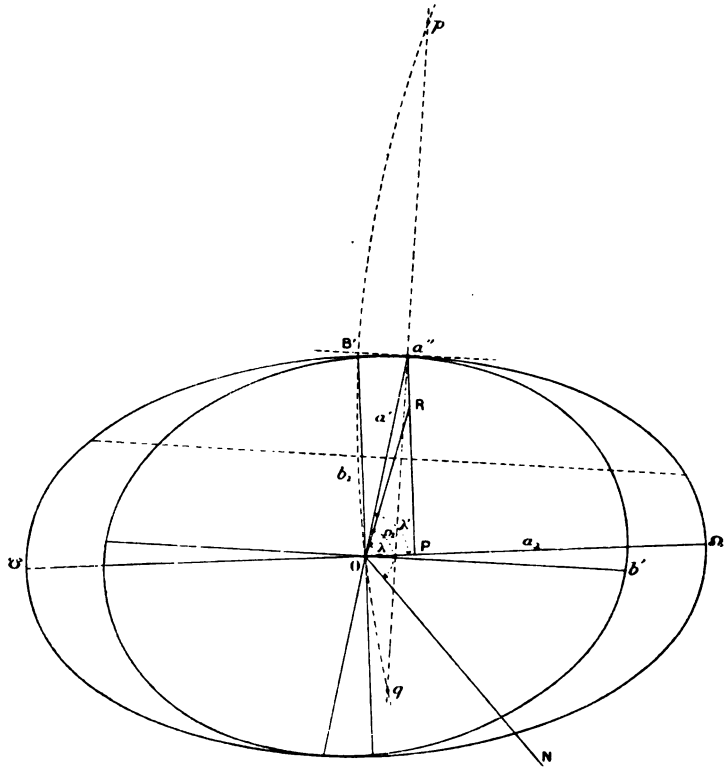
[1] *Loc. cit.*, p. 126.

MÉTHODE DE ZWIERS.

265. *Éléments géométriques.* — Zwiers [1] ne s'occupe, lui aussi, que des éléments géométriques. Sa méthode peut se décomposer en deux parties :

a. Forme graphique. — L'orbite apparente donne la pro-

Fig. 34.



jection Oa'' sur son plan (*fig.* 34) du grand axe de l'orbite réelle, celle O de son centre et la valeur de l'excentricité.

---

[1] ZWIERS, *Ueber eine neue Methode zur Bestimmung von Doppelsternbahnen* (*Astronomische Nachrichten*, n° 3336).

On a donc, par

$$k = \frac{1}{\sqrt{1 - e^2}},$$

le rapport dans lequel il faut augmenter toutes les ordonnées de l'orbite réelle perpendiculaires au grand axe, pour avoir le cercle de l'excentrique E de Képler; supposons-le décrit autour de l'orbite réelle et projeté avec elle; d'autre part, nous savons tracer la projection Ob' du petit axe de l'orbite réelle, puisque c'est le diamètre de l'ellipse apparente conjugué à la projection connue du grand axe.

Ceci posé, prolongeons dans le rapport de k à 1 les ordonnées de l'orbite apparente parallèles à Ob', nous aurons une nouvelle section conique $\Omega a'' \Omega$, qui est évidemment la projection du cercle E; nous l'appellerons *ellipse auxiliaire,* car, une fois construite, elle résout le problème à elle seule.

En effet il résulte évidemment de son origine que :

1° Le demi-grand axe a_1 de l'ellipse auxiliaire, lequel est égal au rayon du cercle E, est égal au demi grand axe a de l'orbite vraie;

2° Sa direction est celle de la ligne des nœuds et son angle de position égal à Ω;

3° Le rapport $\frac{b_1}{a_1}$ des deux demi-axes de cette ellipse est le cosinus de l'angle d'inclinaison i;

4° L'angle λ' de son grand axe avec la projection Oa'' du grand axe de l'orbite réelle est la projection de l'angle $\lambda = (\varpi - \Omega)$ que fait, dans le plan de l'orbite, la ligne des nœuds avec celle des apsides ou du périastre; cet angle est donc donné par

$$\text{(1)} \qquad \operatorname{tang} \lambda' = \operatorname{tang} \lambda \cos i,$$

d'où

$$\operatorname{tang}(\varpi - \Omega) = \frac{a_1}{b_1} \operatorname{tang} \lambda'$$

et par suite l'angle ϖ.

Cet angle ϖ peut être obtenu d'une autre manière purement graphique [1] : toutes les distances perpendiculaires à la ligne des

[1] N. Russel, *A new graphical method of determining the elements of a double-star orbit* (*Astronomical Journal,* n° 434).

nœuds étant réduites par projection dans le rapport $\frac{1}{k}$, si l'on abaisse de la position apparente a'' du périastre une perpendiculaire a''P sur la ligne des nœuds, et si, sur cette perpendiculaire, on prend un point R tel que

$$PR = \frac{a''P}{k},$$

R sera la position que le périastre devrait occuper si l'orbite avait tourné autour du grand axe de l'orbite auxiliaire dans le plan de visée. Par conséquent, l'angle $\widehat{POR}$ sous-tendu par PR au centre de l'ellipse auxiliaire est l'angle $\lambda = \varpi - \Omega$ entre le nœud et le périastre dans le plan de l'orbite vraie, angle qu'il est facile de mesurer et qui donne l'angle ϖ.

Ainsi aux mesures qui nous ont donné e, il suffit d'ajouter celles des deux axes $a_1 b_1$ ainsi que des angles Ω et λ' ou λ pour avoir tous les éléments géométriques de l'orbite; l'application de ce procédé sera des plus rapides si l'on a un moyen simple et précis pour tracer les deux axes de l'ellipse auxiliaire. Ce moyen le voici.

Les axes de l'orbite réelle sont deux diamètres rectangulaires du cercle de Képler : les droites suivant lesquelles ils se projettent sont donc deux diamètres conjugués de l'ellipse auxiliaire, diamètres qu'il est bien facile de tracer puisque nous connaissons l'un d'eux (la projection du grand axe).

Soit a'' l'extrémité de ce diamètre sur l'ellipse auxiliaire; sur la normale à l'ellipse en ce point, et de part et d'autre du point de contact, prenons deux longueurs $a''p$, $a''q$ égales à la longueur b'' du conjugué de Oa''. Par les points p, q et le centre O décrivons une circonférence qui coupera en A' et B' la tangente à l'ellipse auxiliaire en a'' : les droites OA' et OB' seront les axes cherchés [1].

b. Forme analytique. — Les formules qui traduisent analytiquement cette méthode sont d'une égale simplicité.

---

[1] Pour ne pas donner à la figure des dimensions exagérées, nous n'avons marqué que l'un, B', de ces deux points.

Soient :

e l'excentricité de l'orbite vraie déduite de l'orbite apparente :

a' la projection du demi grand axe mesurée sur l'ellipse apparente ;

b' le demi-diamètre conjugué de a' mesuré de même ;

p_1 et p_2 les angles de position des directions a' et b' (p_1 donne la direction dans laquelle l'étoile principale est vue du centre O, la direction p_2 fait avec la direction p_1 un angle aigu).

Nous remarquerons que le diamètre b'' conjugué à a' dans l'ellipse auxiliaire est donné par

$$b'' = kb',$$

et calculerons

$$k = \frac{1}{\sqrt{1-e^2}}, \qquad b'' = kb'.$$

Ceci posé, les théorèmes d'Apollonius donnent entre les demi-axes a_1 et b_1 de l'ellipse auxiliaire et les diamètres conjugués a' et b'' les relations

$$a_1^2 + b_1^2 = a'^2 + b''^2,$$
$$a_1 b_1 = a' b'' \sin(p_1 - p_2),$$

où le sinus est toujours pris positivement.

On en déduit

$$(a_1 + b_1)^2 = a'^2 + b''^2 + 2a'b'' \sin(p_1 - p_2) = m^2,$$
$$(a_1 - b_1)^2 = a'^2 + b''^2 - 2a'b'' \sin(p_1 - p_2) = n^2.$$

m^2 et n^2 représentant par abréviation les seconds membres de ces équations ; on a

$$a_1 = \frac{m+n}{2}, \qquad b_1 = \frac{m-n}{2},$$

relations qui font connaître les quantités auxiliaires a_1 et b_1, et par suite le demi grand axe a et l'inclinaison i par les relations

$$a = a_1, \qquad \frac{b_1}{a_1} = \cos i.$$

D'autre part, en rapportant l'ellipse auxiliaire à ses deux axes, on a pour le point a''

$$\frac{(a'\cos\lambda')^2}{a_1^2} + \frac{(a'\sin\lambda')^2}{b_1^2} = 1,$$

d'où

$$\operatorname{tang}\lambda' = \frac{b_1}{a_1}\sqrt{\frac{a_1^2 - a'^2}{a'^2 - b_1^2}},$$

où l'on prend pour λ' le signe de $(p_1 - p_2)$: cette équation fournit λ' et, par suite, Ω, puisque

$$\Omega = p_1 - \lambda';$$

de plus, elle équivaut à

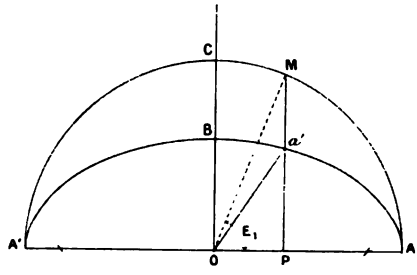
$$\operatorname{tang}\lambda' = \sqrt{\frac{a_1^2 - a'^2}{a'^2 - b_1^2}}\cos i,$$

d'où l'on conclut

$$\operatorname{tang}\lambda = \sqrt{\frac{a_1^2 - a'^2}{a'^2 - b_1^2}}.$$

Or, si dans l'ellipse auxiliaire E est l'anomalie excentrique d'un

Fig. 35.



de ses points, et x et y ses coordonnées par rapport aux deux axes, on a en général

$$x = a_1 \cos E, \qquad y = b_1 \sin E.$$

Supposons que ce point soit le point a'' (*fig.* 35) et soit E_1 la valeur de E correspondante; on aura

$$a'^2 = a_1^2 \cos^2 E_1 - b_1^2 \sin^2 E_1,$$

d'où

$$\operatorname{tang} E_1 = \pm\sqrt{\frac{a_1^2 - a'^2}{a'^2 - b_1^2}} = \operatorname{tang}\lambda$$

et, par suite,

$$E_1 = \lambda.$$

Ainsi l'angle λ, qui dans le plan de l'orbite réelle mesure la

distance angulaire du périastre au nœud, est égal à l'anomalie excentrique du périastre apparent dans l'ellipse auxiliaire.

266. *Récapitulation des formules.* — Le Tableau des opérations et formules nécessaires est donc le suivant :

A. *Mesurer sur l'orbite apparente*

$$e, \quad a', \quad b', \quad p_1 \quad \text{et} \quad p_2.$$

B. *Calculer*

$$k = \frac{1}{\sqrt{1-e^2}}, \qquad b'' = kb',$$

$$m = \sqrt{a'^2 + b''^2 + 2ab'\sin(p_1 - p_2)}, \qquad n = \sqrt{a'^2 + b''^2 - 2a'b'\sin(p_1 - p_2)},$$

d'où

$$a_1 = \frac{m+n}{2}, \qquad b_1 = \frac{m-n}{2},$$

et

$$a = a_1, \qquad \cos i = \frac{b_1}{a_1};$$

puis,

$$\operatorname{tang}\lambda' = \pm\frac{b_1}{a_1}\sqrt{\frac{a_1^2 - a'^2}{a'^2 - b_1^2}}.$$

et

$$\Omega = p_1 - \lambda'.$$

On prendra garde que dans l'emploi des formules précédentes tous les angles doivent être comptés dans le même sens que les angles de position.

VI. — Calculs et graphiques auxiliaires.

Le calcul des éléments dynamiques et la comparaison ultérieure des observations aux positions déduites de l'orbite calculée sont facilités par des moyens auxiliaires communs à toutes les méthodes précédentes. Les plus importants sont les deux suivants.

267. *Résolution de l'équation de Képler.* — Dans l'étude du mouvement des planètes, on résout cette équation par des

séries de la forme

$$E = M + e \sin M + c\left(\frac{e}{2}\right) \sin 2M + \ldots,$$

qui, en raison de la faible valeur de l'excentricité e, sont alors rapidement convergentes; mais, ainsi que nous l'avons vu pour γ Vierge et comme le montrera mieux la suite de cette étude, les orbites des étoiles doubles sont en général fort excentriques; ce procédé de résolution ne leur est donc point applicable, et le calcul direct se trouve alors à peu près impuissant; aussi on a cherché à résoudre l'équation graphiquement. Cette solution a été indiquée pour la première fois par Waterston (1849) et redécouverte quelques années plus tard (1863) par Ed. Dubois ([1]).

L'équation à résoudre

$$(1) \qquad M = nt = E - e \sin E$$

peut être considérée comme résultant de la combinaison des deux équations

$$(2) \qquad y = \sin E$$

et

$$(3) \qquad y = (E - nt) \operatorname{tang} \psi$$

où

$$\frac{1}{e} = \operatorname{tang} \psi;$$

l'équation (2) représente une sinusoïde, et l'équation (3) une droite, qui coupe l'axe des x au point $x = nt$ et qui fait avec lui un angle ψ dépendant de la valeur de l'excentricité; il s'agit de déterminer leurs intersections.

Pour cela construisons une fois (*fig.* 36) pour toutes, à une échelle convenable ([2]), la sinusoïde $y = \sin E$; puis, par chacun

---

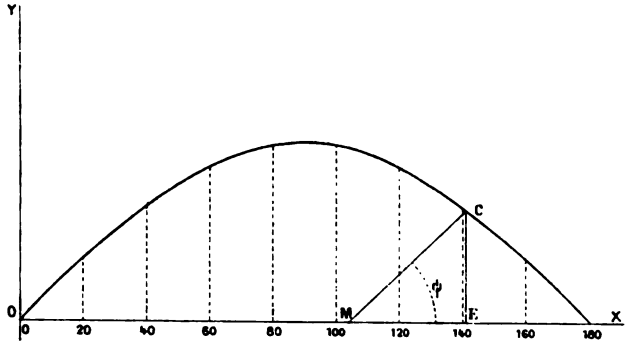
([1]) J.-J. Waterston, *Monthly notices of the Royal astronomical Society*: 1849-50.

Ed. Dubois, *Moyen de résoudre graphiquement le problème de Kepler* (*Astronomische Nachrichten*, n° 1404; 1863).

([2]) Le papier millimétrique à l'échelle de $1^{mm} = 12'$ permet de lire aisément à $0^{\circ},1$; l'origine de l'arc E étant à l'origine des abscisses et les arcs E allant de 0° à 180°, la longueur totale OX sera de 90^{cm}.

des points de l'axe des x, tels que M, menons une droite faisant avec l'axe des x l'angle ψ, et soit C son point d'intersection avec

Fig. 36.



la sinusoïde; de par l'équation de cette courbe, l'ordonnée CE sera

$$y = \sin E;$$

mais, en tant qu'appartenant à la droite, cette même ordonnée sera

$$y = ME \tang \psi = \frac{1}{e} ME.$$

Or,

$$ME = OE - OM$$

et

$$OE = E, \qquad OM = M,$$

d'où

$$y = \frac{1}{e}(E - M).$$

En égalant ces deux valeurs, on a donc

$$\sin E = \frac{1}{e}(E - M),$$

ou

$$M = E - e \sin E,$$

qui est l'équation de Képler. Par conséquent, pour une orbite d'excentricité déterminée, on construira le triangle CME (en pratique, il pourra être fait avec une feuille de carton), et l'on appliquera son sommet M aux diverses anomalies moyennes, la base coïncidant avec l'axe des x, l'intersection C de l'hypoténuse

avec la sinusoïde donnera immédiatement les valeurs (abscisses) de l'anomalie excentrique correspondante. En raison de la nature transcendante de la courbe, son tracé n'est jamais d'une parfaite exactitude, et le procédé ne donne pas une précision absolue, mais il est très rapide et les erreurs ne dépassent pas $0^\circ,1$.

Il faut remarquer que, pour les orbites elliptiques, l'angle ψ ne varie qu'entre 45°, ce qui est le cas de la parabole, à 90°, cas du cercle; dans le premier cas, d'ailleurs, cette méthode ne peut être employée, puisque, alors, l'hypoténuse serait tangente à la sinusoïde à l'origine. Mais lorsque $e < 1$, l'hypoténuse coupe toujours la sinusoïde, et son intersection est toujours bien définie, excepté lorsque e s'approche de l'unité et que M est petit.

Par cette méthode, dont l'approximation est très suffisante dans l'état actuel de l'astronomie des étoiles doubles, on peut aisément résoudre, en moins d'une demi-heure, une centaine d'équations de Képler, résultat qu'on n'obtiendrait pas en un jour avec les méthodes ordinaires et des excentricités comprises entre 0,35 et 0,85.

On peut encore, pour plus de commodité, graver la sinusoïde sur une plaque métallique et munir celle-ci d'un triangle à angle variable et mobile, afin d'avoir ainsi un appareil pouvant servir à n'importe quelle excentricité.

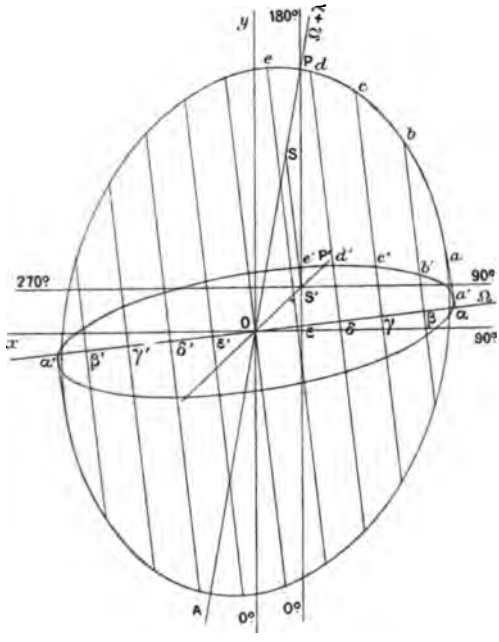
Ce procédé graphique s'applique d'ailleurs tout aussi bien à la détermination des éléments de l'orbite à l'aide des observations qu'à la préparation à l'aide des éléments d'une éphéméride devant servir aux observations ultérieures.

268. *Méthode graphique de tracé de l'ellipse apparente.* — Pour faciliter la comparaison des observations au calcul, il est convenable de déduire des éléments une orbite apparente théorique, et de marquer sur la même feuille et à la même échelle les positions observées. Cette orbite théorique s'obtient graphiquement par l'un des procédés suivants :

1° Sur une feuille de papier (*fig.* 37) nous traçons deux lignes rectangulaires, Ox, Oy, qui seront les axes auxquels se rapportent les angles de position; leur intersection est le centre commun O de l'orbite réelle et de l'orbite apparente : une ligne menée par lui et inclinée d'un angle de position égal à ☊ nous donnera la ligne des nœuds; une seconde ligne d'angle de position égal à ☊ + λ, la

direction du grand axe de l'orbite réelle. Prenant sur cette dernière, et de part et d'autre de O, des longueurs égales à ae et à a, nous aurons le foyer S et les sommets P et A; nous tracerons alors l'ellipse réelle par les méthodes ordinaires.

Fig. 37.



Ceci posé, prenons sur la ligne des nœuds et symétriquement par rapport au centre une série de points $\alpha\alpha'$, $\beta\beta'$, $\gamma\gamma'$, ... par lesquels nous lui élèverons des perpendiculaires venant couper l'ellipse en a, b, c, ... Mesurons les longueurs $a\alpha$, $b\beta$, ..., multiplions-les par $\cos i$, et portons, à partir de la ligne des nœuds, les longueurs qui représentent ces produits, sur les perpendiculaires correspondantes. Les points a', b', c', ... qui les terminent appartiennent à l'orbite apparente que l'on obtiendra en traçant cette ellipse par les procédés ordinaires.

Pour trouver, sur cette orbite apparente, la position d'une étoile à un moment donné, nous commençons par trouver la position qu'occupe l'étoile principale par rapport à l'orbite apparente;

pour cela, nous menons par S une perpendiculaire à la ligne des nœuds, puis au moyen d'une ouverture de compas égale à $OS \times \cos i$ et de O comme centre, nous déterminons sur cette perpendiculaire le point S', qui est celui que nous cherchions; la ligne OS' est la projection du grand axe de l'orbite réelle et son point d'intersection P' avec l'orbite apparente la projection du périastre.

Il suffit alors de mener par S' des lignes parallèles à celles que nous avions menées par le centre et qui marquaient les quatre quadrants de l'angle de position; ces parallèles seront les axes auxquels sera rapporté cet angle dans l'orbite projetée, et le point où une droite, faisant l'angle de position donné, coupera l'ellipse apparente, sera la position demandée. Nous ajouterons d'ailleurs que, pour la commodité du tracé, il conviendra de prendre négativement dans le cas d'un mouvement rétrograde et positivement si celui-ci est direct, l'angle λ qui doit toujours être compté dans le sens du mouvement, et que le nœud ascendant doit être pris entre 0° et 180°; de sorte que l'angle de position du grand axe de l'orbite réelle devient $\Omega - \lambda$ dans le premier cas et $\Omega + \lambda$ dans le second [1].

2° Le point de l'orbite réelle [2] qui correspond à l'anomalie excentrique E s'obtient en prenant sur le grand axe OA un point R (*fig.* 38) tel que

$$\frac{OR}{OA} = \cos E;$$

menant ensuite par R une parallèle au petit axe, le point M d'intersection avec l'orbite est le point cherché.

Le point correspondant M_1 de l'orbite apparente s'obtiendra évidemment en prenant sur la projection $O_1 A_1$ du demi grand axe un point R_1 tel que

$$\frac{O_1 R_1}{O_1 A_1} = \cos E;$$

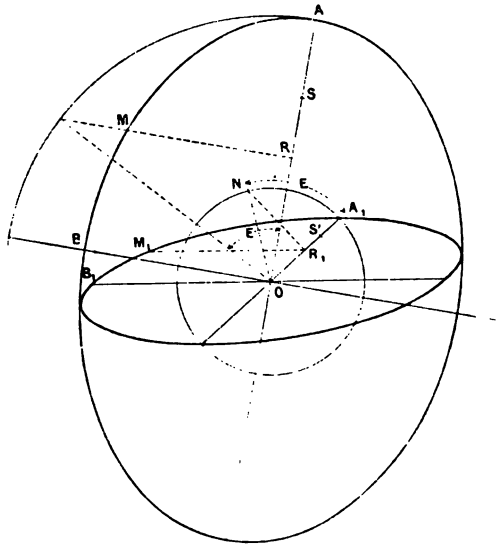
menant ensuite par R_1 une parallèle à la projection du demi petit axe, son intersection M_1 avec l'orbite apparente sera le point cherché.

---

(1) *Voir* See, *loc. cit.*, p. 58.
(2) *Voir* Russell, *Astronomical Journal*, n° 154.

La construction s'ensuit : avec le demi grand axe projeté comme diamètre décrivons un cercle; à partir du périastre projeté A_1 comptons sur le cercle, dans le sens du mouvement de l'étoile, un arc A_1N égal à l'anomalie excentrique E donnée; du point N abaissons sur O_1A_1 la perpendiculaire NR_1, par R_1 menons une parallèle à la projection du petit axe, le point M_1 d'intersection avec l'orbite apparente sera la position apparente de l'étoile à l'instant marqué par la valeur donnée de E.

Fig. 38.



Les différentes valeurs de E s'obtiendront d'ailleurs en résolvant par le procédé précédent (n° 267) l'équation de Képler pour une série de valeurs de M équidistantes les unes des autres.

Ce procédé a l'avantage de n'exiger la connaissance d'aucune autre donnée que l'excentricité, le temps du passage au périastre et la durée de la révolution; on n'a besoin de connaître ni la position du plan de l'orbite, ni celle de l'orbite dans son plan.

TABLEAU I. — *Étoiles doubles dont les orbites sont connues.*

Noms des couples.	AR.	δ.	Grandeurs.	Couleurs.		Découvreur.	Date.
	h m	° ′					
Σ.3062	0. 1,0	+57.53	6,9; 7,5	jaunâtre	blanc bleuâtre	W. Herschel	25 août 1782
Σ.2	0. 3,8	+79.10	6,3; 6,6	jaune	jaune vert	W. Struve	1828
β 395 = 82 Baleine	0.32,1	—25.19	6,5; 6,6	jaune	jaune	Burnham	1875
γ Cassiopée	0.43,0	+57.17	4 ; 7	jaune	pourpre	W. Herschel	17 août 1779
66 Poissons	0.49,3	+18.39	6,2; 6,9	jaune d'or	jaune d'or	W. Herschel	1830
γ Andromède	1.57,8	+41.51	5,5, 7	bleu	bleu	Otto Struve	1842
o^2 Eridan	4.10,8	— 7.47	9,0; 10,8	blanc	blanc	W. Herschel	1783
12 Lynx	6.37,4	+59.33	5,2; 6,1	jaune blanc	rouge	W. Herschel	1780
Sirius	6.40,7	—16.35	1 ; 10	blanc	jaune	Alvan C. Clark	31 janv. 1862
Castor	7.28,2	+32. 6	2,7; 3,7	verdâtre	verdâtre	Bradley, Pound	1716
Procyon	7.32,2	+ 5.26	1,4; 13	blanc	jaunâtre	Schæberlé	14 nov. 1896
9 Poupe	7.47,2	—13,37	5,7; 6,3	jaune	jaune	Burnham	11 mars 1873
ζ Ecrevisse	8. 6,5	—17.57	5,5; 6,2	jaune	jaune	Tobie Mayer	1756
Σ.3121	9.12,0	+29. 0	7,2; 7,5	blanc	jaunâtre	W. Struve	1831
ω Lion	9.23,1	+ 9.30	6 ; 7	jaune	jaune	Herschel	8 févr. 1782
φ Grande Ourse	9.45,3	+54.32	5,5; 5,5	jaunâtre	jaunâtre	O. Struve	1842
γ Lion	10.14,4	+20.21	2 ; 3,5	jaune d'or	jaune foncé	W. Herschel	1782
ξ Grande Ourse	11.12,8	+32. 6	4 ; 5	jaune	jaunâtre	W. Herschel	2 mai 1780
O.Σ.234	11.25,4	+41.50	7 ; 7,8	jaunâtre	jaunâtre	O. Struve	1843
O.Σ.235	11.26,7	+61.38	6 ; 7,8	jaunâtre	jaunâtre	O. Struve	1843
γ Centaure	12.36,0	—48.24	4 ; 4	jaunâtre	jaunâtre	J. Herschel	1er mars 1835
γ Vierge	12.36,6	— 0.54	3 ; 3,2	jaune	jaune	Bradley, Pound	25 mars 1718
35 Chevel. de Bérénice	12.48,4	+21.47	5 ; 7,8	jaunâtre	bleu	W. Struve	1828
42 Chevel. de Bérénice	13. 5,1	+18. 4	6 ; 6	orangé	orangé	W. Struve	1827
O.Σ.269	13.28,3	+35.25	7,3; 7,7	jaunâtre	jaunâtre	O. Struve	1844
Σ.1757	13.29,2	+ 0.12	7,8; 8,9	blanc	bleuâtre	W. Struve	1825
25 Chiens de chasse	13.33,0	+36.48	5 ; 8,5	blanc	bleu	W. Struve	1827
Σ.1785	13.44,5	+27.49	7,2; 7,5	blanc	blanc	J. South	1823

[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
μ^2 Bouvier	15.20,7	+37.44	6,5 : 8	blanc	blanc	Herschel	10 sept. 1781
O.Σ.298	15.32,5	+40. 8	7 : 7,4	jaunâtre	jaunâtre	O. Struve	1845
γ Couronne boréale	15.38,5	+26.37	4 : 7	jaune	bleu	W. Struve	1826
ξ Scorpion	15.58,9	-11. 6	5 : 5,2	jaune	jaune	W. Herschel	1781
σ Couronne boréale	16.10,9	+34. 7	6 : 7	jaune	bleuâtre	W. Herschel	7 août 1780
λ Ophiuchus	16.25,9	+ 2.12	4 : 6,1	jaune	bleuâtre	W. Herschel	1783
ζ Hercule	16.37,5	+31.47	3 : 6	jaune	bleuâtre	W. Herschel	18 juill. 1782
167 Hercule	16.47,9	+28.50	6,5 : 8,0	jaune	bleu sombre	W. Struve	1829
μ Dragon	17. 3,3	+54.36	5 : 5,1	blanc	blanc	W. Herschel	19 oct. 1779
β 416	17.11,9	+34.52	6,4 : 7,8	jaunâtre	jaunâtre	Burnham	juillet 1876
221 Ophiuchus	17.25,2	— 0.59	6 : 6	jaune	jaune	W. Struve	juillet 1829
μ^2 Hercule	17.42,5	+27.47	9,4 : 10	blanc bleuâtre	bleuâtre	A. Clark	juillet 1859
τ Ophiuchus	17.57,6	— 8.11	5 : 6	jaunâtre	jaunâtre	W. Herschel	28 avril 1783
p Ophiuchus	18. 0,4	+ 2.31	4,5 : 6,0	jaune	purpurin	W. Herschel	7 août 1779
99 Hercule	18. 3,2	+30.33	6,0 : 11,7	jaune	pourpre	Alvan Clark	10 juill. 1859
ζ Sagittaire	18.56,3	—30. 1	3,9 : 4,4	jaune	jaune	Winlock	juillet 1867
γ Couronne australe	18.59,8	—37.12	5,5 : 5,5	jaunâtre	jaunâtre	J. Herschel	20 juill. 1834
Σ.2525	19.22,5	+27. 7	7,2 : 7,3	jaune	jaune	W. Struve	1830
δ Cygne	19.41,8	+44.53	3 : 7,9	grisâtre	gris de mer	W. Herschel	22 sept. 1783
O.Σ.387	19.45,0	+35. 4	7,5 : 8	blanc	blanc	O. Struve	1844
O.Σ.400	20. 6,9	+43.39	8,1 : 8,4	rougeâtre	rougeâtre	O. Struve	1842
β Dauphin	20.32,9	+14.15	4 : 6	jaune	jaunâtre	Burnham	août 1873
λ Cygne	20.43,5	+36. 7	5 : 6,3	jaune bleuâtre	jaune bleuâtre	O. Struve	»
4 Verseau	20.46,1	— 6. 0	6 : 7	jaune	jaune	Herschel	3 sept. 1782
61 Cygne	21. 2,4	+38.15	5,5 : 6,0	rouge	grenat	Bradley	1755
δ Petit Cheval	21. 9,6	+ 9 36	4,5 : 5,0	jaune	jaune	O. Struve	19 août 1852
τ Cygne	21.10,8	+37.37	5,6 : 7,9	jaune	bleu	Alvan Clark	1874
κ Pégase	21.40,2	+25.10	4,3 : 5,0	jaunâtre	jaunâtre	Burnham	12 août 1880
ζ Verseau	22.23,7	+ 0.32	4 : 4,5	blanc	blanc vert	Mayer, Mezger	8 sept. 1777
37 Pégase	22.24,9	+ 3.55	6 : 7,5	blanc	blanc	W. Struve	1825
π Céphée	23. 4,7	+74.51	5,2 : 7,5	jaune	pourpre	O. Struve	1843
85 Pégase	23.56,9	+26.33	6,0 : 10	jaunâtre	bleuâtre	Burnham	1878

TABLEAU II. — *Étoiles doubles dont les orbites sont connues.*

Noms des couples.	T.	P.	☊.	λ.	*i*.	*e*.	*a*".	Sens du mouv^t.	Mouv^t propre.
		a	°	°	°				
Σ.3062	1836,3	104,6	47,1	91	43,9	0,45	1,37	D	0,267
Σ.2	1890,9	166,2	154,9	44	70,2	40	0,55	R	»
β 395 = 82 Baleine	1897,9	16,3	104,2	199	64,9	59	0,57	D	»
η Cassiopée	1907,8	195,8	46,1	218	45,9	51	8,21	D	1,199
66 Poissons	1901,7	136,2	103,7	168	16,1	42	0,48	R	0,018
γ Andromède	1892,1	54,0	113,4	200	77,9	86	0,37	R	0,063
o^2 Eridan	2031,4	176,2	145,4	25	71,1	22	5,72	R	4,049
12 Lynx	1716,0	485,8	166,5	94	46,5	23	1,64	R	0,165
Sirius	1893,5	52,2	34,3	131	46,8	62	8,03	R	1,306
Castor	1747,4	993,7	29,3	281	39,6	35	7,21	R	0,229
Procyon	1891,0	40,0	108,3	107	33,2	45	5,84	D	1,245
9 Poupe	1892,3	22,0	95,5	75	77,7	70	0,65	D	»
ζ Ecrevisse	1870,4	60,0	88,7	264	7,4	34	0,86	R	0,115
Σ.3121	1878,3	34,0	28,3	128	75,0	33	0,67	D	0,523
ω Lion	1842,1	116,2	146,7	124	63,5	54	0,88	D	0,040
φ Grande Ourse	1884,0	97,0	160,3	16	30,5	44	0,34	D	0,028
γ Lion	1741,0	407,0	111,6	195	43,1	73	1,98	D	0,324
ξ Grande Ourse	1875,2	60,0	100,8	126	55,9	40	2,51	R	0,736
O.Σ.234	1880,1	77,0	157,5	207	50,8	30	0,35	D	0,115
O.Σ.235	1834,3	80,0	81,7	138	49,3	32	0,87	D	0,129
γ Centaure	1848,0	88,0	4,6	194	62,2	80	1,02	R	»
γ Vierge	1836,5	194,0	50,4	270	31,0	90	3,99	R	0,578
35 Chevelure de Bérénice	1815,7	228,4	27,8	269	68,0	60	1,70	D	0,100
42 Chevelure de Bérénice	1885,7	25,6	11,9	281	90,0	46	0,64	D	0,488
O.Σ.269	1882,8	48,8	46,2	33	71,3	36	0,32	D	»
Σ.1757	1778,8	340,4	89,8	203	45,9	24	2,25	D	0,032
25 Chiens de chasse	1866,0	184,0	123,0	201	33,5	75	1,13	R	0,114
Σ.1785	1904,8	125,5	137,0	220	34,8	64	2,18	D	»

[illegible]	1865,3	219,4	103,8	110	41,9	24	1,47	R	0,199
O.Σ.298	1883,0	52,0	1,9	26	60,9	58	0,80	D	0,500
γ Couronne boréale	1841,0	73,0	110,7	98	82,6	48	0,74	R	0,115
ξ Scorpion	1864,6	104,0	9,5	112	70,3	13	1,36	D	0,098
σ Couronne boréale	1821,8	370,0	30,5	48	47,5	54	3,82	D	0,342
λ Ophiuchus	1787,9	373,5	105,5	152	38,1	44	1,53	D	0,076
ζ Hercule	1864,8	35,0	37,5	102	51,8	50	1,43	R	0,613
167 Hercule	1893,3	186,2	186,3	104	45,9	39	1,00	D	0,078
μ Dragon	1940,3	648,0	»	85	0,0	49	3,38	R	0,126
β 416	1891,9	33,0	144,6	86	37,4	51	1,22	R	»
221 Ophiuchus	1869,5	46,0	153,7	322	80,8	20	1,14	R	0,185
μ^2 Hercule	1879,8	45,0	61,4	180	64,3	22	1,39	D	0,811
τ Ophiuchus	1815,0	230,0	76,4	18	57,6	59	1,25	D	0,025
p Ophiuchus	1896,5	88,4	125,7	198	58,4	50	4,55	R	1,123
99 Hercule	1887,5	54,5	indéter.	»	0,0	78	1,01	D	0,136
ζ Sagittaire	1878,8	18,9	69,3	328	67,3	28	0,69	R	»
γ Couronne australe	1876,8	152,7	72,3	180	34,0	42	2,45	R	»
Σ.2525	1887,1	138,5	78,3	4	54,0	80	0,75	R	0,134
δ Cygne	1907,1	395,9	94,9	189	39,6	31	2,35	R	0,004
O.Σ.387	1916,5	110,1	150,9	99	43,9	14	0,54	R	»
O.Σ.400	1882,1	170,4	146,3	43	37,0	67	0,59	R	0,105
β Dauphin	1883,1	27,7	3,9	165	61,4	37	0,67	D	0,089
λ Cygne	1926,9	93,4	105,3	139	58,8	60	0,51	R	0,024
4 Verseau	1899,4	129,0	177,7	69	72,5	51	0,73	D	0,064
61 Cygne	1468,2	782,6	341,1	288	63,9	17	29,48	D	5,196
δ Petit Cheval	1892,8	11,5	22,2	0	79,0	17	0,45	R	0,300
τ Cygne	1893,1	36,5	83,0	205	44,7	24	1,19	R	»
κ Pégase	1896,0	11,4	116,3	89	81,2	49	0,42	R	»
ζ Verseau	1924,2	1758,3	140,9	135	44,7	65	7,64	R	0,171
37 Pégase	1885,5	117,5	120,2	155	80,8	78	0,64	D	0,148
π Céphée	1746,6	198,4	46,0	118	45,0	34	1,10	D	0,044
85 Pégase	1883,0	24,0	116,3	256	55,6	0,39	0,89	R	1,288

VII. — Valeurs des éléments.

269. Nous terminons ce Chapitre en réunissant les caractéristiques des soixante systèmes binaires les mieux connus que nous tirons, soit de l'*Annuaire du Bureau des Longitudes* pour 1898, soit de l'Ouvrage de M. Sée; elles sont condensées dans les deux Tableaux qui précèdent. Le Tableau I donne la position de chacun de ces systèmes, les grandeurs de leurs composantes, leurs couleurs, l'auteur et la date de leur découverte; le Tableau II renferme les éléments géométriques et dynamiques de leurs orbites auxquels on a ajouté, pour permettre la comparaison, la valeur de leur mouvement propre commun.

Nous étudierons, dans le prochain Chapitre, les plus intéressants de ces systèmes binaires; mais il convient de remarquer de suite que les durées de révolution, ainsi que les excentricités, varient entre des limites très étendues.

Ainsi, les plus courtes durées sont de $11^{\text{ans}},42$ pour $\varkappa$ Pégase et $11^{\text{ans}},45$ pour δ Petit Cheval, la plus longue de 370 ans pour σ de la Couronne boréale, dont le rapport est de *un* à *trente-trois*; et que, de son côté, l'excentricité varie de $0,131$ pour ξ Scorpion à $0,897$ pour γ Vierge, soit de *un* à *huit*.

CHAPITRE XIII.

NOMBRE, DIMENSIONS, MASSES ET DISTANCES DES SYSTÈMES BINAIRES.

I. — Nombre probable des systèmes binaires.

270. *W. Struve, J. Herschel et O. Struve.* — Les nombreuses publications de W. Struve, échelonnées de 1820 à 1851 et dont la plus importante date de 1837 (1), fournissent des documents considérables pour la solution de cette question. Les principes sur lesquels repose cette analyse sont les suivants :

1° La distribution des systèmes binaires dans le monde stellaire est évidemment indépendante de la position relative que le Soleil et nous y occupons ;

2° Il y a d'autant plus de chances pour nous de dédoubler deux étoiles voisines que ces étoiles sont plus rapprochées de nous et, par suite, qu'en moyenne leurs éclats sont plus grands et aussi leurs mouvements propres plus considérables.

Il en résulte deux procédés de discussion.

a. Sur les 5421 étoiles visibles à l'œil nu, Struve en compte 425 doubles, dont 44 appartiennent aux trois premières grandeurs sur un nombre total de 213 appartenant à ces trois classes; soit 88 étoiles combinées sur 257, ou en chiffres ronds

1 sur 3.

b. Sur 100 étoiles à mouvement propre annuel supérieur à 0″,5,

(1) W. Struve, *Stellarum duplicium et multiplicium mensuræ micrometricæ* (Saint-Pétersbourg, 1837).

il en compte 24 doubles, soit, en chiffres ronds, pour le rapport des étoiles combinées,

1 sur 3.

Ces deux déterminations s'accordent à montrer qu'avec les procédés d'investigation employés par Struve il y a, parmi les trois premières classes de grandeur, *une* étoile double sur *trois* étoiles visibles; mais, d'une part, Otto Struve, à l'aide de l'objectif de $0^m,38$, de Merz et Mahler, avait déjà, en 1853, augmenté de près de 500 le nombre des couples stellaires distants de moins de $32''$, et, d'autre part, le Catalogue général des étoiles doubles, publié en 1874, sous les auspices de la Société royale astronomique de Londres, par MM. Main et Pritchard, d'après les manuscrits de J. Herschel, et qui résume toutes les déterminations faites jusqu'en 1867, en contient 10300 (¹).

271. *Confirmation ultérieure. Schmidt. Burnham. See.* — Depuis cette époque, Schmidt et Burnham, deux des plus infatigables observateurs d'étoiles doubles, en ont découvert 2200 nouvelles (jusqu'en 1892) dans l'hémisphère Nord et, en général, assez serrées; de leur côté, H. Russell et T. See en ont trouvé 800 nouvelles (jusqu'en 1898) dans l'hémisphère Sud; de sorte que leur nombre total actuellement connu est certainement voisin de 13400.

D'ailleurs, comme nous le verrons un peu plus loin, un nombre assez considérable de systèmes binaires sont inacces-

---

(¹) J. Herschel, *A Catalogue of* 10300 *multiple and double stars, edited by R. Main and C. Pritchard* (*Memoirs of the Royal Astronomical Society*, vol. XL; 1874). Les étoiles doubles y sont définies d'après les règles de W. Herschel; ce nombre 10300 n'est donc point directement comparable aux autres, tous établis d'après les règles de W. Struve. Mais l'étude des publications de J. Herschel sur les étoiles doubles, publications qui renferment la moitié des couples du Catalogue général (*Mémoires de la Société royale astronomique: Observations au Cap de Bonne-Espérance*), montre que les couples distants de plus de $32''$ forment à peu près le quinzième du nombre total : une diminution de cet ordre, réduisant le total d'environ 700 (soit 9600 couples de W. Struve), rend donc toutes ces données comparables entre elles. Il est clair qu'elle ne modifie pas sensiblement les conclusions du texte.

Il est fort à regretter que ce Catalogue n'indique ni la distance moyenne, ni les grandeurs et couleurs des composantes.

sibles à ces moyens de recherche par suite du rapprochement apparent de leurs composantes sur un plan tangent à la sphère. Aussi il n'y a certainement pas exagération à doubler la proportion de Struve et à admettre que, pour les trois premières classes de grandeur et, par suite, pour le monde stellaire tout entier, *les deux tiers des étoiles sont engagés dans des combinaisons binaires.*

Les soleils simples comme notre Soleil semblent donc être beaucoup plus rares que les autres; et *le monde stellaire paraît être formé, pour la plus grande partie, de soleils non isolés, mais groupés tout au moins par deux :* nous reviendrons sur ce sujet dans la suite.

272. *Retour sur les groupes optiques.* — Mais ceci suppose expressément que toutes les étoiles doubles considérées sont des systèmes physiques, ou plutôt que les groupes optiques sont trop peu nombreux pour qu'on ait à en tenir compte; en raison de l'importance cosmogonique de notre conclusion, il est bon d'insister sur ce point.

Nous avons vu (n° **248**) que, sur la totalité des étoiles jusqu'à la 8e grandeur, le nombre probable ν des groupes optiques est

$$\nu = \frac{1}{32}\beta^2.$$

En donnant à β les valeurs limites successives des différentes classes de Struve et retranchant chaque nombre ainsi obtenu du précédent, on aura pour ces classes les nombres probables suivants, rapidement croissant avec la distance :

I	$\frac{1}{32}$	V	3
II	$\frac{3}{32}$	VI	5
III	$\frac{12}{32}$	VII	10
IV	1,5	VIII	14

Or, si l'on ajoute à ceux que nous allons étudier le Catalogue obtenu par J. Herschel au Cap de Bonne-Espérance, on aura, pour la distribution des 3225 étoiles doubles, dont le compagnon est au moins de 8e grandeur, qui y sont contenues, les nombres

I	308	V	343
II	422	VI	254
III	538	VII	469
IV	554	VIII	337

qui, au lieu de croître avec la distance β, montrent, au contraire, un maximum très marqué vers les classes III et IV, et où le nombre correspondant à la dernière classe ne diffère pas sensiblement de celui que fournit la plus serrée; les groupes optiques n'ont donc pas d'influence sensible sur la distribution des étoiles doubles avec la distance.

Une autre preuve, peut-être plus décisive, de leur petit nombre relatif se déduit de la considération des mouvements propres : dans les 480 étoiles du Catalogue des mouvements propres d'Argelander, on trouve 41 étoiles doubles, d'après la définition de W. Struve; or ces étoiles forment toutes des systèmes binaires.

Les groupes optiques ont donc pu, à cause de leur petit nombre, être avec raison laissés de côté dans les considérations précédentes.

II. — Éclats relatifs des composantes.

273. *Classification par éclats et distances.* — Il est intéressant de connaître le mode de variation des éclats relatifs des deux composantes. Nous utiliserons d'abord, dans ce but, les Catalogues de W. Struve, de Burnham (1), de See (2) et nous rangerons leurs étoiles, 2925 pour le premier, 454 pour le second et 500 pour le troisième, en trois subdivisions suivant la grandeur de l'étoile principale; la subdivision A comprend celles pour lesquelles elle est supérieure à $6^{gr},0$, B, lorsqu'elle est comprise entre $6^{gr},0$ et $8^{gr},2$; C, lorsqu'elle est inférieure à $8^{gr},2$. Les Tableaux suivants donnent pour chacun de ces Catalogues les résultats de ce classement.

---

(1) Ce Catalogue comprend la série des observations faites par Burnham, à Chicago, avec le célèbre objectif de six pouces d'Alvan Clark, et donne une liste de 482 étoiles dont nous n'avons retenu que 454; il a été publié par parties successives dans les *Monthly Notices* de 1873, 1874 et 1877, et dans les *Astronomische Nachrichten*, nos 2062 et 2103.

(2) *Astronomical Journal*, n° 431.

CATALOGUE W. STRUVE ($0^m,27$).

Classes.	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	Total ou moyenne.	Richesse relative.
					Nombre de systèmes binaires.					
A.....	13	16	39	36	16	24	26	12	182	0,06
B.....	64	193	303	355	205	137	333	227	1817	0,62
C.....	12	107	188	195	140	71	131	82	926	0,31
Sommes...	89	316	530	586	361	232	490	321	2925	"
Richesse relative....	0,03	0,11	0,18	0,20	0,12	0,08	0,17	0,11	"	"
					Grandeur moyenne de l'étoile principale.					
A.....	4,96	4,92	4,60	4,61	4,33	4,60	4,80	4,50	4,69	"
B.....	7,36	7,47	7,47	7,52	7,43	7,44	7,48	7,58	7,47	"
C.....	8,53	8,57	8,63	8,67	8,69	8,57	8,62	8,58	8,58	"
					Grandeur moyenne du compagnon.					
A.....	6,28	6,54	7,04	7,59	7,66	8,03	8,59	9,16	"	"
B.....	7,99	8,42	8,96	9,10	9,21	9,16	9,42	9,81	"	"
C.....	8,86	9,42	9,40	9,60	9,73	9,72	9,68	9,71	"	"
					Différence moyenne des grandeurs.					
A.....	1,32	1,53	2,44	2,87	3,33	3,43	3,79	4,66	"	"
B.....	0,63	0,95	1,49	1,58	1,77	1,72	1,95	2,23	"	"
C.....	0,33	0,85	0,78	0,93	1,04	1,48	1,06	1,13	"	"

CATALOGUE S. BURNHAM ($0^m,15$).

Classes.	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	Total ou moyenne.	Richesse relative.
					Nombre de systèmes binaires.					
A.....	13	11	10	1	2	1	5	5	48	0,11
B.....	36	101	51	40	20	12	11	4	275	0,60
C.....	10	42	38	24	9	4	2	2	131	0,29
Sommes...	59	154	99	65	31	17	18	11	454	"
Richesse relative....	0,13	0,34	0,22	0,14	0,07	0,04	0,04	0,02	"	"
					Grandeur moyenne de l'étoile principale.					
A.....	5,77	5,77	5,40	6,0	6,0	6,0	5,10	5,20	5,93	"
B.....	7,41	7,55	7,59	7,59	7,71	7,84	7,45	7,38	7,59	"
C.....	8,73	8,87	8,70	8,77	8,74	9,45	8,50	9,25	8,88	"

Catalogue de S. Burnham (suite).

Classes.	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	Total ou moyenne.	Richesse relative.
					Grandeur moyenne du compagnon.					
A....	6,58	8,73	7,50	14,0	15,0	10,5	12,76	14,4	"	"
B.....	8,24	9,43	10,50	10,77	11,75	13,84	11,53	10,30	"	"
C.....	8,90	9,92	10,93	10,50	11,87	11,01	14,0	11,0	"	"
					Différence moyenne des grandeurs.					
A.....	0,81	2,96	2,10	8,0	9,0	4,5	7,66	9,0	"	"
B.....	0,83	1,88	2,99	3,22	4,04	6,00	4,08	2,92	"	"
C.....	0,17	1,03	2,23	2,00	3,13	1,56	3,03	1,05	"	"

Catalogue T. See ($0^m,61$).

Classes.	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	Total ou moyenne.	Richesse relative.
					Nombre de systèmes binaires.					
A.....	6	1	2	3	5	5	11	24	57	0,11
B.....	94	23	39	43	48	39	27	14	327	0,66
C.....	24	16	23	27	15	6	5	0	116	0,23
Sommes...	124	40	64	73	68	50	43	38	500	"
Richesse relative....	0,25	0,08	0,13	0,15	0,13	0,10	0,09	0,07	"	"
					Grandeur moyenne de l'étoile principale.					
A.....	4,90	4,00	5,80	3,50	5,02	5,64	5,00	3,97	4,91	"
B.....	7,43	7,71	7,56	7,37	7,48	7,25	7,05	6,84	7,33	"
C.....	8,45	8,92	8,86	9,43	8,63	8,68	9,26	"	9,03	"
					Grandeur moyenne du compagnon.					
A.....	5,80	4,00	12,75	14,10	13,36	14,20	13,86	14,18	"	"
B.....	8,23	10,30	11,77	12,89	12,60	13,05	13,03	13,21	"	"
C.....	8,99	10,50	11,89	12,66	12,49	13,52	12,14	"	"	"
					Différence moyenne des grandeurs.					
A.....	0,90	0,00	6,95	10,60	8,34	8,56	8,90	10,21	"	"
B.....	0,80	2,59	4,21	5,52	5,12	5,80	5,98	6,37	"	"
C.....	0,54	1,58	3,03	2,73	3,86	4,84	2,88	"	"	"

L'examen de ces Tableaux montre que :

1° Les deux tiers à fort peu près (0,63) des systèmes considérés rentrent dans la subdivision B dont les éclats des étoiles principales sont toujours entre la 6e et la 8e grandeur; mais la subdivision brillante A contient une proportion double d'étoiles dans les Catalogues de Burnham et de See (0,11) que dans celui de Struve (0,06).

2° Quant à la richesse proportionnelle des classes de distance elle est la suivante : celle de la classe I augmente progressivement du Catalogue de Struve (0,03) au Catalogue de Burnham (0,13) et à celui de See (0,25) où elle renferme le quart des étoiles cataloguées; celle de la classe II, faible pour Struve (0,10) et See (0,08), est considérable pour Burnham où elle renferme le tiers du nombre total.

L'ensemble des classes III et IV est à peu près aussi proportionnellement riche dans les trois Catalogues (0,38, 0,34 et 0,27).

En sorte que ces quatre premières classes renferment dans Struve et See la moitié seulement du nombre total, tandis que dans Burnham elles en contiennent les huit dixièmes.

Dans chacun des trois Catalogues la grandeur moyenne de l'étoile principale est sensiblement constante dans toute l'étendue d'une subdivision A, B ou C quelle que soit la classe; de même elle diffère fort peu d'un Catalogue à l'autre pour chacune de ces subdivisions; elle a, en effet, les valeurs suivantes :

	Struve.	Burnham.	See.
	gr	gr	gr
A.....	4,77	5,68	4,45
B.....	7,48	7,58	7,34
C.....	8,61	8,88	8,91

Ces valeurs sont sensiblement les mêmes pour les subdivisions B et C, mais, pour la brillante A, la valeur du Catalogue de Burnham est inférieure aux deux autres de plus d'une unité de grandeur; et, comme Burnham ne fait que compléter le Catalogue de W. Struve, on doit en conclure que, soit l'instrument, soit l'observateur, et sans doute tous deux à la fois, avaient dans le second cas un pouvoir de pénétration et de séparation bien supérieur.

3° Les résultats sont autres quant à la grandeur moyenne du compagnon : dans les trois Catalogues et jusqu'à la classe VI in-

cluse, le compagnon est en moyenne d'éclat de plus en plus faible à mesure que sa distance à l'étoile principale augmente.

Mais, à partir de la distance que la classe VI représente, l'inverse a lieu et la grandeur moyenne du compagnon augmente avec la distance; on paraîtrait autorisé à en conclure que les systèmes dont les composantes diffèrent le plus d'éclat sont compris en dessous d'une valeur angulaire déterminée (16″) du demi grand axe de l'orbite relative et, par suite, au-dessous d'une distance linéaire déterminée des deux composantes puisque, en moyenne, l'éclat de l'étoile principale est le même pour toutes les classes de distance d'une même subdivision de grandeur.

4° La comparaison des différences de grandeur comporte un enseignement tout aussi intéressant : dans les trois Catalogues, pour les deux classes les plus brillantes, cette différence augmente progressivement à mesure que la distance augmente elle-même. Mais, dès que l'étoile principale a un éclat inférieur à la 8e grandeur, l'influence de la distance n'est plus sensible au delà de la classe VI (16″).

274. *Systèmes à grandes différences d'éclats.* — La troisième de ces conclusions est un peu modifiée par les considérations suivantes.

On trouve dans le Catalogue de 2095 étoiles doubles de J. Herschel [1], fait avec son télescope de 20 pieds ($0^m,49$ d'ouverture), les dix-huit systèmes suivants dans lesquels la différence de grandeur des deux composantes est égale ou supérieure à 8 unités :

Étoiles.	Grand.	Distance.	Étoiles.	Grand.	Distance.
β Phénix.....	3-11	30″	φ Centaure....	5-15	12″
χ Éridan.....	4-14	12	N° 4598.....	5-14	15
α Dorade.....	3-11	82	γ Autel.....	3-12	12
β Lièvre.....	4-13	70	ζ Paon.....	5-14	35
α Lièvre.....	3-12	25	λ Paon.....	4-15	40
γ Colombe.....	4-14	30	N° 5029.....	3-16	45
N° 4041.....	7-15	3	96 Verseau....	6-14	15
η Volant.....	5-14	35	N° 5437.....	6-14	2
N° 4125.....	5-14	35	η Navire.....	2-16	13

[1] J. Herschel, *Results of astronomical observations made during the years* 1834-1838 *at the Cape of Good Hope*, p. 165 et suiv. (La Classification en distance adoptée dans ce Catalogue est celle de W. Herschel.)

Soit une distance moyenne de 28″ pour une différence moyenne de grandeur égale à 9,5 : il est à remarquer que, pour les deux seuls de ces couples qui soient serrés, l'étoile principale est de 6e et de 7e grandeur.

De même, on compte dans le Catalogue de See dix-huit couples où la grandeur du compagnon est inférieure d'au moins 9 unités à celle de l'étoile principale. Ce sont :

Étoiles.	Grand.	Distance.	Étoiles.	Grand.	Dist.
α Phénix.....	2,2-14,1	9″,04	θ Scorpion...	2,0-14,0	6″,24
Canopus.....	1,0-15	30,10	ι_1 Scorpion...	3,0-14,1	38,40
ξ Grand Chien.	4,9-14,5	24,81	G Scorpion..	3,0-14,8	34,00
λ Voiles.....	2,5-14,8	17,11	W Sagittaire.	4,9-14,6	33,38
G Centaure....	4,3-13,8	23,50	δ Sagittaire..	3,0-14,5	25,78
η Centaure....	2,6-14,8	5,65	ε Sagittaire...	2,0-14,3	32,48
φ_1 Loup.....	4,0-15,0	17,00	o Sagittaire..	4,5-14,5	34,53
ρ Scorpion....	3,3-13,7	38,41	ζ Capricorne.	4,0-14,5	21,59
λ Scorpion....	2,0-14,9	41,73	Fomalhaut...	1 -14,8	29,98

Soit une distance moyenne de 25″,7 pour une différence moyenne de grandeur égale à 11,5 et une grandeur moyenne 3gr,0 de l'étoile principale.

Le Catalogue de Burnham ne renferme que sept de ces systèmes, qui sont :

Étoiles.	Grand.	Distance.	Étoiles.	Grand.	Dist.
o Cassiopée ...	5,5-15	20″	6088 B. A. C..	6,0-20	8″
51 Éridan.....	6,0-15	28	ρ Capricorne..	5,0-15	30
τ Orion	6,0-14	28	γ Petit Cheval.	5,0-16	25
τ Cocher.....	5,0-14	25			

soit une distance moyenne de 23″ pour une différence de grandeur 10gr,4 et une grandeur moyenne 5gr,5 de l'étoile principale.

275. *Couples serrés.* — D'un autre côté, le nombre des systèmes du Catalogue de See dont la distance est inférieure à 4″ est de 298, soit les 0,6 du nombre total, parmi lesquels 153 ont des composantes d'égale grandeur; la moyenne des différences de grandeur des 145 autres est de 2,4, et parmi eux 14 seulement comportent une différence comprise entre 5 et 8 unités de grandeur.

Dans le Catalogue de Burnham, on compte 314 de ces couples, soit les 0,7 du nombre total, et parmi eux 32 ont des composantes d'égale grandeur, tandis que pour 16 seulement la différence des éclats est comprise entre 5 et 8 unités de grandeur.

D'autre part, dans ces mêmes Catalogues, les couples brillants (à étoile principale de grandeur au moins égale à 7^{gr}) dont les composantes ont des grandeurs différentes de moins de 1 unité, sont très serrés : dans le Catalogue de See on en compte 14 qui sont :

Étoiles.	Grand.	Distance.	Étoiles.	Grand.	Dist.
95 Fourneau..	6 -6	0",17	46 Loup.....	7 -7	0",19
14 Voiles.....	7 -7,3	0,26	λ Règle.....	5,2-6	0,35
150 Voiles.....	6,5-6,5	0,25	54 Scorpion...	6,6-6,6	0,30
297 Hydre.....	7 -7	0,20	ζ_1 Scorpion....	5 -5,7	0,23
x_2 Centaure...	7 -7,2	0,22	75 Sagittaire..	6 -6	0,18
183 Centaure..	7 -7	0,34	217 Sagittaire.	7,4-7,5	0,16
d Centaure....	5 -5	0,19	Moyennes...	6,4-6,5	0,23

soit pour la moyenne de ces couples les grandeurs 6,4-6,5, différant de $0^{gr},1$ avec la faible distance de 0",23. Remarquons en outre qu'aucune des composantes de ces couples n'est de grandeur supérieure à la cinquième.

Le Catalogue de Burnham en renferme, de son côté, 27 dont la distance moyenne est 0",85 (la plus grande étant 2") et la différence moyenne de grandeur $0^{gr},24$ ($6^{gr},50$ et $6^{gr},74$). Aucune des étoiles principales de ces couples n'est d'ailleurs non plus très brillante, la grandeur maximum étant de $5^{gr},5$.

Il paraît donc bien établi que les couples où les composantes sont le plus semblables sont aussi ceux où elles sont le plus voisines.

Ces faits, au premier abord un peu surprenants, s'expliquent aisément par les conditions mêmes de l'observation; ils montrent à la fois la facilité relative de dédoubler deux étoiles très voisines d'éclats relativement faibles et sensiblement égaux et la difficulté considérable que l'on éprouve, même avec le meilleur instrument, à séparer deux étoiles dont l'une est très brillante, même lorsque leur distance angulaire est relativement grande. L'importance du

choix de l'instrument est d'ailleurs considérable, ainsi que nous allons le montrer.

276. *Comparaison des deux Catalogues de Burnham.* — Après le Catalogue dont nous venons de parler, Burnham en a publié un second, obtenu avec l'équatorial de $0^m,47$ d'ouverture de l'observatoire Dearborn, à Chicago [1].

La comparaison de ces deux Catalogues est intéressante, car ici toutes les conditions d'homogénéité sont, en effet, réunies, puisque le constructeur et l'observateur sont les mêmes, l'ouverture de l'instrument étant seule différente. C'est ce que permet le Tableau suivant qui résume le second Catalogue :

CATALOGUE BURNHAM ($0^m,48$).

Classe.	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	Total ou moyenne.	Richesse relative.
					Nombre des systèmes binaires.					
A.....	14	12	11	6	7	2	4	9	65	0,17
B.....	49	35	37	33	15	5	12	7	193	0,48
C.....	36	54	21	9	8	"	7	3	138	0,34
Sommes...	99	101	69	48	30	7	23	19	396	"
Richesse relative....	0,25	0,26	0,17	0,12	0,08	0,02	0,05	0,06		"
					Grandeur moyenne de l'étoile principale.					
A.....	5,24	5,55	5,89	5,73	5,61	6,00	4,75	5,08	5,64	"
B.....	7,42	7,55	7,45	7,25	7,13	7,12	7,05	7,36	7,30	"
C.....	8,78	8,82	8,79	9,54	9,19	"	9,13	8,67	9,00	"
					Grandeur moyenne du compagnon.					
A.....	8,39	10,05	11,65	12,03	12,10	10,75	12,33	11,79	"	"
B.....	8,43	10,62	11,40	11,64	12,06	11,50	11,79	9,63	"	"
C.....	9,64	10,42	11,23	11,49	11,80	"	9,43	10,00	"	"
					Différence moyenne des grandeurs.					
A.....	3,15	4,50	5,76	6,38	6,49	4,73	7,63	6,71	"	"
B.....	1,01	3,07	3,95	4,39	4,93	4,38	4,74	2,27	"	"
C.....	0,86	1,60	2,44	1,95	2,61	"	0,30	1,33	"	"

[1] Cet objectif, construit par Clark pour l'Université du Mississipi, a été acheté plus tard par les fondateurs de l'observatoire Dearborn : d'après M. Burnham, il possède effectivement son pouvoir séparateur théorique $0'',25$.

Ce second Catalogue de Burnham se trouve dans les Volumes XLIV et XLVII des *Memoirs of the Royal astronomical Society*.

La richesse relative de l'ensemble des quatre premières classes de distance est la même, 0,80 dans les deux Catalogues, mais sa distribution y est différente, puisque pour la classe I elle est double dans le second Catalogue que dans le premier et que, tandis qu'avec le 6 pouces la classe II était, à fort peu près, trois fois plus riche proportionnellement que la classe I, les richesses relatives de ces deux classes sont les mêmes avec le 18,5 pouces.

D'un autre côté, dans le second Catalogue, l'étoile principale est en moyenne, pour la subdivision A, plus brillante d'une demi-grandeur que dans le premier, et surtout la différence des grandeurs pour les trois classes de systèmes les plus serrés est double ou triple dans le second Catalogue que dans le premier.

Enfin, le second Catalogue ne renferme que deux couples où la différence des grandeurs soit supérieure à 9,

δ Céphée.....	$3^{gr}-13^{gr}$	à $19'',2$
δ Andromède.....	$3\ -12,5$	à $28'',0$

et il contient quatorze couples brillants dont les composantes diffèrent de moins de une grandeur, couples très serrés, car, la distance maximum étant $1'',4$, on a en moyenne,

$$d = 0'',32,\ \ G = 6^{gr},42,\ G' = 5^{gr},74,\ G' - G = 0^{gr},32.$$

et dans aucun d'eux, d'ailleurs, l'étoile principale n'a un éclat supérieur à la grandeur $5^{gr},8$.

Ainsi, augmentation du nombre des groupes, dédoublement d'étoiles plus brillantes et à compagnons plus faibles, tel est l'effet principal de l'accroissement de l'ouverture.

277. *Comparaison des Catalogues de Russell et Burnham.* — Le Catalogue de Russell [1], fait avec un objectif de $0^{m},19$ d'ouverture, permet, par la comparaison avec le premier Catalogue de Burnham, de mettre en évidence l'effet des qualités optiques.

---

[1] H.-C. Russell, *Measures of Sir John Herschel's Cape stars, together with a list of new double stars* (*Memoirs of the Royal Astronomical Society*, Vol. XLVII, p. 107 et suiv.).

CATALOGUE RUSSELL ($0^{m},19$).

Classe.	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	Total ou moyenne.	Richesse relative.
				Nombre des systèmes binaires.						
A.....	2	2	3	"	1	"	"	"	8	0,03
B.....	3	5	20	9	2	8	5	9	61	0,20
C.....	"	9	30	43	51	48	38	18	237	0,78
Sommes...	5	16	53	52	54	56	43	27	306	"
Richesse relative....	0,02	0,05	0,17	0,17	0,17	0,18	0,14	0,09	"	"
				Grandeur moyenne de l'étoile principale.						
A.....	3,50	5,50	5,00	"	6,00	"	"	"	"	"
B.....	7,67	7,20	7,52	7,78	9,50	7,81	7,40	7,50	7,69	"
C.....	"	9,44	9,43	9,98	9,85	10,06	10,12	9,91	9,80	"
				Grandeur moyenne du compagnon.						
A.....	7,75	8,00	9,33	"	9,00	"	"	"	"	"
B.....	8,33	8,50	9,20	9,56	9,50	9,31	9,30	9,06	9,01	"
C.....	"	10,00	10,15	10,51	10,63	11,06	10,70	10,66	10,54	"
				Différence moyenne des grandeurs.						
A.....	4,25	2,50	4,33	"	3,00	"	"	"	"	"
B.....	0,66	1,30	1,58	1,78	0,00	1,50	2,40	1,56	"	"
C.....	"	0,56	0,72	0,58	0,78	1,00	0,58	0,75	"	"

Ce Catalogue renferme fort peu de groupes brillants, 0,03 pour A et 0,20 pour B, soit en tout 0,23 pour les deux subdivisions brillantes au lieu de 0,71 pour Burnham, si bien que dans la majeure partie (0,80) des groupes l'éclat de l'étoile principale est inférieur à la 8e grandeur. D'autre part, les groupes serrés y sont en proportion très faible, 0,07 pour l'ensemble des classes I et II au lieu de 0,47 dans le Catalogue de Burnham, et à partir d'une distance de 2″ la richesse relative des différentes classes est sensiblement la même (0,17).

Un autre fait bien caractéristique, dans ce Catalogue, est le peu de différence d'éclat des composantes des groupes qu'il contient : seuls les huit systèmes brillants (A) présentent des différences un peu importantes (moy. = $3^{gr},51$); et, dans les deux groupes où cette différence est la plus grande, elle n'atteint que quatre et cinq classes de grandeur. D'autre part, pour le cinquième (64) du nombre total des systèmes, les composantes ont

des éclats égaux; et la différence moyenne d'éclat des composantes y est de $1^{gr},35$ et $0^{gr},71$ pour les subdivisions B et C, au lieu de $3^{gr},29$ et $1^{gr},78$ dans le Catalogue de Burnham.

Enfin le Catalogue de Russell renferme neuf groupes brillants dont les composantes diffèrent de moins de une classe de grandeur; mais ils sont, en général, moins serrés que dans les autres Catalogues; cependant, parmi eux, les groupes les plus brillants, dans lesquels l'étoile principale est de 4e et de 5e grandeur, sont de beaucoup les plus rapprochés ($0'',5$ et $1'',0$).

L'objectif de Russell se comporte donc, vis-à-vis de celui de Burnham, comme s'il avait une ouverture considérablement moindre.

278. *Comparaison des principaux Catalogues.* — Afin de mettre en évidence les progrès successivement acquis dans l'observation des étoiles doubles, nous réunirons dans le Tableau qui suit la distribution, dans les deux premières classes de Struve, des systèmes que contiennent les Catalogues les plus importants.

	Nombre total.	Classe I.	Classe II.	Total.	Richesse relative.
Herschel I (H_1).....	812	12	24	36	0,045
Herschel II (H_2).....	3429	2	20	22	0,007
W. Struve (Σ).....	2925	89	316	405	0,150
O. Struve (O.Σ) (1)...	547	154	63	217	0,400
Burnham (β_1) et (β_2)...	1000	266	254	520	0,520
Russell.....	306	5	16	21	0,066
See.....	500	124	40	164	0,328

(1) Ces observations de O. Struve ont été faites avec un objectif de Merz et Mähler de $0^m,38$ d'ouverture, dont le pouvoir séparateur paraît être très voisin de son pouvoir théorique; le Catalogue fort important qui s'en déduit a été publié sous le titre : *Catalogue revu et corrigé de 547 étoiles doubles principales nouvelles* (*Recueil des Mémoires des astronomes de l'observatoire central de Russie,* Vol. I, 1853); on l'appelle *Catalogue de Poulkowa.* Depuis, O. Struve a repris les mesures d'un certain nombre d'étoiles de ce Catalogue et de celui de W. Struve; elles ont été publiées sous le titre : *Mesures micrométriques des étoiles doubles* (*Observations de Poulkowa,* Vol. IX, 1878, et Vol. X, 1893). Les introductions à ces mesures renferment une série de Notices fort intéressantes sur l'observation des étoiles doubles, et, en particulier, une étude remarquable sur l'*équation personnelle* relative à ce genre d'observations.

III. — Masses.

279. *Généralité de la loi de Newton.* — L'étude des étoiles doubles a été le point de départ de l'extension à tout l'univers des lois de la gravitation universelle et de l'affirmation de la généralité absolue du coefficient d'attraction qu'elles renferment; depuis que le premier Savary l'a démontrée par le fait, deux mathématiciens célèbres, MM. Darboux et Halphen, répondant à une question académique posée par M. Bertrand, ont fait voir d'une façon tout à fait générale et abstraite que : « une force centrale qui, agissant sur une particule matérielle lui fait décrire une conique, a nécessairement la même expression que la force de la gravitation de Newton ».

280. *Comparaison des systèmes binaires au système solaire.* — Nous sommes ainsi en droit de comparer les systèmes stellaires doubles entre eux et au système solaire.

Soient donc rapportés à des unités déterminées de masse, de longueur et de temps :

M et M' les masses de deux étoiles,
ρ le demi grand axe de l'orbite stellaire,
P la durée de la révolution,

on aura pour tous les systèmes doubles et d'après la troisième loi de Képler,

$$\frac{\rho^3}{P^2(M+M')} = \text{const.}$$

Soient, par rapport aux mêmes unités :

μ la masse du Soleil,
μ' la masse de la Terre,
R le demi grand axe de l'orbite terrestre,
T la durée de l'année sidérale,

on aura, par suite de l'universalité de la loi de gravitation,

$$\frac{\rho^3}{P^2(M+M')} = \frac{R^3}{T^2(\mu+\mu')},$$

équation qui donne une relation entre les éléments d'un système stellaire quelconque et ceux du système solaire.

Soit maintenant Δ la distance de l'étoile au Soleil rapportée à la même unité, cette équation pourra s'écrire

$$\frac{\left(\frac{\rho}{\Delta}\right)^3}{P^2(M+M')} = \frac{\left(\frac{R}{\Delta}\right)^3}{T^2(\mu+\mu')};$$

or,

$\frac{\rho}{\Delta} = (a'') =$ demi grand axe de l'orbite stellaire, exprimé en secondes d'arc,

$\frac{R}{\Delta} = p =$ parallaxe de l'étoile, exprimée en secondes d'arc;

on a donc

$$\frac{M+M'}{\mu+\mu'} = \frac{\left(\frac{a''}{p}\right)^3}{\left(\frac{P}{T}\right)^2},$$

d'où cet énoncé remarquable :

Le rapport de la masse totale d'un système stellaire double à la somme des masses du Soleil et de la Terre est égal au quotient du cube du rapport du demi grand axe à la parallaxe exprimé en secondes, par le carré du rapport de la durée de révolution du système à celle de l'année sidérale.

Choisissons maintenant les unités et prenons pour

unité de masse, la somme des masses du Soleil et de la Terre, $\mu + \mu' = 1$,

unité de longueur, celle du demi grand axe de l'orbite terrestre, $R = 1$,

unité de temps, la durée de l'année sidérale, $T = 1$,

la relation précédente prendra la forme simple

$$(1) \qquad M + M' = \frac{\left(\frac{a''}{p}\right)^3}{P^2},$$

et l'énoncé ci-dessus se réduira au suivant :

La masse totale d'un système stellaire double est égale au

quotient du cube du rapport de son demi grand axe à sa parallaxe exprimée en secondes par le carré de sa durée de révolution exprimée en années.

Comme la parallaxe d'une étoile est le quotient du demi grand axe (a'') exprimé en secondes par le même demi grand axe a exprimé en unité astronomique, la relation précédente peut encore s'écrire

$$M + M' = \frac{a^3}{P^2},$$

et le théorème précédent s'énoncer :

La masse totale d'un système stellaire double est égale au quotient du cube de la longueur de son demi grand axe par le carré du temps de sa révolution.

Sous cette forme, d'ailleurs moins pratique, l'analogie avec les lois du système solaire est beaucoup plus évidente.

On peut donc peser les étoiles de même que l'on a pesé les planètes; et, dans les deux cas, les seuls éléments qui interviennent réellement dans la mesure sont les *angles* et le *temps*.

C'est ainsi qu'en appliquant la formule (1) aux systèmes binaires dont on connaît la parallaxe on obtient les résultats suivants :

Étoile.	p.	a''.	P.	a.	M+M'.
α Centaure.....	0,75	18,17	84	25	2,0
61 Cygne.....	0,44	29,48	783	68	0,5
Sirius.....	0,39	8,31	52	24	3,2
Procyon.....	0,27	5,84	40	4	6,3
o^2 Eridan.....	0,19	5,72	176	28	0,9
γ Cassiopée.....	0,15	8,20	190	39	4,3
p Ophiuchus.....	0,15	4,60	88	30	3,6

Ce Tableau montre que les masses des systèmes binaires tantôt plus grandes, tantôt moindres que celle du Soleil, lui sont, en général, comparables et qu'à ce point de vue encore l'analogie de cet astre et des étoiles est complète; seule la masse de Procyon est relativement forte; mais il faut remarquer que les observations micrométriques servant de base à la détermination de son orbite n'embrassant encore que quelques années, la valeur admise pour le grand axe peut être un peu erronée.

D'un autre côté nous avons inséré dans la colonne a les valeurs en unité astronomique des demi grands axes des orbites de ces sept systèmes binaires; sauf pour la 61e du Cygne où il en est sensiblement le double et pour Procyon où il en est le quart, ces grands axes sont voisins de celui de l'orbite de Neptune.

281. *Rapport des masses des deux composantes.* — Le rapport des masses des composantes peut s'obtenir si l'on connaît les mouvements absolus de chacune d'elles : elles décrivent, en effet, pendant la durée de la révolution du système et autour de son centre de gravité, des ellipses semblables dont les dimensions sont inversement proportionnelles à leurs masses.

Jusqu'à présent ces déterminations ont été généralement basées sur les observations méridiennes; c'est ainsi que les nombreuses séries d'observations de α^1 et α^2 Centaure, faites au Cap à différentes reprises depuis 1832, ont conduit à des valeurs sensiblement concordantes du rapport de leurs masses. Stone le trouvait égal à 1, et après une discussion plus complète W. Roberts (1) obtint pour lui

$$\frac{\alpha^1}{\alpha^2} = 1,041 \pm 0,02 \quad (1).$$

Elkin (2), de son côté, trouve le nombre

$$1,124.$$

Adoptons la valeur 1,1, et pour la masse totale du système le nombre 2,1, les masses des deux composantes seront 1,0 et 1,1 fois la somme des masses du Soleil et de la Terre, le compagnon décrivant une orbite relative un peu plus petite que celle de Neptune.

C'est en procédant de même pour le système de η Cassiopée que L. Struve a trouvé en 1881

$$\frac{M'}{M} = 0,366,$$

et comme, dans ce cas

$$M + M' = 4,3,$$

(1) *Cape meridian observations* et *Astronomische Nachrichten* (n° 3313).
(2) Elkin, *Inaugural Dissertation.*

il en résulte

$$M = 3,1, \qquad M' = 1,2,$$

l'orbite du compagnon surpassant d'ailleurs de un quart celui de Neptune.

Mais cette méthode n'est pas applicable aux couples serrés dont les distances n'atteignent, au plus, que deux ou trois secondes d'arc; généralement, en effet, ces couples ne sont pas dédoublés par les instruments méridiens usuels ou, si la séparation est possible, les erreurs d'observation surpassent les quantités inconnues qu'exige la détermination du rapport des masses. Gill a proposé d'employer alors une triangulation du système à l'aide d'étoiles voisines et faibles, faite soit avec l'héliomètre, soit avec le micromètre [1].

Cette méthode est absolument la même que celle adoptée pour la détermination des parallaxes, mais la durée des observations sera, en général, beaucoup plus grande, celle-ci devant s'étendre, dans ce cas, à une période tout entière du système binaire ou, tout au moins, à une grande partie de cette période.

Quoi qu'il en soit, il résulte de ce qui précède que, dans les systèmes binaires à composantes d'éclats égaux, les masses de celles-ci sont sensiblement égales; nous verrons plus loin que ceci s'applique aussi aux groupes dont l'une des composantes est d'éclat beaucoup plus faible que l'autre, la différence entre chacune d'elles ne portant ici que sur leur éclat intrinsèque.

IV. — Distances.

282. *Parallaxes théoriques.* — Reprenons l'équation

$$(1) \qquad \frac{M + M'}{\mu + \mu'} = \frac{\left(\frac{a''}{p}\right)^3}{P^2},$$

et supposons la masse du système égale à celle du Soleil

$$M + M' = \mu + \mu',$$

---

[1] GILL, *Sur les mesures de α Centaure* (*Proceedings of the Roy. Astr. Society*, t. XL, p. 235).

et soit π la valeur de p qui résulte de cette hypothèse, nous aurons

$$\pi = (a'')P^{-\frac{2}{3}}. \tag{2}$$

π est ce qu'on appelle la *parallaxe théorique* du système binaire, et l'équation précédente donne l'énoncé :

La parallaxe théorique d'un système binaire est égale au quotient du demi grand axe de son orbite exprimé en secondes d'arc par la puissance deux tiers de la durée de sa révolution.

Le Tableau suivant donne les valeurs de π pour les systèmes binaires dont nous avons fait connaître plus haut les éléments.

Étoile.	p.	π.
α Centaure	0",75	0",944
61 Cygne	0,44	0,347
Sirius	0,39	0,575
Procyon	0,27	0,499
o^2 Éridan	0,19	0,182
η Cassiopée	0,15	0,243
p Ophiuchus	0,15	0,229

On voit que, pour les systèmes dont la masse diffère peu de celle du Soleil, les deux parallaxes sont sensiblement concordantes; d'autre part, une parallaxe théorique un peu forte indique, selon toute probabilité, un système où la masse est relativement grande par rapport à celle du Soleil; une parallaxe théorique relativement faible donne, au contraire, à supposer que la masse du système binaire n'est qu'une fraction de celle du Soleil.

Si l'on introduit l'expression (2) dans l'équation (1), il vient

$$\frac{M + M'}{\mu + \mu'} = \left(\frac{\pi}{p}\right)^3, \tag{3}$$

ou, en prenant pour unité de masse la somme des masses du Soleil et de la Terre,

$$M + M' = \left(\frac{\pi}{p}\right)^3,$$

d'où l'énoncé :

La masse totale d'un système binaire est égale au cube du rapport de sa parallaxe théorique à sa parallaxe réelle.

Le Tableau des pages 84 et 85, donne pour chacun de nos systèmes binaires la valeur de sa parallaxe théorique.

Pour les sept précédents, les valeurs des deux parallaxes concordent suffisamment; on est donc en droit de considérer ce Tableau comme un guide utile dans le choix à faire pour une recherche directe de parallaxe.

V. — Intervention de la vitesse radiale orbitale.

283. *Historique et principes de la méthode d'observation. Niven. Pickering. See.* — Les observations micrométriques font connaître la valeur angulaire de la projection sur la ligne de visée du grand axe de l'orbite d'un système binaire; si l'on pouvait obtenir la valeur linéaire de cette même projection, la combinaison de ces deux nombres conduirait à la détermination des dimensions réelles de l'orbite, ainsi que de la distance du système au Soleil. C'est ce que permettent de faire les observations spectroscopiques par la mesure de la vitesse radiale orbitale.

L'idée de combiner ainsi les données de ces deux modes d'observation a été émise pour la première fois, en 1873, par Talbot, au congrès d'Édimbourg de l'Association britannique pour l'avancement des Sciences, plutôt d'ailleurs à titre d'indication. L'année suivante, C. Niven et, depuis, C. Pickering et T. See en ont donné, dans des voies différentes, la solution théorique (1) et, à ce point de vue, elle est aujourd'hui complète.

Quant à la méthode d'observation, elle consiste à déterminer le déplacement relatif d'une raie donnée dans les spectres des deux étoiles. Cette détermination pourrait se faire parfois par observation directe; mais elle est plus facile par la spectrophotographie. On peut obtenir ainsi, soit sur une même plaque pour les groupes

---

(1) C. Niven, *On a method of finding the parallax of double stars* (*Monthly notices of R.A.S.*, vol. XXXIV, p. 339 et suiv.; 1874).

C. Pickering, *Dimensions of fixed stars, with especial reference to binary and variable of the Algol type* (*Proceedings of the american Academy of Arts and Science*, vol. XVI, p. 5 et suiv.; 1880).

T. See, *Theorie of the determination by means of a single spectroscopic observation of the absolute dimensions, masses and parallaxes of stellar system whose orbits are known from micrometrical measurements* (*Astronomische Nachrichten*, n° 3314).

serrés, soit sur deux plaques différentes à peu d'intervalle et en les rapportant toutes deux à une même raie artificielle pour les groupes plus larges, les images des spectres des deux composantes du système binaire.

Or (n° 145), la vitesse v avec laquelle une étoile s'approche de nous est donnée par

$$v = \frac{V}{\lambda} l,$$

l étant le déplacement d'une raie déterminée de son spectre : pour une autre étoile, on aura

$$v' = \frac{V}{\lambda} l' :$$

la vitesse relative suivant la ligne de visée sera donc

$$v' - v = \frac{V}{\lambda} (l' - l)$$

et sera donnée par les mesures effectuées, soit directement, soit sur les images photographiques des deux spectres.

Mais, pour l'application de cette méthode, les points d'observation sur l'orbite relative ne sont pas tous également favorables ; en certains de ces points la vitesse radiale relative est nulle; dans d'autres, au contraire, elle a une valeur maximum. Il convient donc d'étudier tout d'abord ces conditions à l'aide de l'expression théorique de la vitesse radiale orbitale.

284. *Expression théorique de la vitesse radiale orbitale.* — La projection d'une droite quelconque du plan de l'orbite sur la ligne de visée est évidemment égale à la projection sur cette même ligne de sa composante suivant une perpendiculaire à la ligne des nœuds. La vitesse radiale R sera donc, au facteur constant près $\sin i$, égale à la composante v, estimée suivant une perpendiculaire à la ligne des nœuds, de la vitesse réelle sur l'orbite; il suffit donc d'obtenir l'expression de la composante v. Nous procéderons de deux manières :

1° *Méthode analytique.* — Soit un point M de l'orbite défini par le rayon vecteur r et l'argument de latitude u ; sa distance s au foyer estimée suivant une perpendiculaire à la ligne des nœuds sera

$$s = r \sin u,$$

d'où

$$v = \frac{ds}{dt} = \frac{dr}{dt}\sin u + r\cos u\frac{du}{dt} = \frac{du}{dt}\left(\frac{dr}{du}\sin u + r\cos u\right).$$

Or on a

$$u = \nu + \lambda, \qquad \frac{du}{dt} = \frac{d\nu}{dt}$$

et

$$\frac{dr}{du} = \frac{dr}{d\nu} = r\frac{e\sin\nu}{1 + e\cos\nu};$$

en remplaçant $(1 + e\cos\nu)$ par sa valeur, il vient

$$v = \frac{r^2}{a(1-e^2)}[e\cos\lambda + \cos(\nu + \lambda)]\frac{d\nu}{dt};$$

d'autre part, C étant la constante des aires,

$$\frac{d\nu}{dt} = \frac{C}{r^2} = \frac{2\pi a^2\sqrt{1-e^2}}{P}\frac{1}{r^2},$$

d'où

$$v = \frac{2\pi a}{P\sqrt{1-e^2}}[e\cos\lambda + \cos(\nu + \lambda)],$$

et, en posant, pour abréger

$$m = \frac{2\pi a}{P\sqrt{1-e^2}},$$

$$v = m[e\cos\lambda + \cos(\nu + \lambda)],$$

d'où

$$R = m[e\cos\lambda + \cos(\nu + \lambda)]\sin i.$$

2° *Méthode géométrique.* — Des considérations géométriques simples conduisent à la même expression. Soit TT′ la tangente en M à l'orbite (*fig.* 39), p et p' les perpendiculaires abaissées FQ, F′Q′ sur elle des deux foyers, V la vitesse en M; on a par la loi des aires

$$pV = C,$$

et d'autre part

$$pp' = b^2,$$

d'où

$$V = \frac{2\pi}{P\sqrt{1-e^2}}p' = kp'.$$

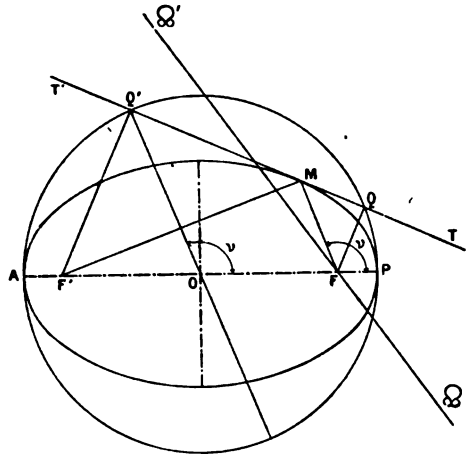
La projection de la vitesse en M sur une perpendiculaire à la ligne des nœuds n'est donc autre que la projection sur la ligne des

nœuds d'une longueur $k.F'Q'$ portée à partir de F' sur $F'Q'$. Or on a

$$\text{proj } F'Q' = \text{proj } F'O + \text{proj } OQ';$$

d'autre part, on sait que l'angle $Q'OF$ est égal à l'anomalie vraie v

Fig. 39.



du point M et que le lieu des points Q est le cercle directeur de l'ellipse; on aura donc

$$\text{proj } F'Q' = ae\cos\lambda + a\cos(v+\lambda),$$

et par suite

$$v = ka[e\cos\lambda + \cos(v+\lambda)],$$

d'où

$$R = m[e\cos\lambda + \cos(v+\lambda)]\sin i,$$
$$= \frac{2\pi}{P}\frac{a}{\sqrt{1-e^2}}[e\cos\lambda + \cos(v+\lambda)]\sin i.$$

285. *Méthode de calcul.* — On a donc

$$a = R\frac{P}{2\pi}\frac{\sqrt{1-e^2}}{[e\cos\lambda + \cos(v+\lambda)]\sin i},$$

de sorte que, si les éléments autres que a de l'orbite du système sont connus, chaque valeur mesurée de la vitesse radiale correspondant à une anomalie vraie déterminée donnera une valeur de a en fonction de R. Or R est exprimée en kilomètres à la

seconde et, pour les systèmes dont il est question ici, la période P se rapporte à l'année sidérale; soit donc s le nombre de secondes que contient celle-ci, on aura

$$a = \mathrm{R}\,\frac{s}{2\pi}\,\frac{\mathrm{P}\sqrt{1-e^2}}{[e\cos\lambda + \cos(\nu+\lambda)]\sin i},$$

où a est, comme R, exprimé en kilomètres. Si l'on veut a en unité astronomique, on aura, en désignant par K le nombre de kilomètres que renferme cette dernière,

$$a = \mathrm{R}\,\frac{s}{2\pi.\mathrm{K}}\,\frac{\mathrm{P}\sqrt{1-e^2}}{[e\cos\lambda + \cos(\nu+\lambda)]\sin i}.$$

On introduit souvent ici le mouvement moyen annuel n exprimé en nombre

$$n = \frac{2\pi}{\mathrm{P}};$$

la formule précédente devient alors

$$a = \mathrm{R}\,\frac{s}{\mathrm{K}}\,\frac{\sqrt{1-e^2}}{n}\,\frac{1}{[e\cos\lambda + \cos(\nu+\lambda)]\sin i}.$$

L'une ou l'autre de ces expressions équivalentes donnera a en unité astronomique pour toute valeur de la vitesse R et de l'anomalie vraie ν correspondante; en principe, une seule mesure de la vitesse radiale suffit pour obtenir les dimensions absolues de l'orbite.

286. *Choix des époques favorables.* — Mais toutes les époques d'observation ne sont point également favorables; ainsi aux points de l'orbite où la vitesse est peu inclinée sur la ligne des nœuds, toute tentative de mesure de R serait évidemment illusoire. Les moments les plus favorables sont ceux où

$$\cos(\nu+\lambda) = \pm 1,$$

car alors la vitesse R est maximum.

$$\mathrm{R}_1 = m(e\cos\lambda + 1)\sin i, \qquad \mathrm{R}_2 = m(e\cos\lambda - 1)\sin i;$$

dans ces cas,

$$\nu + \lambda = 0 \qquad \text{ou} \qquad \nu + \lambda = \pi,$$

et le compagnon passe par un de ses nœuds. Mais ici nous avons le moyen de distinguer l'un de l'autre ces deux points; en effet le compagnon se rapprochant de la Terre pendant une portion de son orbite et s'en éloignant pendant l'autre portion, le déplacement relatif de la raie s'effectuera tantôt vers le violet, tantôt vers le rouge, $l' - l$ sera tantôt négatif, tantôt positif, la vitesse relative $(v' - v)$ sera en même temps tantôt *négative,* tantôt *positive*, et dans ce dernier cas correspondra à un éloignement relatif du compagnon.

Nous appellerons *nœud ascendant* celui où le compagnon s'éloigne de la Terre et par suite où la vitesse est positive.

Soient A et B les valeurs absolues de ces vitesses au nœud ascendant et au nœud descendant. On a

$$a = \mathrm{A}\frac{s}{\mathrm{K}}\frac{\sqrt{1-e^2}}{n}\frac{1}{(1+e\cos\lambda)\sin i} \quad \text{et} \quad a = \mathrm{B}\frac{s}{\mathrm{K}}\frac{\sqrt{1-e^2}}{n}\frac{1}{(1-e\cos\lambda)\sin i},$$

équations qui donneront séparément la valeur de a.

Deux autres régions conviennent encore pour cette détermination : ce sont celles qui correspondent au cas où le rayon vecteur est perpendiculaire à la ligne des nœuds. Alors

$$\cos(v+\lambda) = 0,$$
$$v+\lambda = 90^\circ \quad \text{ou} \quad v+\lambda = 270^\circ;$$

les vitesses radiales sont alors égales toutes deux à

$$\mathrm{R}_3 = a\frac{\mathrm{K}}{s}\frac{n}{\sqrt{1-e^2}}(e\cos\lambda\sin i)$$

(c'est-à-dire à la moyenne algébrique de R_1 et R_2), et l'on détermine a par

$$a = \mathrm{R}_3\frac{s}{\mathrm{K}}\frac{\sqrt{1-e^2}}{n}\frac{1}{e\cos\lambda\sin i}.$$

Il est à remarquer que le facteur $(e\cos\lambda\cos i)$ est la projection de l'excentricité sur la ligne de visée.

287. *Résultats acquis. — Belopolsky.* — Cette méthode spectrographique de recherches a été appliquée de 1896 à 1898 par

A. Belopolsky (1) à l'aide du grand équatorial de $0^m,76$ de l'observatoire de Poulkowa (2).

Les systèmes choisis par lui sont ceux à très longue période de γ Vierge ($3^g,0 - 3^g,0 . a = 4''$) et γ Lion ($2^g,0 - 3^g,5 . a = 3'',2$); dans chaque cas les spectres des deux composantes ont été trouvés identiques l'un à l'autre, mais un peu différents d'éclat. Les mesures faites par comparaison avec une source artificielle et sans avoir choisi pour elles les époques les plus favorables ont donné les vitesses suivantes des deux composantes par rapport au Soleil, et leurs vitesses relatives à l'époque moyenne des observations.

γ Vierge.	km	γ Lion	km
Comp^te Nord (compagnon).	—21,7	Étoile principale.....	— 39,1
Comp^te Sud.....	—19,6	Compagnon.....	— 37,3
Vitesse relative.....	— 2,0	Vitesse relative.....	— 1,8

Avec ces vitesses orbitales et les éléments des orbites donnés par Dorbeck, on obtient pour a en unité astronomique, pour la somme des masses $M + M' = \frac{a^3}{P^2}$ et la parallaxe $p = \frac{a''}{a}$, les valeurs suivantes :

	a.	p.	$M + M_1$.
γ Vierge.....	79,4	0",051	15,0
γ Lion.....	102,0	0",020	6,5

Il faut remarquer d'ailleurs que ces valeurs sont assez incertaines; les valeurs isolées déduites des différentes observations varient, en effet, entre les limites suivantes :

	a.	p.	$M + M'$.
γ Vierge...	80 à 105	0",035 à 0",055	15 à 35
γ Lion	80 à 130	0",015 à 0",025	3 à 15

On déduit, d'autre part, des nombres observés, les valeurs de la vitesse radiale à l'époque moyenne des observations

γ Vierge..... $R = -20^{km},8$, γ Lion..... $R = -37^{km},7$

(1) A. Belopolsky, *Ueber einen Versuch die Geschwindigkeiten im Visionradius der Componenten von γ Virginis und γ Leonis zu bestimmen.* (*Astronomische Nachrichten*, n° 3510).

(2) Cet instrument dont l'objectif est achromatisé pour les rayons chimiques permet l'étude des systèmes binaires dont les composantes sont de grandeur supérieure à $4^g,5$ et à une distance supérieure à 3".

Époques favorables.

Groupe stellaire.	Nœud ascendant. Époque.	Nœud ascendant. p.R.	Nœud ascendant. R_p.	Nœud descendant. Époque.	Nœud descendant. p.R.	Nœud descendant. R_p.	Rayon perpendiculaire. Époque.	Rayon perpendiculaire. Époque.	Rayon perpendiculaire. p.R.	Rayon perpendiculaire. R_p.
			km			km				km
Σ.3062	1824,4	+0",291	+ 1,5	1847,8	—0",301	— 1,5	1887,7	1836,2	—0",005	— 0,0
Σ.2	1899,6	0,122	0,6	2012,4	0,066	0,3	1934,3	2048,0	+0,028	+ 0,1
Baleine	1887,3	0,512	2,9	1897,7	1,819	9,1	1882,5	1896,1	—0,653	— 3,3
η Cassiopée	1945,3	0,625	3,1	1901,8	1,452	7,3	1916,5	1869,7	—0,414	— 2,1
66 Poissons	1959,5	0,019	0,1	1899,7	0,038	0,2	1881,2	1914,9	—0,009	— 0,0
γ Andromède	1885,1	0,075	0,4	1892,3	0,714	3,6	1891,5	1893,6	—0,320	— 1,6
o^2 Éridan	1863,0	1,137	5,7	1961,8	0,761	3,8	1899,7	2010,2	+0,188	+ 0,9
12 Lynx	1807,7	0,066	0,3	2122,0	0,066	0,3	1966.9	1718,7	0,000	0,0
Sirius	1901,9	2,486	12,4	1892,1	5,945	29,7	1883,4	1894,7	—1,730	— 8,7
Castor	1628,6	0,150	0,8	1764,0	0,132	0,7	1755,7	2304,9	+0,009	0,0
Procyon	1885,0	2,530	12,6	1894,3	3,290	16,4	1890,4	1906,7	—0,380	— 1,9
9 Poupe	1891,6	1,438	7,2	1893,7	0,996	5,0	1884,9	1892,5	+0,221	+ 1,1
ζ Écrevisse	1921,0	0,056	0,3	1878,2	0,056	0,3	1930,2	1898,5	0,000	0,0
Σ 3121	1869,6	0,484	2,4	1881,0	0,729	3,6	1889,1	1876,6	—0,122	— 0,6
ω Lion	1822,7	0,179	0,4	1847,2	0,329	1,6	1872,4	1839,2	—0,075	— 0,4
φ Grande Ourse	1882,4	0,094	0,5	1920,9	0,038	0,2	1869,5	1795,5	+0,028	+ 0,1
γ Lion	1875,4	0,042	0,2	1738,7	0,249	1,2	1753,3	1717,2	—0,103	— 0,5
ξ Grande Ourse	1889,1	0,855	4,3	1931,3	1,391	7,0	1917,0	1877,7	—0,268	— 1,3
O.Σ.234	1908,7	0,089	0,4	1877,1	0,155	0,8	1887,5	1862,3	—0,033	— 0,2
O.Σ.235	1890,1	0,197	1,0	1839,0	0,320	1,6	1856,8	1908,7	—0,061	— 0,3
γ Centaure	1909,2	0,113	0,6	1848,2	0,931	4,7	1934,1	1851,2	—0,409	— 2,0
γ Vierge	2028,9	0,733	3,7	1838,1	0,738	3,7	1836,5	1933,5	0,000	0,0
35 Chev. de Bérénice	1832,3	0,235	1,2	1799,8	0,244	1,2	1816,0	1703,5	—0,005	0,0
42 Chev. de Bérénice	1880,0	0,898	4,5	1882,3	0,766	3,8	1885,5	1896,6	+0,066	+ 0,3
O.Σ.269	1880,6	0,273	1,4	1898,8	0,150	0,7	1871,4	1886,3	+0,061	+ 0,3
Σ.1757	1911,7	0,118	0,6	1765,6	0,183	0,9	1817,1	1696,5	—0,033	— 0,2
25 Chiens de Chasse	2002,4	0,047	0,2	1867,0	0,244	1,2	1861,9	1876,7	—0,099	— 0,5

[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
η Couronne boréale	1906,1	0,451	2,3	1889,9	0,696	3,5	1895,8	1880,8	—0,122	—	0,6
μ^1 Bouvier	1860,3	0,216	1,1	1928,6	0,075	0,4	1876,3	2050,4	+0,071	+	0,4
O.Σ.298	1882,1	0,597	3,0	1898,6	0,353	1,8	1876,2	1885,6	+0,122	+	0.6
γ Couronne boréale	1922,5	0,315	1,6	1907,6	0,353	1,8	1881,4	1914,6	—0,019	—	0.1
ξ Scorpion	1836,3	0,343	1,7	1880,5	0,381	1,9	1908,5	1859,7	—0,019	—	0,1
σ Couronne boréale	1808,4	0,353	1,8	1895,7	0,164	0,8	1737,5	1833,0	+0,094	+	0,5
λ Ophiuchus	2036,8	0,047	0,2	1798,1	0,113	0,6	1857,3	1761,9	—0,033	—	0,2
ζ Hercule	1903,9	0,982	4,9	1897,0	1,227	6,1	1885,2	1900,2	—0,122	—	0,6
167 Hercule	1863,3	0,103	0,5	1912,0	0,122	0,6	1785,2	1890,7	—0,009		0,9
μ Dragon	1909,7	0,000	0,0	2518,1	0,000	0,0	2240,9	2584,7	0,000		0,0
β.416	1894,8	0,808	4,0	1888,6	0,743	3,7	1097,4	1891,8	+0,033	+	0,2
221 Ophiuchus	1912.4	0,860	4,3	1885,8	0,625	3,1	1874,1	1901,6	+0,118	+	0,6
μ^2 Hercule	1902,3	0,658	3,3	1879,8	1,034	5,2	1888,0	1871,7	—0,188	—	0,9
τ Ophiuchus	1812,4	0,240	1,2	1895,5	0,071	0,4	1790,7	1827,1	+0,085	+	0,4
p Ophiuchus	1952,1	2,780	3,9	1897,7	2,228	11,1	1890,5	1908,6	—0,724	—	3,6
99 Hercule		0,000	0,0		0,000	0,0			0,000		0,0
ζ Sagittaire	1896,9	1,302	6,5	1885,5	0,794	4,0	1899,5	1893,2	+0,254	+	1,3
γ Couronne australe	1953,1	0,169	0,8	1876,8	0,414	2,1	2010,8	1895,0	—0,122	—	0,6
Σ.2525	1887,1	0,432	2,2	1964,9	0,047	0,2	1891,0	1883,7	+0,193	+	1,0
δ Cygne	2123,8	0,080	0,4	1912,6	0,155	0,8	2250,3	1976,4	—0,038	—	0,2
O.Σ.387	1941,9	0,103	0,5	1896,7	0,103	0,5	1974,9	1918,6	0,000		0,0
O.Σ.400	1885,4	0,103	0,5	2024,0	0,038	0,2	1907,6	1878,2	+0,033	+	0,2
β Dauphin	1899,2	0,432	2,2	1883,5	0,912	4,6	1887,9	1880,8	—0,240	—	1,2
λ Cygne	1945,8	0,103	0,5	1924,7	0,273	1,4	1910,7	1929,7	—0,085	—	0,4
4 Verseau	1891,2	0,235	1,2	1917,8	0,160	0,8	1850,7	1901,7	+0,038	+	0,2
61 Cygne	1585,6	1,076	5,4	1276,9	0,973	4,9	1442,1	1807,3	+0,052	+	0,3
δ Petit Cheval	1892,8	1,340	6,7	1898,4	0,954	4,8	1895,0	1901,8	+0,193	+	1,0
τ Cygne	1915,2	0,860	4,3	1894,6	0,550	2,8	1888,8	1903,0	+0,155	+	0,8
κ Pégase	1897,1	1,250	6,3	1894,9	1,222	6,1	1901,7	1896,1	+0,014	+	0,1
ζ Verseau	2212,4	0,056	0,3	1885,1	0,160	0,8	1631,1	1963,3	—0,052	—	0,3
37 Pégase	1861,4	0,080	0,4	1886,3	0,475	2.4	1913,0	1883,5	—0,197	—	1,0
π Céphée	1901,5	0,113	0,6	1764,3	0,150	0,8	1817,7	1937,8	—0,019	—	0,1
85 Pégase	1903,2	0,893	4,5	1885,4	1,072	5,4	1906,8	1893,1	—0,089	—	0,4

288. *Résultats théoriques.* — La tentative de Belopolsky est la seule qui ait été faite jusqu'ici; le choix de γ Lion, dicté surtout par la facilité que donne l'éclat relativement grand des composantes, est mauvais au point de vue de l'application de la méthode à cause de la durée considérable de sa période; celui de γ Vierge au contraire paraît convenable au point de vue théorique.

Il semble donc utile d'examiner les résultats que peut donner chacun des systèmes binaires étudiés plus haut et de préciser aussi les conditions de temps les meilleures pour leurs observations.

Soit, par exemple, a_0 la valeur de a déduite d'une mesure faite au moment du plus fort maximum, on aura

$$R = \frac{K}{s} n a_0 \frac{1 + e\cos\lambda}{\sqrt{1 - e^2}} \sin i,$$

ou, en remplaçant a_0 par $\frac{a''}{p}$,

$$p.R = \frac{K}{s} n.a'' \frac{1 + e\cos\lambda}{\sqrt{1 - e^2}} \sin i,$$

qui donne le produit de la parallaxe par la vitesse radiale maximum en fonction des éléments de l'orbite.

Supposons que, dans le système binaire dont la parallaxe est encore inconnue, sa valeur soit égale à $0'',2$, il viendra, pour vitesse R_p correspondante

$$R_p = 5.\frac{K}{s} n.a'' \frac{1 + e\cos\lambda}{\sqrt{1 + e^2}} \sin i,$$

où a'' est le nombre de secondes d'arc du demi grand axe de l'orbite. On aura ainsi une valeur R_p sans aucun doute inférieure à la valeur réelle de R, puisque fort probablement tous les systèmes binaires que nous considérons ont une parallaxe inférieure à la valeur commune que nous avons adoptée; son calcul a donc pour nous un intérêt considérable, car il nous renseigne sur la possibilité d'application de cette méthode et aussi sur ceux des systèmes binaires qui lui offrent les conditions les plus favorables.

Dans le Tableau ci-dessus nous avons inscrit en regard du nom de chacun des systèmes dont nous avons donné plus haut (p. 46 et 47) les éléments :

1° L'époque du passage par chaque nœud, les valeurs de $p.R$ et R_p correspondantes;

2° Les époques de passage aux points où le rayon vecteur est perpendiculaire à la ligne des nœuds et les valeurs correspondantes de $p.R$ et de R_p.

289. *Discussion.* — Les difficultés d'application de cette méthode peuvent provenir de quatre causes :

1° Les orbites sur lesquels le calcul est basé peuvent être douteuses et incertaines. Mais les éléments les plus importants a, P et e sont toujours obtenus avec une assez grande exactitude; ce serait donc seulement dans le cas d'une excentricité très forte que les erreurs des éléments auraient une influence considérable.

2° Le peu d'éclat des étoiles; or Huggins, en 1864, a pu observer, difficilement il est vrai, par vision directe les spectres des deux étoiles de β Cygne et de α Hercule dont les grandeurs sont 3,7-4,0 et 3,0-3,9 : aujourd'hui la méthode spectrographique s'applique aisément à la grandeur 4,5, et il n'est pas douteux qu'elle atteigne bientôt la 7e grandeur.

3° La distance des étoiles peut être trop faible pour que la séparation soit possible. Ce fait arrivera évidemment dans les couples très serrés lorsque le compagnon occultera plus ou moins l'étoile principale; mais, dans cet intervalle la vitesse radiale du compagnon étant sensiblement nulle, celle de l'étoile principale donne directement sa vitesse radiale relative.

4° La faiblesse du déplacement relatif qui le rendrait inappréciable à nos moyens de mesure. Or, les formules précédentes permettent de trouver R lorsque p est connu; ce calcul, fait pour les systèmes binaires dont nous avons les parallaxes, conduit aux résultats suivants :

Étoile.	Parallaxe.	Vitesse maximum Nœud ascendant.	Vitesse maximum Nœud descendant.
	"	km	km
α Centaure	0,75	+ 13,7	— 6,9
61 Cygne	0,44	+ 2,8	— 2,2
Sirius	0,39	+ 6,7	— 16,1
Procyon	0,27	+ 9,7	— 12,2
o² Éridan	0,19	+ 6,0	— 4,0
η Cassiopée	0,15	+ 4,0	— 9,2
p Ophiuchus	0,15	+ 5,2	— 14,9

d'autre part, on trouve, dans les Tableaux des observations faites par C. Vogel et Scheiner, de 1888 à 1891, à l'observatoire de Potsdam ([1]), un assez grand nombre de déplacements correspondant à une vitesse radiale de $0^{km},7$ pour laquelle la mesure est notée comme bonne et facile; ceci, il est vrai, pour des étoiles de 2,5 grandeur ou plus. La précision serait évidemment moindre pour des étoiles plus faibles, mais depuis des perfectionnements importants ont été apportés au processus expérimental, et l'on est en droit d'admettre que, pour les systèmes qui nous occupent, un déplacement relatif correspondant à une vitesse de 1^{km} serait aujourd'hui très appréciable.

Les vitesses que nous venons de calculer sont bien supérieures à cette limite; il y a donc lieu d'espérer que l'application de cette méthode d'observation conduira bientôt à des conséquences importantes.

En classant, en effet, les systèmes binaires de notre Catalogue (n° 269) par rapport à la grandeur de leur compagnon, on en trouve :

				gr
7	où elle est supérieure	ou égale	à.....	4,3
27	»	»	.....	6,0
36	»	»	.....	7,0

dont sept seulement ont une parallaxe déterminée par un autre procédé que celui de la vitesse radiale : de sorte que l'application

([1]) C. Vogel, *Untersuchung über die Eigenbewegung der Sterne im Visionradius auf spectrographischen Wege* (*Publicationen des astrophysikalischen Observatoriums zu Potsdam*. Vol. VII, p. 71 et suiv.).

continue de cette méthode, partout où elle est possible, ferait connaître la parallaxe, les dimensions de l'orbite et les masses des composantes de systèmes nouveaux au nombre de :

6	si la grandeur limite d'observation est....			$4^{gr},5$
24	»	»	....	6,0
33	»	»	....	7,0

Le nombre des étoiles dont les parallaxes ont été déterminées étant à peu près de 50 (n° 190), on l'accroîtrait ainsi au moins de moitié et peut-être des deux tiers; en même temps on sextuplerait le nombre des systèmes binaires dont les dimensions linéaires de l'orbite, la masse totale et sa distribution dans les deux composantes seraient connues, ce qui nous en donnerait une notion à peu près équivalente à celle que nous avons du système solaire.

VI. — Dimensions.

290. *Valeur linéaire d'un diamètre stellaire.*— Outre leurs masses, les systèmes binaires peuvent aussi nous faire connaître les dimensions linéaires des étoiles. Ainsi, l'un des systèmes les plus récemment découverts (nous verrons plus loin comment), celui d'Algol, a donné, par la combinaison de mesures photométriques et spectroscopiques, les valeurs suivantes des diamètres de ses deux composantes :

Algol.....	1,2 rayon solaire,	846000^{km},	$0'',00061$
Compagnon.....	1,0 »	705000^{km},	$0'',00051$ (1)

Comme rien ne nous autorise à croire qu'au point de vue physique, Algol diffère sensiblement de la moyenne des étoiles

(1) Soient S le diamètre apparent du Soleil vu de la Terre, c'est-à-dire à la distance 1, s celui qu'il aurait si on le transportait jusqu'au système binaire, à la distance Δ, r_1 la valeur linéaire de son diamètre; on a

$$\sin S = \frac{r_1}{1}, \qquad \sin s = \frac{r_1}{\Delta}, \qquad \text{d'où} \qquad \sin s = \frac{1}{\Delta}\sin S;$$

$$s = p \sin S = 0{,}00933\,p;$$

c'est d'après cette formule et avec la parallaxe $0'',0556$ de Pritchard qu'a été calculé le second de ces deux nombres, d'où l'on a déduit le premier.

et son système de la moyenne des systèmes binaires, nous pourrons dire qu'*en général les étoiles ont des dimensions de même ordre que le Soleil,* et aussi qu'*en général les systèmes binaires sont formés d'étoiles dont les dimensions sont comparables dans chacun d'eux et de même ordre que celles du Soleil.* Les considérations qui suivent montreront d'ailleurs toute la probabilité de cette généralisation.

291. *Diamètres équivalents en densité.* — Les systèmes binaires nous permettent, en effet, d'avoir une idée approximative des diamètres stellaires. Car, supposons toute la masse du système réunie dans l'étoile principale et soient r et D le rayon et la densité de l'étoile combinée fictive; soient aussi r_1 et δ le rayon et la densité du Soleil; on a

$$M + M' = \frac{4}{3}\pi r^3 D, \qquad 1 = \frac{4}{3}\pi r_1^3 \delta,$$

d'où

$$M + M' = \left(\frac{r}{r_1}\right)^3 \left(\frac{D}{\delta}\right)$$

et, par suite,

$$\frac{\left(\frac{a''}{p}\right)^3}{P^2} = \left(\frac{r}{r_1}\right)^3 \left(\frac{D}{\delta}\right)$$

ou

$$\frac{r}{r_1} = \frac{a''}{p}\left(\frac{D}{\delta}\right)^{-\frac{1}{3}} P^{-\frac{2}{3}},$$

relation qui donnerait le rapport $\frac{r}{r_1}$ si l'on connaissait p et $\frac{D}{\delta}$; pour un certain nombre de systèmes on connaît p, mais pour aucun d'eux on n'a la valeur du rapport $\frac{D}{\delta}$. On ne peut donc obtenir ainsi le rayon réel r de l'étoile; aussi on lui en substitue un autre tout à fait conventionnel en posant

$$r = \left(\frac{a''}{p}\right) P^{-\frac{2}{3}}:$$

c'est le rayon d'une étoile fictive qui aurait même densité que le Soleil et même masse que le système. Nous l'appellerons *rayon équivalent en densité* du système binaire.

Le Tableau suivant contient les valeurs de r calculées pour les systèmes dont nous avons pu déterminer les parallaxes ; ce sont

Étoile.	r.
α Centaure	1,3
61 Cygne	0,8
Sirius	1,5
Procyon	1,9
o_2 Eridan	1,0
η Cassiopée	1,6
p Ophiuchus	1,5
γ Vierge	2,1
γ Lion	1,8

Ces diamètres sont tous fort peu différents de celui du Soleil. Il n'est pas sans intérêt de remarquer que le produit pr est précisément ce que nous avons appelé la *parallaxe théorique*, $pr = \pi$; ou, en y remplaçant p par sa valeur $\frac{1}{\Delta}$

$$\pi = \frac{r}{\Delta},$$

la *parallaxe théorique* d'un système binaire serait donc le *diamètre apparent vu du Soleil de l'étoile qui lui est équivalente en densité*.

Pour le calcul, il faut introduire les unités; or, ici, r est rapporté au rayon solaire, tandis que Δ est mesuré en unité astronomique; on devra donc diviser r par le rapport du rayon du Soleil à sa distance à la Terre ou, ce qui revient au même, par la longueur de ce rayon exprimée en unité astronomique. En réalité, nous diviserons par le double, qui est 0,00933, pour transformer les rayons en diamètres [1], de sorte que si b est le *diamètre équivalent en densité*, exprimé en secondes d'arc, on aura

$$\pi = \frac{b}{0,00933}, \qquad \text{d'où} \qquad b = 0,00933\pi.$$

Le diamètre équivalent en densité b est le produit de la parallaxe théorique par 0,00933, le Tableau suivant en contient

[1] $0,00933 = \sin 32'4''$.

les valeurs pour tous les systèmes binaires dont nous avons les éléments; elles sont en général comparables à celles que nous a données la combinaison directe d'un ensemble de mesures directes (n° 201) et qu'on doit considérer comme peu éloignées de la vérité. Ainsi, le diamètre équivalent en densité 0,0088 de α Centaure, le plus fort de la liste, est sensiblement la moitié de celui que nous avons obtenu directement; la conclusion du n° 290 acquiert ainsi un haut degré de probabilité.

Parallaxes et diamètres équivalents. Densités équivalentes.

Noms des couples.	π.	b.	β.	D.
Σ.3062	0",062	0",00058	0",00080	0,52
Σ.2	0,018	17	111	0,0050
82 Baleine	0,089	83	108	0,68
η Cassiopée	0,243	227	254	0,81
66 Poissons	0,018	17	111	0,0052
γ Andromède	0,026	24	133	0,069
o² Éridan*	0,182	170	27	320
12 Lynx	0,027	25	168	0,0045
Sirius*	0,575	536	3050	0,0054
Castor	0,072	67	530	0,0029
Procyon	0,499	466	802	0,0011
9 Poupe	0,083	77	139	0,23
ζ Écrevisse	0,056	52	153	0,058
Σ.3121	0,064	60	73	0,76
ω Lion	0,037	35	116	0,038
φ Grande Ourse	0,016	15	175	0,00093
γ Lion	0,036	34	667	0,00015
ξ Grande Ourse	0,164	153	291	0,20
O.Σ.234	0,019	18	73	0,020
O.Σ.235	0,047	44	106	0,087
γ Centaure	0,051	48	350	0,0039
γ Vierge	0,119	111	530	0,014
35 Chevelure de Bérénice	0,045	42	160	0,020
42 Chevelure de Bérénice	0,074	69	139	0,18
O.Σ.269	0,024	22	70	0,024
Σ.1757	0,046	43	48	0,87
25 Chiens de chasse	0,035	33	153	0,010
Σ.1785*	0,087	81	73	1,9
Σ.1819	0,030	28	51	0,19
α Centaure	0,944	881	1600	0,19

Noms des couples.	π.	b.	β.	D.
O.Σ.285*	0",022	0",00021	0",00067	0,044
ξ Bouvier	0.219	204	201	1,1
ι Bouvier	0,076	71	184	0,11
η Couronne boréale	0,077	72	153	0,14
μ² Bouvier	0,035	33	84	0,071
O.Σ.298	0,057	53	80	0,42
γ Couronne boréale	0,042	39	254	0,041
ξ Scorpion	0,062	58	211	0,031
σ Couronne boréale	0,074	69	127	0,30
λ Ophiuchus	0,030	28	254	0,0015
ζ Hercule*	0,134	125	402	0,034
167 Hercule	0,031	29	84	0,048
μ Dragon	0,045	42	211	0,011
β.416	0,118	110	92	2,2
221 Ophiuchus*	0,089	83	127	0,32
μ² Hercule	0,110	103	25	93
τ Ophiuchus	0,033	31	184	0,0066
p Ophiuchus*	0,229	214	211	1,2
99 Hercule	0,070	65	96	0,31
ζ Sagittaire	0,097	91	319	3,031
γ Couronne australe	0,086	80	175	0,14
Σ.2525	0,028	26	77	0,055
δ Cygne	0,044	41	384	0,0012
O.Σ.387	0,023	21	53	0,055
O.Σ.400	0,019	18	48	0,071
β Dauphin	0,073	68	266	0,021
λ Cygne	0,025	23	175	0,0030
4 Verseau	0,029	27	116	0,018
61 Cygne*	0,348	325	153	13
δ Petit Cheval	0,088	82	242	0,051
τ Cygne	0,108	101	121	0,63
κ Pégase	0,083	77	266	0,035
ζ Verseau	0,052	49	305	0,0055
37 Pégase	0,027	25	106	0,016
π Céphée	0,032	30	146	0,0096
85 Pégase*	0,107	0,00100	96	1,1

292. *Diamètres équivalents en lumière.* — Il est intéressant de procéder pour les éclats comme on l'a fait pour les densités, et de considérer l'étoile équivalente en lumière au système entier, c'est-à-dire au système tel qu'il apparaît à l'œil nu ou dans une lunette qui ne le dédouble pas. Le diamètre équivalent en lumière

de cette étoile fictive sera le *diamètre équivalent en lumière* β du système. Il est facile de l'obtenir.

En effet, soient s_1 et s_2 les grandeurs des deux composantes, s_0 celle inconnue de l'étoile formée par leur réunion optique, et soit l la lumière de la petite étoile en fonction de celle de la plus grande; on aura par la formule de Pogson

$$s_2 - s_1 = -2,5 \log l, \qquad s_1 - s_0 = -2,5 \log(1 + l),$$

d'où, M étant le module,

$$l = e^{-\frac{M}{2,5}(s_2 - s_1)}, \qquad 1 + l = e^{-\frac{M}{2,5}(s_1 - s_0)};$$

soit $e^{\frac{M}{2,5}} = a$, on aura

$$l = a^{-(s_2 - s_1)}, \qquad 1 + l = a^{-(s_1 - s_0)},$$

d'où

$$1 = a^{-(s_1 - s_0)} - a^{-(s_2 - s_1)},$$

relation qui permettra de calculer s_0.

Les valeurs de $(s_1 - s_0)$, dont le maximum 0,75 est atteint quand $s_2 - s_1 = 0$ et qui s'annule dès que $(s_2 - s_1)$ surpasse $3^{gr},5$, sont données dans la Table suivante :

$s_1 - s_0$.	$s_2 - s_1$.	$s_1 - s_0$.	$s_2 - s_1$.
0,05	3,32	0,45	0,72
15	2,07	55	0,45
25	1,47	65	0,22
0,35	1,05	0,75	0,00

s_0 une fois connu, on prendra son diamètre équivalent dans les Tables du n° 200; on les trouvera, pour chaque système, dans la Table précédente à la colonne β.

293. *Comparaison de ces deux diamètres.* — Leur comparaison avec les diamètres équivalents en densité donne les résultats suivants : sauf pour neuf de nos systèmes binaires (ils sont accompagnés d'un astérisque dans le Tableau précédent), les diamètres β surpassent, et parfois de beaucoup, les diamètres b. On doit conclure de là que l'hypothèse d'égalité d'éclat intrinsèque avec le Soleil est assez éloignée de la vérité et que, d'autre part, la grandeur stellaire assignée au Soleil est probablement un peu faible.

D'ailleurs, les systèmes qui, parmi eux, s'approchent le plus de l'égalité (différence inférieure à 0″,00020) sont :

Étoile.	Couleurs.	Grandeurs.
Σ_2	jaune-jaune vert	6,3-6,6
Σ 3121	blanc-jaunâtre	7,2-7,5
Σ 1785	blanc-blanc	7,2-7,5
η Couronne boréale	jaune-bleu	4 -7
β 416	jaunâtre-jaunâtre	6,4-7,8

Si, en général, elles ont sensiblement même couleur et même éclat, l'une d'entre elles cependant, η Couronne boréale, a ses deux composantes très différentes l'une de l'autre sous ces deux rapports.

La cause des exceptions signalées plus haut n'est pas plus facile à apercevoir; elles sont, en effet :

Étoile.	Couleurs.	Grandeurs.
o^2 Éridan	blanc-blanc	9 -10,8
Sirius	blanc-jaune	1 -10
Σ 1785	blanc-blanc	7,2- 7,5
OΣ 285	jaunâtre-blanchâtre	7,5- 7,6
ζ Hercule	jaune-bleuâtre	3 - 6
221 Ophiuchus	jaune-jaune	6 - 6
p Ophiuchus	jaune-purpurin	4,5- 6
61 Cygne	rouge-grenat	5,5- 6
85 Pégase	jaunâtre-bleuâtre	6 -10

Il est encore un fait à remarquer : les deux systèmes de Sirius et de Procyon, qu'on serait tenté de rapprocher l'un de l'autre par les circonstances de leur découverte, se distinguent au contraire nettement à ce point de vue; le diamètre équivalent en lumière du premier étant à peu près six fois plus grand que son diamètre équivalent en densité, tandis que pour le second le diamètre *b* n'est que la moitié du diamètre β.

VII. — Densités.

294. *Valeur absolue d'une densité stellaire.* — Les systèmes binaires fournissent encore un renseignement très important; car, dans le cas où, en outre des masses des composantes, ils peuvent

servir à déterminer leurs dimensions linéaires, ils conduisent directement à la connaissance de leurs densités.

Soient r et r' les rayons des deux composantes, D et D' leurs densités; on a, en effet,

$$D = \frac{3}{4}\frac{M}{\pi r^3}, \qquad D' = \frac{3}{4}\frac{M}{\pi r'^3},$$

où, sauf les densités, tout est connu. Tel est l'état de nos connaissances sur le système d'Algol; dans ce cas,

$$M = 1,1 \quad \text{et} \quad r = 1,2, \qquad M' = 0,5 \quad \text{et} \quad r' = 1.$$

On a donc

$$D = 0,48, \qquad D' = 0,37.$$

Les densités des deux composantes d'Algol sont donc sensiblement égales et voisines de la moitié de celle du Soleil.

Mais, dans l'état actuel de l'Astronomie stellaire, ce cas est le seul pour lequel nous puissions conclure avec certitude; il convient donc de chercher si d'autres voies ne conduiraient point à un résultat analogue.

295. *Densités équivalentes en lumière des composantes. Densités moyennes équivalentes.* — Soient i_1 et i_2, s_1 et s_2 les éclats intrinsèques et les grandeurs des deux composantes, leurs diamètres b_1 et b_2 exprimés en secondes d'arc seront donnés par (n° 200)

$$(1) \qquad \begin{cases} \log b_1 = A - 0,2 s_1 - 0,5 \log i_1, \\ \log b_2 = A - 0,2 s_2 - 0,5 \log i_2 \quad (^1). \end{cases}$$

Soient d'ailleurs x_1 et x_2 les densités des composantes rapportées à celle du Soleil, et q un facteur constant. On aura

$$M + M' = q b^3, \qquad M = q(b_1)^3 x_1, \qquad M' = q(b_2)^3 x_2,$$

d'où

$$b^3 = (b_1)^3 x_1 + (b_2)^3 x_2.$$

(1) La constante A est la somme $0,2S + \log B$ qui, d'après les valeurs que nous avons admises, est égale à 8,184. Les grandeurs des étoiles brillantes ont été déduites de l'échelle normale (n° 79); ainsi nous avons pris pour Sirius les grandeurs $-1^{gr},5$ et $8^{gr},5$, et pour Centaure les valeurs $0^{gr},0$ et $3^{gr},0$.

et si les mesures micrométriques ou spectroscopiques ont donné le rapport des masses

$$(2)\qquad x_1 = \frac{1}{1+\frac{M'}{M}}\left(\frac{b}{b_1}\right)^3, \qquad x_2 = \frac{\frac{M'}{M}}{1+\frac{M'}{M}}\left(\frac{b}{b_2}\right)^3,$$

équations qui feront connaître les densités de chacune des composantes. Les mesures de grandeurs ajoutent donc aux valeurs déjà acquises celles des densités des composantes et de leurs dimensions; leur ensemble donnerait donc de chaque système binaire une connaissance équivalente à celle que nous avons du système d'Algol; malheureusement on n'a pas encore pu comparer les éclats intrinsèques des étoiles à celui du Soleil et, par suite, on ne peut calculer ainsi ni b_1 ni b_2, pas plus que x_1 et x_2. Jusqu'à ce que ce problème difficile soit résolu, le mieux est de substituer à ces données réelles des données analogues conventionnelles, en supposant les éclats intrinsèques des deux composantes égaux entre eux et à celui du Soleil

$$i_1 = i_2 = 1;$$

cela revient à remplacer les diamètres b_1 et b_2 par les diamètres équivalents en lumière β_1 et β_2 correspondants; on a alors

$$(3)\qquad \log\beta_1 = A - 0{,}2s_1, \qquad \log\beta_2 = A - 0{,}2s_2;$$

portant ces valeurs dans les équations (2), on aura des valeurs y_1 et y_2

$$y_1 = \frac{1}{1+\frac{M'}{M}}\left(\frac{b}{\beta_1}\right)^3, \qquad y_2 = \frac{\frac{M'}{M}}{1+\frac{M'}{M}}\left(\frac{b}{\beta_2}\right),$$

analogues aux densités réelles et que nous appellerons *densités équivalentes en lumière :* c'est ainsi qu'ont été calculés les nombres suivants pour les systèmes dont nous connaissons les rapports des masses :

α Centaure.....	$\frac{M'}{M} = 1{,}1$	$y_1 = 0{,}091$	$y_2 =$	0,3
η Cassiopée	$= 3{,}3$	$= 0{,}19$	$=$	39,0
Sirius.....	$= 1{,}1$	$= 0{,}002$	$=$	3800
Procyon	$= 5{,}1$	$= 0{,}032$	$=$	1 500 000

Ces valeurs sont manifestement incompatibles avec les résultats obtenus précédemment et contradictoires avec tout ce que l'on peut légitimement supposer sur la constitution des systèmes binaires.

Mais on peut pousser plus loin la démonstration de l'inexactitude de l'hypothèse de l'égalité des éclats intrinsèques. Les grandeurs stellaires peuvent, en effet, nous servir à obtenir la densité moyenne du système; car, si l'on suppose $x_1 = x_2 = D$, ce qui paraît en général s'éloigner assez peu de la vérité, on a

$$(4) \qquad D = \frac{b^3}{\beta_2^3 + \beta_2^3};$$

les valeurs de D qui en résultent sont réunies dans la Table précédente.

Les deux tiers des valeurs ci-dessus sont tout aussi invraisemblables que les précédentes, et par suite l'hypothèse qui a servi de base à leur calcul absolument inadmissible en général.

On remarquera d'ailleurs que les vingt étoiles, dont la densité est suffisamment voisine de l'unité pour être acceptable, ont pour la plupart des grandeurs sensiblement égales ou peu différentes, quoique cependant pour trois d'entre elles (η Cassiopée, 99 Hercule et 85 Pégase), leur différence soit de 3,4 et 6 grandeurs.

VIII. — Conclusions.

296. *Conclusions.* — On paraît en droit de conclure de la discussion précédente qu'en moyenne les *étoiles* qui composent les systèmes binaires *ne diffèrent pas beaucoup ni du Soleil ni des étoiles simples par leurs dimensions et leurs masses et, par conséquent, leurs densités;* mais que, comme les étoiles simples, elles se distinguent entre elles et du Soleil par leurs *éclats intrinsèques :* c'est en cet éclat qu'on trouve non seulement la *différence caractéristique des étoiles principales de chaque système,* mais aussi dans chacun d'eux *la différence réelle des composantes dont il est formé.*

La mesure exacte de ces éclats intrinsèques est donc l'un des *desiderata* les plus pressants de l'Astronomie des étoiles doubles : elle seule peut nous conduire à des notions exactes sur les dimen-

sions et les densités absolues des composantes de chaque système; d'où, par voie de retour, elle nous donnerait le rapport de leurs masses et aussi celui des grands axes des orbites que chacune d'elles décrit autour du centre de gravité commun. On aurait ainsi de chacun de ces systèmes une connaissance presque équivalente à celle que nous avons du système solaire.

CHAPITRE XIV.

HISTOIRE ET DESCRIPTION DE QUELQUES SYSTÈMES BINAIRES.

Nous donnons dans ce Chapitre quelques détails sur les plus intéressants des systèmes binaires, dont les orbites peuvent être actuellement considérées comme suffisamment bien déterminées et que nous prendrons dans l'ordre de leurs ascensions droites (1).

I. — Description de trente-deux systèmes binaires.

297. *Système binaire* Σ.3062. — Cette étoile a été découverte le 25 août 1782 (2) par W. Herschel, qui prit alors une mesure de son angle de position : une mesure analogue faite l'année suivante ne lui manifesta aucun changement; son étude fut reprise, en 1823, par W. Struve qui la continua pendant dix ans et démontra que ce système est un groupe stellaire à mouvement orbital : les éléments donnés résultent de l'emploi de 323 observations s'étendant de 1782 à 1895, et montrent une excentricité très faible ainsi qu'il résulte de la *fig.* 40 représentant l'orbite réelle : il est à remarquer que l'orbite apparente est elle-même fort peu excentrique (*fig.* 41).

(1) On consultera avec fruit sur ce sujet : T. See, *Researches on the Evolution of the stellar system,* Vol. I, p. 65 et suiv. ainsi que C. Flammarion, *Mesures micrométriques d'étoiles doubles,* où les listes des mesures obtenues pour chaque étoile sont suivies de Notices historiques sur chacune d'elles.

(2) Pour abréger nous dirons « l'étoile a été découverte » au lieu de « le caractère double de cette étoile a été découvert ». Le signe Σ indique le Catalogue de W. Struve.

Nous ajouterons que ce système a dans l'espace un mouvement propre considérable 0″,267 et que, par suite, sa parallaxe est probablement sensible.

Fig. 40.

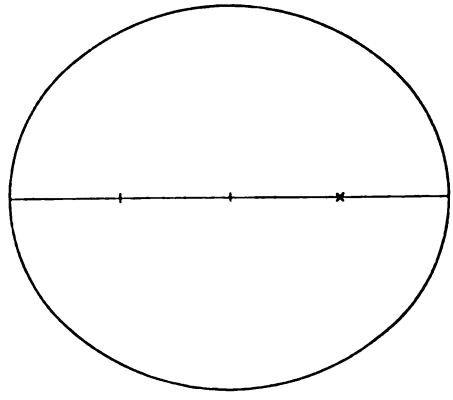
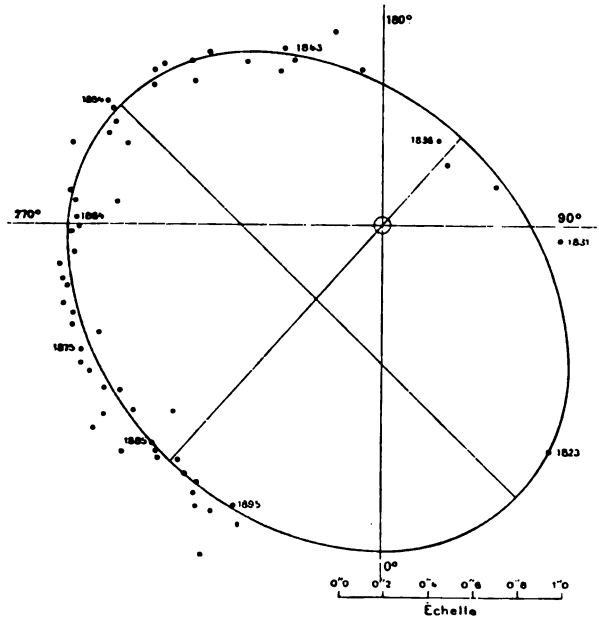


Fig. 41.



298. γ_1 *Cassiopée.* — Découvert le 17 août 1779 par W. Herschel, ce système n'a accompli depuis lors que la moitié d'une

de ses révolutions. D'après les mesures micrométriques d'Otto Struve (1856) et héliométriques de Bruno Peter (1895 et 1898) sa parallaxe serait de $0'',154$, ce qui le place à une distance de un million et demi de fois l'unité astronomique et donne à son demi grand axe une longueur de 39 fois cette même unité.

En 1881, Ludwig Struve a discuté le mouvement relatif du compagnon autour du centre de gravité commun du système : il résulte de ses investigations que le rapport $\frac{M'}{M}$ de la masse du compagnon à celle de l'étoile principale est

$$\frac{M'}{M} = 0,366.$$

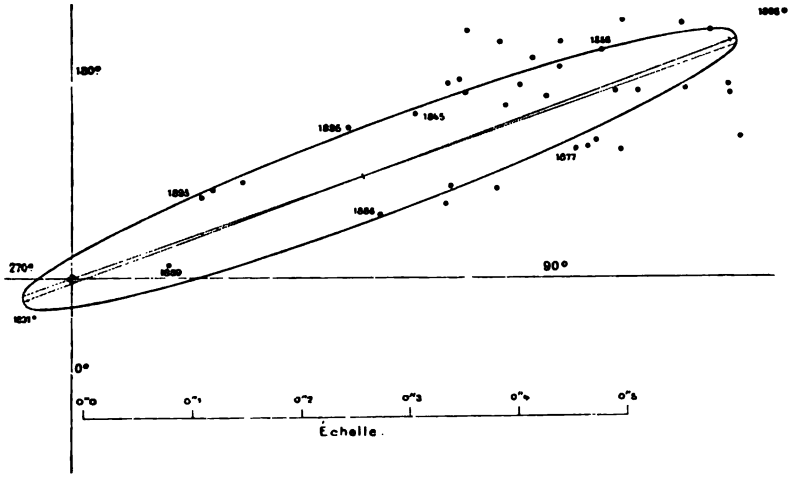
Comme, avec la parallaxe précédente, la masse totale des deux étoiles est 4,3 les masses des deux étoiles seraient alors 3,1 et 1,2 fois la masse combinée du Soleil et de la Terre. L'étoile principale a donc une masse sensiblement triple de celle du Soleil, celle du compagnon lui étant à peu près égale; le demi grand axe de son orbite est un peu plus grand que celui de Neptune; mais par suite de la valeur assez grande de l'excentricité, le compagnon serait, au passage au périastre, de beaucoup à l'intérieur de l'orbite de cette planète.

299. γ *Andromède*. — Cette étoile a été découverte par Otto Struve en 1842. Elle forme un couple très serré et son observation exige des instruments puissants; d'autre part, son orbite apparente (*fig.* 42) est très excentrique et très inclinée, si bien que toutes les observations sont comprises dans une région renfermée entre les angles de position 120° et 100°. Aussi ce n'est que tout récemment qu'on a pu mettre en évidence la réalité de son mouvement orbital; cette découverte est due à Barnard et à Burnham. La forme de son orbite (*fig.* 43) est très remarquable et prend place entre celles de γ Vierge et de γ Centaure.

300. *Sirius* (α Grand Chien). — La découverte de ce système binaire est un événement important de la seconde moitié de ce siècle; elle a été faite le 31 janvier 1862 par Alvan G. Clark, alors qu'il essayait l'équatorial de 18 pouces ($0^m,46$) qu'il venait

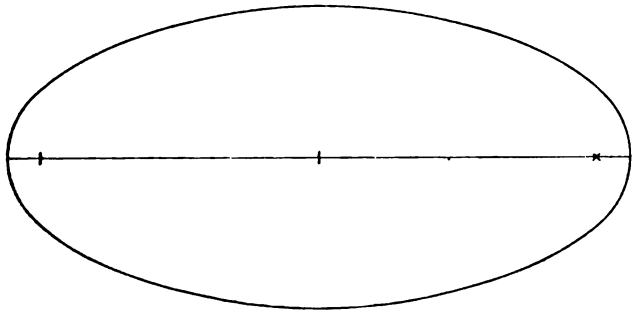
de construire pour l'Université du Mississipi. Les éléments que nous avons donnés reposent sur 139 observations s'étendant de

Fig. 42.



1862 à 1890; depuis cette époque la distance apparente du compagnon à l'étoile principale est devenue si petite, que même avec l'objectif de 36 pouces ($0^m,91$) de l'observatoire Lick, il a été

Fig. 43.



pendant quelques années entièrement perdu dans les rayons de l'étoile principale. Cependant, il a été revu à Greenwich à la fin de 1896.

Avec les éléments que nous avons donnés et la valeur de la

parallaxe 0″,38 de Gill, la masse du système est 3,2 fois celle du Soleil et de la Terre, et son demi grand axe atteint 21,1 unités astronomiques; il est donc un peu supérieur à celui de l'orbite d'Uranus. D'après Auwers, les masses des composantes sont dans le rapport de 1 à 2,12 et, par suite, en prenant la masse du Soleil pour unité, égales à 1,0 et 2,2 (¹).

Ce système, sur lequel nous reviendrons plus loin, est fort intéressant, tant pour la façon dont il a été découvert que par sa constitution. Nous avons quelque raison de croire que Sirius est moins dense que le Soleil et ressemble plus que lui à une nébuleuse : si cela est vrai, l'action du compagnon doit provoquer des marées énormes dans l'aspect de Sirius. Les hauteurs de ces marées étant en raison inverse du cube de la distance, leur élévation est environ 80 fois plus grande au périastre qu'à l'apoastre. Il doit donc en résulter dans l'aspect de Sirius un trouble périodique dépendant de la durée de révolution du compagnon, que pourraient peut-être mettre en évidence des mesures photométriques faites à 25 ans de distance.

La différence de grandeur entre l'étoile principale et son compagnon étant 10,0, l'éclat du compagnon serait, avec le coefficient de Pogson, le dix-millième de celui de Sirius. Une aussi grande différence d'éclat ne peut s'expliquer par une différence de densité; on doit donc admettre que ces deux corps ont des éclats intrinsèques très différents : quelques astronomes ont même émis l'idée, d'ailleurs peu vraisemblable, que le compagnon brillerait surtout par la lumière qu'il réfléchit.

Il convient de rappeler en terminant le changement dans la couleur de Sirius constaté depuis les temps anciens.

301. *Castor* (α Gémeaux). — Castor est le moins serré et le plus beau des systèmes binaires de l'hémisphère boréal; son mouvement angulaire non équivoque imprima le premier dans l'esprit du grand Herschel la conviction complète de ses vues

(¹) La valeur 2″,33 que donne Auwers pour le demi grand axe de l'orbite de Sirius se rapporte à l'ellipse décrite par l'étoile principale. Étant données les masses des deux étoiles, ce nombre doit être multiplié par 3,1, et devient 8″,03. C'est le nombre que nous avons adopté.

longtemps caressées au sujet des étoiles binaires. C'est l'une des étoiles doubles les plus anciennement connues; Bradley et Pond la résolurent et l'observèrent en 1719. D'autre part, ce fut le second exemple auquel J. Herschel appliqua sa méthode de calcul des orbites.

D'après Dorbeck, la durée de la révolution est de mille ans et le grand axe de l'orbite de 7″,43.

Nous ajouterons qu'en 1776 Christian Mayer découvrit à 73″ de là une étoile de 11e grandeur qui participe au mouvement propre de Castor et fait donc de lui un système ternaire.

302. ζ *Écrevisse* (A. B.). — A ce groupe il convient d'ajouter une troisième étoile C un peu plus faible, connue avant le dédoublement de A, distante d'environ 5″ du milieu de AB et qui, d'après W. Struve, a, dans l'espace, le même mouvement propre que lui, d'environ 15″ par siècle; l'ensemble de ces trois étoiles forme donc un système physiquement lié, et l'on doit considérer ζ Écrevisse comme une étoile triple. Son histoire est intéressante.

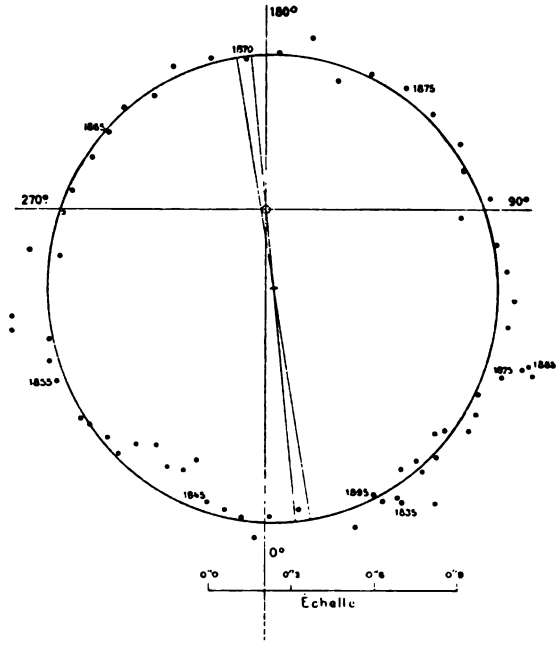
En 1756, Tobie Mayer constata avec le cercle mural de Göttingue que l'étoile ζ était double et détermina la position relative des deux composantes A et C à l'aide des différences d'ascension droite et de déclinaison; des observations analogues furent faites par Christian Mayer, à Mannheim, en 1778.

Le 21 novembre 1781, W. Herschel, en examinant ce couple, fit la découverte intéressante que l'étoile principale A était la réunion de deux étoiles A et B très rapprochées et à peu près d'égal éclat; vingt-deux ans plus tard (7 février 1803) l'illustre astronome la retrouva double et constata un changement de 9°57′ dans l'angle de position mesuré par lui en 1781. Cependant, à la date du 21 février 1822, J. Herschel note ζ Cancer comme une étoile double (A. C.) et non triple; c'est seulement au printemps de 1825 que l'affirmation de W. Herschel fut mise hors de doute par J. South dans son observatoire temporaire de Passy : il sépara alors très nettement A en deux étoiles distinctes et les trouva à une distance de 1″.

L'étoile autrefois cataloguée ζ Écrevisse est donc bien triple. Les distances moyennes des composantes sont AB = 1″,2,

AC = 5″,7, et tandis que B tourne autour de A en 60 ans environ, C met de 6 à 7 siècles pour effectuer sa révolution (¹) autour du centre de gravité de (AB). Depuis cette époque, ce système AB a effectué un peu plus d'une révolution [nous donnons ici son orbite apparente et son orbite réelle (*fig.* 44 et 45), toutes deux

Fig. 44.

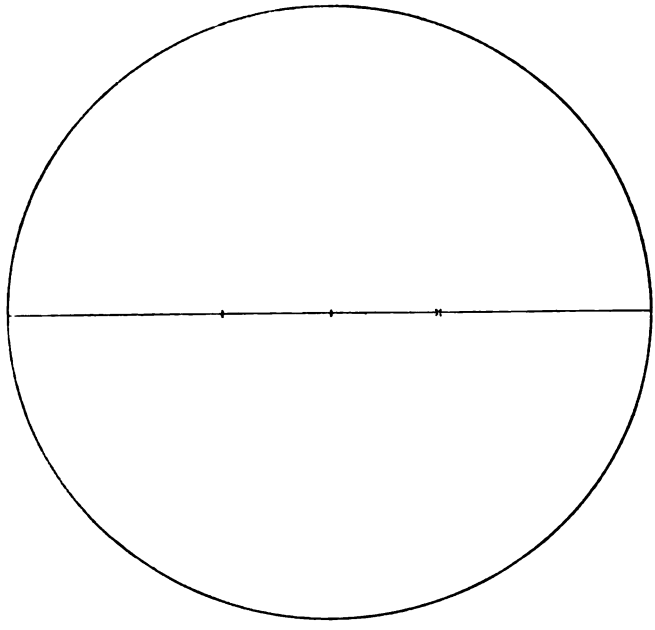


remarquables par la faiblesse de leur excentricité], et pendant cet intervalle aucun autre n'a peut-être été observé aussi fréquemment et aussi régulièrement, et aucun n'a plus exercé la sagacité des calculateurs. Il est, en effet, fort intéressant, non seulement par la difficulté de l'observation de deux étoiles si rapprochées et toutes deux d'éclat assez considérable, mais aussi parce qu'on pouvait espérer y trouver, pour la première fois en dehors

(¹) L'application de la troisième loi de Kepler donnerait 680 ans. Au commencement du siècle le système AB passait par le périastre apparent; J. Herschel ne pouvait donc le dédoubler avec la lunette de 5 pieds qu'il employait en 1822.

du système solaire, un spécimen achevé du problème des trois corps. Théoriquement on doit s'attendre, en effet, à ce que la troisième étoile C trouble le mouvement relatif de A et de B; mais, au point de vue pratique, on négligera d'abord ces perturbations et l'on traitera le système AB comme s'il était seul (pour éviter les erreurs accidentelles on prendra toujours comme série des positions à considérer celles qui résultent des moyennes de

Fig. 45.



deux années consécutives). L'application d'une des méthodes que nous avons indiquées a montré que l'orbite apparente de B, par rapport à A supposée immobile, est presque circulaire, avec une durée de période d'environ 60 ans, et que, l'inclinaison du plan de l'orbite réelle étant très faible, celle-ci diffère fort peu de la première. Mais, par suite de la précision croissante des mesures, on a constaté, il y a une trentaine d'années, dans la série des positions observées pour le compagnon, des irrégularités ayant un caractère de périodicité nettement accusé; aussi un essai de détermination indirecte de l'action perturbatrice de C sur AB a-t-il été

201412

tenté récemment par H. Seeliger ([1]), en supposant que la distance de C à un point de la droite AB reste constante pendant le court intervalle (60 ans) pour lequel nous avons une série continue d'observations exactes. Cette question fort intéressante nous occupera dans le Chapitre prochain.

303. ω *Lion*. — Ce système a été découvert par Herschel, le 8 février 1782. En raison de son resserrement, il constitue un test classique pour le pouvoir séparateur des petites lunettes; mais, en même temps, les mesures micrométriques sont difficiles, et il convient de ne combiner les angles de position et les distances données, même par les meilleurs observateurs, qu'après les avoir soigneusement contrôlés et étudiés à l'aide de la loi des aires (n° 252).

D'autre part, il faut noter que les dimensions angulaires sont petites, quoique, en même temps, le mouvement orbital soit lent. Si l'on y ajoute l'éclat relativement grand des composantes on sera porté à admettre, ou que ce système a une faible masse, ou qu'il est près de nous.

304. ξ *Grande Ourse*. — Ce groupe a été découvert par W. Herschel, le 2 mai 1780; il en fit des mesures pour la première fois en 1781, et leur reprise, en 1802 et 1804, montra que la petite étoile avait un mouvement relatif rapide. Ce fut pour l'illustre astronome l'une des premières indications que certaines étoiles doubles avaient un mouvement de nature orbitale.

C'est aussi ce groupe binaire qui a servi, en 1827, à Savary pour démontrer la généralité des lois de l'attraction newtonienne; car c'est lui qu'il a pris comme exemple pour appliquer sa méthode de calcul des orbites des étoiles doubles ([2]).

Ce groupe a un mouvement propre considérable et ce fait, joint à l'état de ses composantes, nous porte à admettre qu'il est voisin de la Terre : malheureusement on n'a point encore tenté d'en mesurer la parallaxe.

([1]) H. Seeliger, *Ueber die Bewegungsverhältnisse in dem dreifachen Sternsystem ζ Cancri* (*Zeitungsberichte der K. Akademie der Wissenschaften*. Wien, 1881, p. 1018 et suiv.).

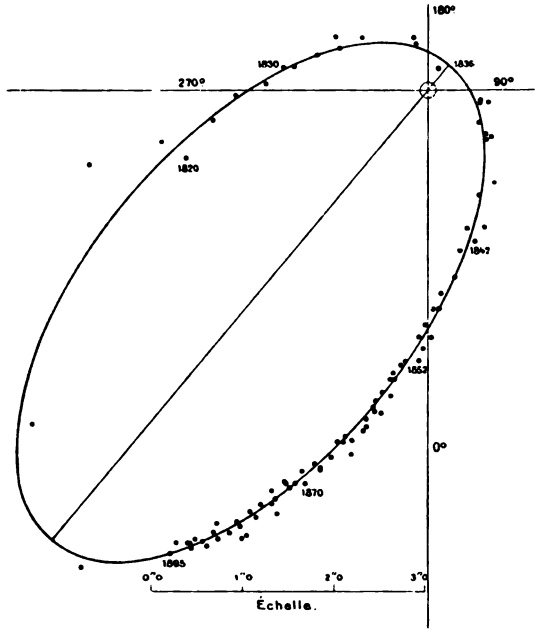
([2]) *Connaissance des Temps pour* 1830.

305. γ *Centaure*. — Ce système, très remarquable par l'égalité d'éclat et l'identité de coloration de ses composantes, a été découvert par J. Herschel, le 1er mars 1835, pendant son séjour au Cap de Bonne-Espérance.

Il convient de signaler la grandeur de l'inclinaison et l'excentricité de son orbite, et, par suite, la difficulté de ses mesures au voisinage du périastre : depuis la découverte, le rayon vecteur a fait une révolution complète.

306. γ *Vierge*. — Le dédoublement de γ Vierge a été trouvé par Bradley et Pond le 15 mars 1718; c'était la seconde fois qu'un astronome constatait qu'une étoile paraissant unique à la vue simple montrait dans une lunette deux images stellaires distinctes; depuis sa découverte, ce groupe binaire a été très souvent

Fig. 46.

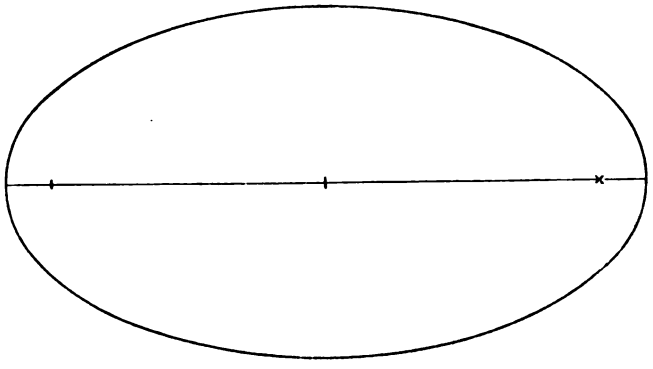


l'objet de l'attention des astronomes; c'est sur lui que J. Herschel a fait le premier essai de sa méthode de calcul d'orbite, et il est

probable que pour lui seul on a calculé plus d'orbites que pour aucune autre étoile double.

L'orbite de γ Vierge est remarquable par la grandeur de son excentricité 0,8974, la plus forte de tous les groupes binaires connus (les *fig.* 46 et 47 représentent son orbite apparente et son orbite réelle); il en résulte, dans la distance relative des deux

Fig. 47.



composantes et le mouvement angulaire de la droite qui les joint, des variations considérables, de 0″,4 à 7″,6, c'est-à-dire dans le rapport de 1 à 19 pour la première (¹), et dans celui de 1 à 361 pour le second, en telle sorte que, au périastre, le rayon vecteur décrit par an un angle voisin de 120°.

Un autre caractère de cette orbite est que la ligne des nœuds coïncide avec son petit axe, lequel est aussi le petit axe de l'orbite apparente, et, comme l'inclinaison est faible, l'orbite apparente et l'orbite réelle diffèrent fort peu l'une de l'autre, et, par suite, les éléments de cette dernière sont obtenus avec une précision relativement considérable.

307. 42 *Chevelure de Bérénice.* — Cette étoile a été découverte par W. Struve en 1827 et, depuis lors, elle a déjà effectué

(¹) Au périastre de 1835 et 1836, aucune des lunettes d'alors ne put donner la séparation des deux composantes.

près de trois révolutions; son excentricité étant assez forte et son demi grand axe petit (0″,64), la séparation des composantes de ce système devient fort difficile aux environs du périastre. Ainsi, actuellement, elle est impossible à tous les instruments existants et l'occultation durera jusque vers 1899.

D'ailleurs, son inclinaison étant de 90°, le mouvement se fait dans le plan de vision et, par suite, tous les éléments, sauf le nœud et l'inclinaison, sont basés uniquement sur les distances.

Néanmoins, son orbite, qui résulte de 490 observations, embrassant près de 3 périodes, est l'une des plus exactes que nous connaissions.

308. *Mizar* (*ζ Grande Ourse*). — C'est probablement la première étoile qui ait été reconnue double; cette découverte a été faite en 1650 par Riccioli et fut confirmée par Kirch en 1700. Les premières mesures de Mizar sont de 1755 et sont dues à Bradley. Ce couple magnifique, l'un des plus brillants du ciel ($2^{gr},5-4^{gr},0$, bleuâtre-blanc), forme un système physique car les deux composantes ont le même mouvement propre; mais, quoiqu'on l'observe depuis près de 150 ans, les observations n'ont pas encore conduit au tracé de son orbite, le mouvement relatif des deux étoiles étant trop faible; la durée de révolution du compagnon semble être voisine de 20000 ans.

Non loin de ce groupe (à 11′30″) est une étoile de 5e grandeur, Alcor, qui paraît avoir le même mouvement propre (0″,16) que Mizar et, par suite, former avec lui un système triple.

309. *α Centaure.* — Ce système, l'un des plus beaux du ciel austral, est l'un des groupes binaires les plus tôt reconnus : l'étoile α Centaure a été trouvée double par le P. Richaud, à Pondichéry, en décembre 1689, dans les circonstances suivantes : « Regardant à l'occasion de la comète plusieurs fois les *pieds du Centaure* avec une lunette d'environ douze pieds, je remarquai que le plus oriental et le plus brillant était une double étoile comme celui de la Croisade; avec cette différence toutefois que, dans la Croisade, une étoile paraît, avec la lunette, notablement plus éloignée que l'autre; au lieu qu'au pied du Centaure les

deux étoiles paraissent, même avec la lunette, presque se toucher, quoique cependant on les distingue aisément (1).

Un autre religieux, le P. Louis Feuillée (premier botaniste de Sa Majesté et correspondant de l'Académie royale des Sciences), retrouva vingt ans plus tard, le 4 juillet 1709, à Lima, le caractère binaire de cette étoile. Il se servait d'une lunette de dix-huit pieds et nota les deux étoiles comme étant de 3e et de 4e grandeurs.

La troisième observation de α Centaure a été faite par Lacaille, en 1752, lors de son séjour au Cap de Bonne-Espérance; elle donne les différences en ascension droite et en déclinaison des deux composantes; depuis, les observations ont été multipliées. C'est, en effet, l'une des plus intéressantes pour nous, l'étoile α du Centaure étant la plus rapprochée de la Terre.

Si l'on adopte pour parallaxe de α du Centaure le nombre 0″,71 de Gill et Elkin, le demi grand axe de l'orbite est de 23,6 fois l'unité astronomique, soit la moyenne des demi grands axes d'Uranus et de Neptune; mais, en raison de sa grande excentricité, la distance des deux étoiles au moment du périastre surpasse à peine le demi grand axe de l'orbite de Saturne tandis qu'au moment de l'apoastre elle est de beaucoup supérieure à celui de Neptune.

La masse totale du système est d'ailleurs double de celle du Soleil.

D'autre part, les nombreuses observations méridiennes de ces deux étoiles faites successivement au Cap de Bonne-Espérance par Maclear, Stone et Gill ont permis, tout récemment, à M. Roberts d'obtenir le mouvement de chacune d'elles par rapport au centre de gravité commun et, par suite, le rapport des masses des deux composantes (2).

---

(1) *Mémoires de l'Académie des Sciences*. Paris, 1692. — *On the periodic time of α Centaure* by E.-B. Powell (*Monthly Notices of the royal astronomical Society*, vol. XLV, p. 19).

(2) A.-W. Roberts, *Mass, proper motion and positions of α Centaure* (*Astronomische Nachrichten*, n° 3313). En 1880 la position du centre de gravité du système était $\alpha = 14^h 31^m 27^s,64$, $\delta = -60° 20' 20'',64$ et le mouvement propre commun exprimé par un arc de 3″,66 sur le grand cercle.

D'après cet astronome, les masses des composantes α_2 et α_1 sont entre elles dans le rapport

$$\frac{\alpha_2}{\alpha_1} = \frac{51}{49}.$$

Les deux composantes ont donc sensiblement même masse et aussi même masse que le Soleil; α_2 est un peu plus lourd que lui, tandis que α_1 est au contraire un peu plus léger ($\frac{2}{100}$).

D'autre part, la discussion des différentes déterminations de l'éclat relatif du Soleil et des étoiles porte à admettre que les éclats de α_2 Centaure et du Soleil seraient les mêmes à la même distance : α_2 Centaure serait donc, par sa lumière, ses dimensions et sa masse, comme un frère jumeau de notre Soleil; α_1, au contraire, serait un peu plus petit et cinq ou six fois moins lumineux. Le système de α Centaure est donc un des mieux connus.

310. ξ *Bouvier*. — Ce système a été découvert par W. Herschel le 19 avril 1780; il est remarquable par l'inégalité de grandeur et de couleur de ses composantes (il ressemble, à cet égard, aux systèmes de p Ophiuchus et de η Cassiopée), ainsi que par la grandeur de son excentricité et la distance considérable de ses composantes; malgré cette longueur du grand axe de son orbite, la durée de la période est relativement courte : on est donc porté à croire que, comme l'indique l'éclat de ses composantes, ce système n'est pas loin de la Terre; mais, d'un autre côté, son mouvement propre est faible ($0'',161$) : il serait donc très intéressant que des observations spectroscopiques, faites sur ce groupe, tranchent la difficulté en nous donnant ses dimensions, sa masse et sa distance.

311. η *Couronne boréale*. — Ce système, découvert par W. Herschel, le 9 septembre 1781, est le premier qui lui ait donné (1803) la notion nette d'un mouvement orbital.

Depuis sa découverte, ce système a déjà effectué plusieurs révolutions; les valeurs des éléments paraissent soumises à certaines irrégularités dont nous parlerons plus loin.

312. μ^2 *Bouvier*. — C'est Herschel qui a découvert ce système le 10 septembre 1781; la comparaison des observations de 1802

avec les premières lui montrèrent le caractère physique de ce groupe, que W. Struve et nombre d'astronomes ont depuis suivi assidûment; sauf au moment du passage au périastre, la distance des deux composantes est assez grande pour que le dédoublement soit possible avec un objectif de six pouces; et, d'autre part, comme l'une des composantes est notablement plus faible que l'autre, les mesures n'offrent jamais de sérieuses difficultés.

L'intérêt principal de ce groupe est qu'il est en réalité ternaire: à 1′48″ de μ^2 se trouve une étoile beaucoup plus brillante (de 4e grandeur) μ^1 qui lui semble physiquement liée.

En effet, la position relative de ces deux étoiles n'a pas varié depuis les mesures de Struve en 1821, et l'on constate sur μ^1 un mouvement propre assez fort de 0″,16 en ascension droite et 0″,10 déclinaison, mouvement que partage donc μ^2. Malgré leur distance considérable (1′48″), μ^1 et la binaire μ^2 sont donc emportées dans l'espace par un mouvement commun, lequel leur fait parcourir environ 2′ par siècle. Très probablement μ^2 tourne autour de μ^1 dans une orbite excessivement étendue et dans une période de très longue durée embrassant peut-être cent ou cent cinquante mille années.

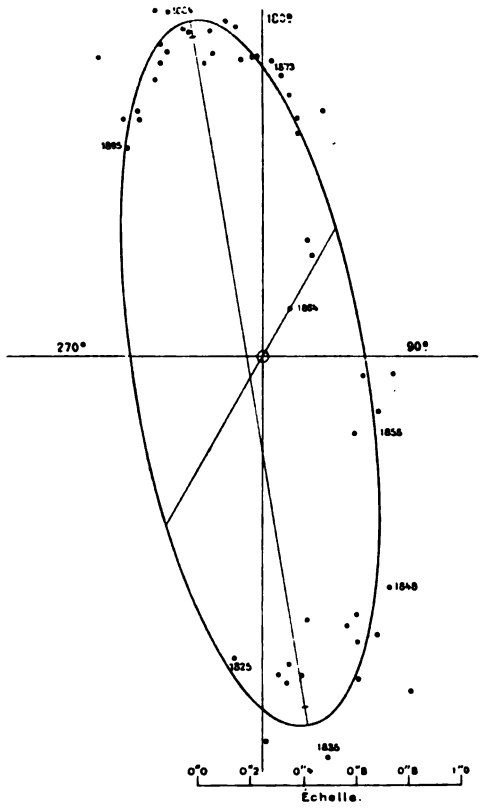
313. γ *Couronne boréale.* — Ce système très serré a été découvert par W. Struve en 1826; les mesures ultérieures montrèrent que les angles de position et les distances diminuaient tous deux d'une façon continue, si bien qu'en 1835 l'étoile apparut unique avec les meilleurs instruments et parut telle jusqu'en 1842. La caractéristique de ce système est la grande inclinaison (82°,6) du plan de son orbite, d'où il résulte qu'il y a, périodiquement, à peu près occultation de l'une des étoiles par l'autre. Nous avons cité celle de 1835 (où la distance minima était de 0″,20); depuis, il s'en est produit une autre, vers 1873, à la distance de 0″,12.

Par suite de cette inclinaison, les observations des angles de position sont sujettes à des erreurs considérables et, pour un même observateur, diffèrent souvent de plus de 10° d'un pointé à l'autre; les éléments de l'orbite sont donc fort incertains.

314. ξ *Scorpion.* — Découvert par W. Herschel, le 9 septembre 1781, ce système n'a été réobservé ensuite qu'en 1825,

par J. Herschel et W. Struve. Mais, depuis cette époque, il a été suivi très régulièrement; malheureusement, sa position sur la sphère céleste rend son observation assez difficile pour les observatoires de l'hémisphère nord et les résultats de leur comparaison

Fig. 48.

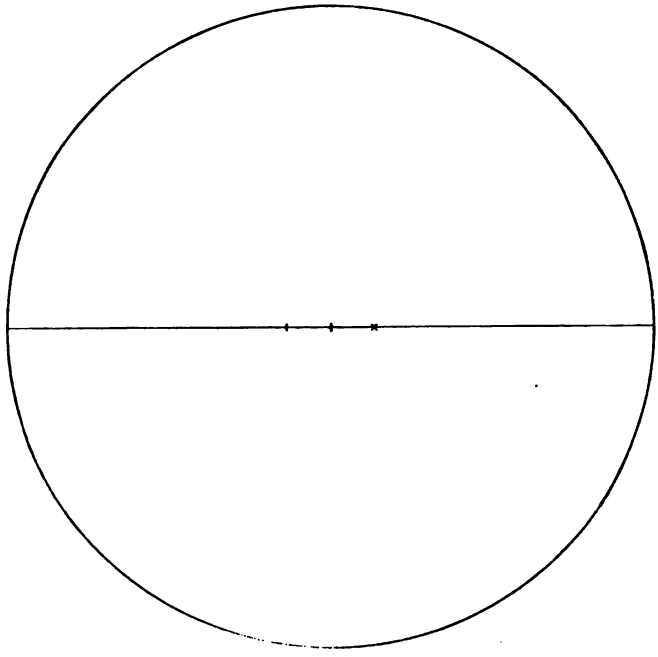


ne sont probablement pas exempts d'erreurs systématiques. Cependant, la presque circularité de son orbite qu'ils accusent paraît être démontrée d'une façon définitive; les *fig.* 48 et 49 donnent son orbite apparente et son orbite réelle.

D'ailleurs, ξ Scorpion est une étoile triple en tout semblable à ζ Écrevisse, la troisième composante étant de grandeur 7,5,

bleuâtre et à une distance actuelle de 7″ environ du milieu des deux étoiles principales.

Fig. 49.



315. σ *Couronne boréale.* — Ce groupe a été découvert par W. Herschel, le 7 août 1780; et, dès 1803, par suite des grands changements survenus dans la position relative des composantes, il affirmait leur dépendance physique. En 1821, 1822 et 1823, ce système binaire a été l'objet d'études suivies de la part de J. Herschel et J. South; mais c'est seulement en 1833 que J. Herschel réussit à faire entrer toutes les observations dans une orbite elliptique, de demi grand axe égal à 3″68, avec une durée de révolution de 268 années. Il faut remarquer que ces nombres diffèrent bien moins des valeurs actuellement admises que ceux trouvés parfois depuis à l'aide de méthodes imaginées pour perfectionner celle de J. Herschel : en particulier, la durée de la révolution, que nous admettons actuellement être de 370 ans, a été trouvée de 195 ans par Jacob en 1855, et de 845 ans par Dorbeck

en 1876. Depuis la découverte de W. Herschel, le compagnon a parcouru un arc de 223°.

316. ζ *Hercule*. — Découvert par W. Herschel le 18 juillet 1782. Ce système a été mesuré par lui le 21 juillet suivant, puis réobservé en 1795, époque où il constata que la distance avait diminué ; en 1802, nouvelle recherche, mais Herschel ne put alors séparer l'étoile en ses deux composantes. Ce n'est qu'en 1826 qu'une étude nouvelle et régulière de cette étoile fut entreprise par W. Struve et, après lui, par nombre d'astronomes. Depuis l'époque de sa découverte, ce groupe a effectué trois révolutions complètes, et cependant les éléments obtenus ne sont pas très concordants.

Il y a lieu de remarquer que W. Struve, dont l'attention était si attachée à l'examen des couleurs des étoiles doubles, a noté le compagnon rougeâtre, alors qu'actuellement il est manifestement bleuâtre. Est-ce une erreur ou un indice de variabilité ?

317. *Système* β 416 (¹). — Ce système a été découvert par Burnham au commencement de juillet 1876. Il n'est pas très serré et sa situation australe rend seule son observation difficile dans les observatoires de l'hémisphère nord. Sa période, 33 ans, est étonnamment courte pour un système aussi étendu; il est donc probable qu'il a une parallaxe sensible.

318. μ^1 *et* μ^2 *Hercule*. — Ce groupe est en réalité triple; en 1781, W. Herschel découvrit que l'étoile μ Hercule (de grandeur 3,6) était double, le compagnon étant de grandeur 9,4. Malgré leur grande distance (30″ environ), ces deux étoiles forment d'ailleurs un système physique, car elles ont le même mouvement propre (0″,811). L'observation de ce système fut reprise en 1825 par South et, quelques années après, par W. Struve (1829). En juillet 1859, Alvan Clark, l'observant avec une lunette de $0^m,19$, reconnut que le compagnon lui-même était double et formé de deux étoiles à fort peu près de même éclat (9,4 et 10) et très voisines (1″,0) l'une de l'autre. Depuis lors, ce système serré a été

(¹) La lettre β indique le Catalogue de Burnham.

l'objet d'observations très nombreuses, qui ont mis en évidence son mouvement orbital; c'est celui dont nous avons donné les éléments.

319. *p Ophiuchus.* — Ce système a été découvert par W. Herschel le 7 août 1779; depuis lors, il a effectué un peu plus d'une révolution. Il offre le plus grand intérêt à cause des irrégularités non encore expliquées de son mouvement, et par ce fait que sa parallaxe est une des mieux déterminées jusqu'ici; aussi, le nombre des orbites calculées pour lui est-il considérable : nous en avons vingt, dont la première, due à Encke, est de 1829 et la dernière, due à See, est de 1895.

En adoptant la valeur $0'',15$ pour sa parallaxe, la masse totale de ce système est sensiblement triple de celle du Soleil et son diamètre équivalent en densité serait une fois et demie celui du Soleil.

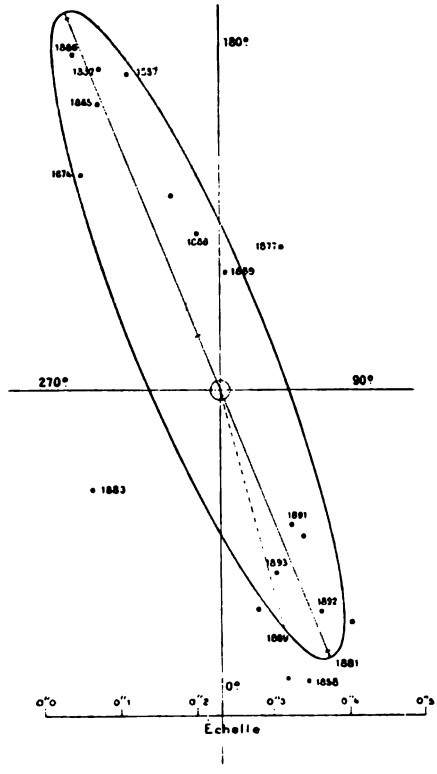
320. β *Dauphin.* — Ce groupe a été découvert en août 1873, par Burnham avec son célèbre équatorial de six pouces, alors que le compagnon était à son maximum d'élongation; il a été étudié surtout par Dembowski et Burnham. Son excentricité est assez considérable, et au moment du périastre le dédoublement en devient impossible dans les plus puissantes lunettes, qui ne font que donner du système une image allongée.

321. δ *Petit cheval.* — Ce système a été découvert par O. Struve, le 19 août 1852, et, l'année suivante, cet astronome constatait une faible diminution dans l'angle de position aussi bien que dans la distance. En 1854 et 1856, l'étoile parut unique; mais en 1857 le compagnon reparut dans un quadrant opposé. Il était donc évident qu'on avait affaire à un système physique. Son orbite est très inclinée sur le plan de projection (79°) et la durée de sa révolution très courte ($11^{ans},45$). Ce groupe a été observé surtout par O. Struve et Burnham. Comme le montrent les *fig.* 49 et 50, la forme de son orbite apparente diffère beaucoup de celle de l'orbite réelle, qui est sensiblement circulaire.

322. 61e *du Cygne.* — Le dédoublement de la 61e du Cygne a été obtenu la première fois par Bradley, en 1755; réobservé

ensuite par C. Mayer en 1778, et, depuis, étudié d'une façon assez continue, ce système est fort intéressant à plus d'un titre. C'est sur ces étoiles qu'on a constaté, pour la première fois, un mouvement propre (5″, 14) considérablement supérieur à la moyenne et qui n'a été surpassé depuis que par ceux de l'étoile 1830 Groombridge et de l'étoile de Kapteyn (zones de Cordoba).

Fig. 50.

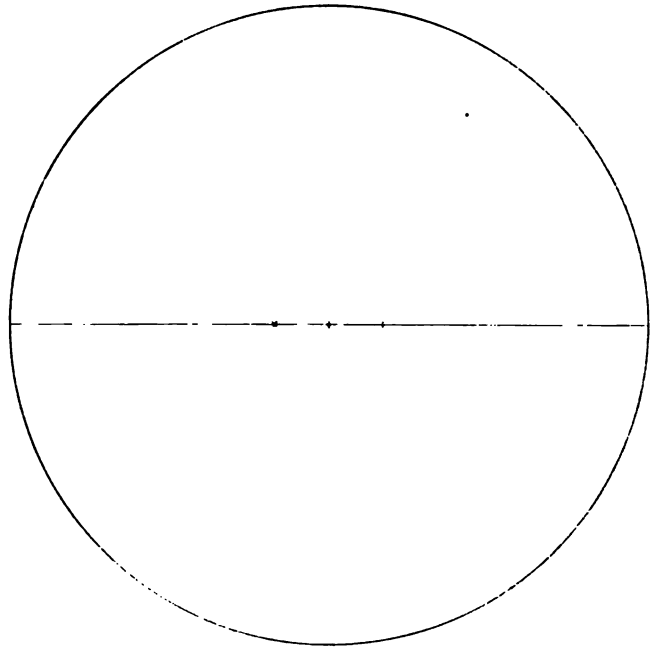


C'est, d'ailleurs, la rapidité énorme de ce mouvement propre qui avait fait présumer à Bessel sa proximité de la Terre, et le lui avait fait choisir pour servir à prouver que certaines étoiles sont à des distances accessibles à nos moyens de mesure; il trouva, pour leur distance commune au Soleil, 600 000 rayons de l'orbite terrestre (α Centaure est seule plus rapprochée).

Ces étoiles sont donc emportées dans l'espace d'un mouvement

commun, tout en restant à la même distance du Soleil; elles sont donc liées l'une à l'autre et doivent tourner toutes deux autour de leur centre de gravité commun.

Fig. 51.



C'est ainsi que Bessel avait interprété les observations dont il disposait; et il avait assigné à la période une durée de 400 ans : depuis lors, la durée de la période a été progressivement augmentée, et par suite la courbure de l'orbite diminuée, par les astronomes qui se sont occupés de ce système, jusqu'à ce que, en 1875, Flammarion, réunissant les observations connues depuis sa découverte, ait constaté qu'elles se placent sur une ligne absolument droite qui, d'ailleurs, ne contient pas l'étoile principale.

323. Le mouvement relatif de l'une des étoiles, par rapport à l'autre, est une ligne droite : c'est là un fait assez curieux qui augmente encore l'intérêt de ce couple.

324. *k Pégase.* — C'est encore Burnham qui (12 août 1880) a découvert ce système très serré avec l'équatorial de 18 pouces de l'observatoire Dearborn. Sa durée de révolution ($11^{ans},42$) est, avec celle de δ Petit Cheval ($11^{ans},45$), la plus petite que l'on connaisse. Ces systèmes offrent donc le plus grand intérêt, mais leur observation est difficile, et, au moment du minimum de distance, *k* Pégase en particulier ($0'',034$) paraît simple dans les plus grandes lunettes actuellement construites. Il serait intéressant de noter les époques et les durées de ces disparitions.

II. — Considérations générales.

325. *Grandeur de l'excentricité.* — Le fait le plus saillant qui ressorte de la comparaison des éléments des orbites des étoiles doubles est le suivant : leurs excentricités sont beaucoup plus considérables que celles des planètes (sauf Mercure) et de leurs satellites; la plus petite, 0,131 de ξ Scorpion, est double de l'excentricité moyenne des sept planètes extérieures à Mercure; la plus grande 0,897 appartient à γ Vierge. La moyenne de toutes les excentricités mesurées est 0,482, près de douze fois l'excentricité moyenne des huit planètes et de leurs vingt et un satellites. D'ailleurs, leur distribution dans ces limites est intéressante.

Excentricité.	Nombre d'orbites.
Entre 0,1 et 0,2	2
» 0,2 et 0,3	4
» 0,3 et 0,4	8
» 0,4 et 0,5	9
» 0,5 et 0,6	9
» 0,6 et 0,7	2
» 0,7 et 0,8	4
» 0,8 et 0,9	2

Le maximum du nombre d'orbites correspond à l'excentricité 0,482.

326. *Égalité des masses.* — Un autre trait caractéristique des systèmes binaires est celui de la presque égalité des masses des deux composantes : c'est ce que nous avons trouvé pour ceux

de ces systèmes dans lesquels nous avons pu déterminer le rapport des masses. Leur nombre est, il est vrai, petit jusqu'à présent; mais, comme rien ne paraît à cet égard devoir les distinguer des autres, cette conclusion peut, à juste raison, être généralisée.

Cette loi d'égalité des masses s'accorde d'ailleurs avec celle que J. Herschel a démontrée pour les nébuleuses doubles et semble être la loi générale des systèmes binaires, comme elle est celle qui gouverne le partage, par rupture d'équilibre des masses fluides en rotation, si bien étudié par Poincaré et Darwin.

327. *Comparaison au système solaire.* — La constitution des systèmes stellaires doubles est donc bien différente de celle du système solaire où une masse très prédominante gouverne une série de masses incomparablement plus faibles et dont la plus forte, celle de Jupiter, n'est que le millième de la première.

Si les étoiles sont entourées de compagnons aussi petits, ceux-ci seront toujours invisibles pour nous, et les perturbations qu'ils produiraient dans le mouvement de l'étoile nous seront tout aussi cachées par suite de leur faiblesse et ne pourront nous conduire à leur découverte; il nous est donc impossible de savoir si les étoiles sont accompagnées de corps tels que les planètes et leurs satellites, et nous serons probablement toujours dans l'ignorance sur l'existence d'un système semblable au nôtre.

D'un autre côté, dans les systèmes binaires la masse totale est divisée en deux masses comparables entre elles; la distribution des masses y est évidemment double, dans le système solaire elle est essentiellement simple; en d'autres termes, il semble que *les nébuleuses originelles se sont divisées le plus fréquemment en deux ou plusieurs masses comparables entre elles, tandis que dans le cas de notre nébuleuse, cas relativement rare, toute la matière a été prise par un seul astre qui constitue le Soleil.*

CHAPITRE XV.

ASTRONOMIE DE L'INVISIBLE.

I. — Historique.

328. *Notions préliminaires.* — Une étoile qui n'est soumise à aucune force extérieure est fixe dans l'espace ou se transporte en ligne droite avec une vitesse constante : par conséquent, pour un observateur placé au centre de gravité de notre système, elle conserverait la même position sur la sphère céleste, ou elle se déplacerait d'un mouvement uniforme sur le grand cercle de la sphère qui correspond à la direction de sa vitesse.

De même, le centre de gravité d'un système binaire, c'est-à-dire de deux étoiles dont les distances réciproques sont petites par rapport à celles qui séparent, en général, les autres étoiles aura aussi un mouvement propre invariable tant qu'une force extérieure à ce système et au nôtre n'agira pas sur lui : chacune des composantes de ce système aura, au contraire, un mouvement propre variable, puisqu'il se composera du mouvement uniforme commun du centre de gravité combiné avec le mouvement orbital de la composante autour de ce point.

D'un autre côté, si le centre de gravité du système solaire est animé d'un mouvement de translation uniforme, il n'en est pas rigoureusement de même des différentes planètes, pas plus que du centre même du Soleil, par suite des actions attractives de ces dernières; cependant, celles-ci étant invisibles pour lui, nos instruments montreraient à un observateur placé sur une étoile quelconque le Soleil comme une étoile simple; et, si la masse de l'une des planètes devenait comparable à celle du Soleil, le mou-

vement propre de cet astre cesserait de paraître uniforme ponr le même observateur, sans que le Soleil cessât d'être pour lui une étoile optiquement simple. Un système binaire dont l'une des composantes est d'éclat très faible relativement à l'autre peut donc nous être révélé par l'étude de son mouvement propre.

329. *Bessel.* — Or, au cours des observations et des discussions qui ont conduit Bessel à des positions si précises pour un certain nombre d'étoiles fondamentales, cet astronome remarqua, entre les mouvements propres de Sirius et de Procyon déduits d'observations faites à des époques successives, des différences qui ne lui parurent pas pouvoir s'expliquer par des erreurs d'observation. En 1844, après avoir serré le problème de plus près et, afin d'éliminer les corrections systématiques des Catalogues, comparé seulement les différences des positions de chacune de ces deux étoiles avec un certain nombre d'étoiles voisines, il arriva à la conclusion que ces variations de leurs mouvements propres sont bien réelles, et, en cherchant à en déterminer la cause, il fut conduit à l'un de ses plus beaux travaux, la démonstration complète de l'existence d'une étoile invisible pour lui et ses contemporains, et l'indication approchée de sa position (1).

Telle est l'origine d'une espèce d'Astronomie qui a reçu depuis de grands développements et qu'on a appelée *Astronomie de l'Invisible.*

II. — Variabilité des mouvements propres de Sirius et de Procyon.

330. *Ascensions droites de Sirius.* — Les étoiles repères choisies par Bessel pour Sirius sont : β Orion, α Orion et Procyon; et la comparaison d'une série fort nombreuse de différences d'ascension droite observées et discutées soigneusement, avec les différences déduites des *Tabulæ regiomontanæ,* a eu pour ré-

(1) Bessel, *Ueber Veränderlichkeit der eigenen Bewegung der Fixsterne* (*Astronomische Nachrichten,* nos 514, 515 et 516, 1844).

sultat le Tableau suivant des écarts q entre ces deux sortes de nombres.

	Années.	q.
		s
Fundamenta Astronomiæ.	1755	0,000
Maskelyne.....	1767	—0,079
Piazzi.....	1800	+0,033
Maskelyne.....	1806	+0,016
Bessel.....	1815	—0,036
Pond.....	1819	—0,083
Bessel.....	1825	0,000
Struve.....	1825	—0,006
Argelander.....	1828	—0,003
Airy.....	1830	+0,049
Pond.....	1832	+0,084
Busch.....	1835	+0,188
Bessel.....	1843	+0,321

Ainsi l'ascension droite observée par Bessel en 1843 diffère de $0^s,321$ de celle observée en 1755 par Bradley et de celle qu'il avait observée lui-même en 1825.

Ces écarts sont, d'une part, trop considérables et, d'autre part, ils affectent trop manifestement une marche périodique, pour qu'ils puissent être attribués aux faibles erreurs restant dans les observations utilisées, après leur longue et systématique revision par Bessel : en un mot, ces *écarts* sont *réels;* et, par suite, *l'hypothèse de l'invariabilité du mouvement propre en ascension droite de Sirius, par rapport aux étoiles* β *Orion,* α *Orion et* α *Petit Chien, est incompatible avec les observations.*

331. *Déclinaisons de Procyon.* — Pour Procyon, les repères choisis par Bessel sont les huit étoiles voisines de son parallèle, α Baleine, α Orion, β Vierge, α Serpent, γ Aigle, α Aigle, β Aigle et α Verseau. La discussion complète de toutes les observations antérieures de ces étoiles et de Procyon conduisit, pour les écarts entre les différences successives des déclinaisons observées et celles des *Tabulæ regiomontanæ,* au Tableau suivant :

	Années.	q.
Fundamenta Astronomiæ..	1755	0",00
Maskelyne.....	1770	+1,54
Piazzi.....	1800	+1,99
Bessel.....	1820	0,00
Pond I.....	1822	−0,03
Pond II.....	1822	+0,16
Struve.....	1824	−0,15
Argelander.....	1830	+0,03
Airy.....	1830	+0,47
Pond.....	1832	+0,84
Anderson.....	1833	+0,89
Busch.....	1838	+1,59
Bessel.....	1844	+2,62

Ainsi, la déclinaison observée en 1844 par Bessel diffère de 2",62 de celle observée, soit en 1755 par Bradley, soit en 1820 par Bessel lui-même.

En vingt-quatre ans cette différence donne une erreur annuelle de 0",11, ce qui conduirait pour 1755 à un écart de près de 10" absolument improbable, les différences données plus haut étant les moyennes des différences d'un grand nombre d'observations.

Bessel arrive donc à cette conclusion que *l'hypothèse de l'invariabilité du mouvement propre en déclinaison de Procyon, par rapport aux huit étoiles de comparaison, est complètement invraisemblable.*

332. *Conclusion.* — Il est ainsi démontré que les mouvements propres des deux étoiles Sirius et Procyon ne s'effectuent pas en ligne droite; d'après les considérations qui commencent ce Chapitre, ces anomalies sont probablement dues à l'attraction d'un ou plusieurs astres extérieurs, et il convient d'étudier leurs actions.

III. — Compagnons invisibles.

333. *Équations générales* (1). — Supposons donc qu'en présence de l'une de ces étoiles, Sirius ou Procyon, se trouve, en

(1) En raison de son importance historique et malgré son caractère un peu archaïque, nous avons cru devoir analyser en détail la discussion de l'illustre astronome de Kœnigsberg.

outre du Soleil, un certain nombre d'étoiles exerçant sur elle une action attractive et soient

x, y, z les coordonnées de l'étoile troublée O par rapport à un système d'axes quelconques et m sa masse,

ξ, η, ζ les coordonnées du Soleil S et μ sa masse,

x_n, y_n, z_n les coordonnées d'une E_n des étoiles troublantes et m_n sa masse,

ρ, ρ_n, r_n les distances OS, SE_n et OE_n,

on aura, pour équations différentielles des mouvements de l'étoile et du Soleil sur l'un des axes, l'axe des x par exemple,

$$0 = \frac{d^2x}{dt^2} + \mu\frac{x-\xi}{\rho^3} + m_n\frac{x-x_n}{r_n^3},$$

$$0 = \frac{d^2\xi}{dt^2} + m\frac{\xi-x}{\rho^3} + m_n\frac{\xi-x_n}{\rho_n^3},$$

et, suivant le même axe, l'équation du mouvement relatif de l'étoile O et du Soleil sera

$$0 = \frac{d^2(x-\xi)}{dt^2} + (m+\mu)\frac{x-\xi}{\rho^3} + m_n\left(\frac{x-x_n}{r_n^3} - \frac{\xi-x_n}{\rho_n^3}\right):$$

si X, Y, Z sont les coordonnées relatives $(x-\xi)$, $(\eta-y)$, $(\zeta-z)$ de l'étoile O et du Soleil;

u, v, w les coordonnées relatives $(x-x_n)$, $(y-y_n)$, $(z-z_n)$ des étoiles E_n et O;

X_1, Y_1, Z_1 les coordonnées relatives $(\xi-x_n)$, $(\eta-y_n)$, $(\zeta-z_n)$, ... de l'étoile E_n troublante et du Soleil,

on a donc pour équations différentielles de ce mouvement

$$(1) \qquad 0 = \frac{d^2X}{dt^2} + (m+\mu)\frac{X}{\rho^3} + m_n\left(\frac{u}{r_n^3} - \frac{X_1}{\rho_n^3}\right),$$

$$(2) \qquad 0 = \frac{d^2Y}{dt^2} + (m+\mu)\frac{Y}{\rho^3} + m_n\left(\frac{v}{r_n^3} - \frac{Y_1}{\rho_n^3}\right),$$

$$(3) \qquad 0 = \frac{d^2Z}{dt^2} + (m+\mu)\frac{Z}{\rho^3} + m_n\left(\frac{w}{r_n^3} - \frac{Z_1}{\rho_n^3}\right);$$

le dernier terme de chacune de ces équations, représentant l'action de chaque étoile attirante, devra être répété autant de fois qu'il y aura d'étoiles de cette espèce.

Une combinaison de ces équations les réduit à une forme plus

simple; multiplions, en effet, la première équation par Y, la deuxième par — X, et ajoutons les produits; nous aurons

$$0 = Y\frac{d^2X}{dt^2} - X\frac{d^2Y}{dt^2} + m_n(uY - vX)\frac{1}{r_n^3} - m_n(X_1Y - XY_1)\frac{1}{\rho_n^3};$$

si l'on remarque que

$$(1) \qquad uY - vX = X_1Y - XY_1,$$

comme tous deux égaux au double de la surface du triangle obtenu en projetant les trois points O, E_n et S sur le plan des xy et que

$$(2) \qquad Y\frac{d^2X}{dt^2} - X\frac{d^2Y}{dt^2} = \frac{d(YdX - XdY)}{dt^2},$$

l'équation précédente deviendra

$$(3) \qquad 0 = \frac{d(YdX - XdY)}{dt^2} + m_n(uY - vX)\left(\frac{1}{r_n^3} - \frac{1}{\rho_n^3}\right).$$

Or, soient O et O′ deux positions infiniment voisines de l'étoile troublée, $d\varphi$ l'angle des deux rayons vecteurs SO et SO′, c'est-à-dire la variation apportée pendant le temps dt par l'étoile troublante au mouvement propre de l'étoile troublée vue du Soleil; dX et dY les variations correspondantes des coordonnées relatives X et Y; et prenons pour plan des xy le plan SOO′ du mouvement apparent, on aura

$$XdY - YdX = \rho^2 d\varphi,$$

puisque ces deux expressions représentent la surface du secteur infiniment petit SOO′ : d'ailleurs la variation de ρ correspondant au temps dt est négligeable par rapport à ρ et, par suite, ρ peut être considéré comme une constante, d'où

$$\frac{d(\rho^2 d\varphi)}{dt^2} = \rho^2\frac{d^2\varphi}{dt^2};$$

et, par conséquent, l'équation (3) devient

$$(4) \qquad 0 = -\rho^2\frac{d^2\varphi}{dt^2} + m_n(uY - vX)\left(\frac{1}{r_n^3} - \frac{1}{\rho_n^3}\right).$$

Plaçons maintenant l'origine des coordonnées à l'étoile O et prenons la droite SO comme axe des x; alors

$$X = -\rho, \qquad Y = 0,$$

et, si e_n et p_n sont l'angle SOE_n et celui du plan SOE_n avec le plan du mouvement, il viendra

$$v = r_n \sin e_n \cos p_n,$$

d'où

$$(5) \qquad \frac{d^2\varphi}{dt^2} = m_n \left(\frac{1}{r_n^3} - \frac{1}{\rho_n^3}\right) \frac{r_n}{\rho} \sin e_n \cos p_n,$$

formule qui exprime la variation qu'éprouve la vitesse du mouvement apparent de l'étoile O par l'attraction de chacune des étoiles E_n dans l'unité de temps.

Si l'on désigne par $\frac{d\varphi}{dt}$ la valeur de cette vitesse pour une époque déterminée T, la variation totale de φ entre les époques T et $T + t$ sera donnée par

$$\frac{d\varphi}{dt} t + \frac{1}{2} \frac{d^2\varphi}{dt^2} t^2 + \ldots;$$

la différence de cette variation de φ et de celle qui aurait lieu dans l'hypothèse de l'invariabilité de la vitesse initiale, et par suite du mouvement propre, sera donc

$$\frac{1}{2} \frac{d^2\varphi}{dt^2} t^2 + \ldots = \frac{m_n t^2}{2} \left(\frac{1}{r_n^3} - \frac{1}{\rho_n^3}\right) \frac{r_n}{\rho} \sin e_n \cos p_n + \ldots;$$

en se bornant aux termes du second ordre et ne prenant que la partie proportionnelle au carré du temps, cette différence sera

$$\frac{m_n t^2}{2 \rho r_n^2} \left(1 - \frac{r_n^3}{\rho_n^3}\right) \sin e_n \cos p_n.$$

Si l'on prend pour unité de masse celle du Soleil, pour unité de temps le siècle, pour unité de distance 206265 fois la distance de la Terre au Soleil afin de rapporter ρ, ρ_n, r_n à la distance qui correspond à la parallaxe annuelle de $1''$, on aura pour la variation Δ en un siècle, du mouvement initial, exprimée en secondes d'arc,

$$(4) \qquad \Delta = 0'',00000463 9 \frac{m_n}{\rho r_n^2} \left(1 - \frac{r_n^3}{\rho_n^3}\right) \sin e_n \cos p_n.$$

334. *Conditions qui en résultent.* — Étant donnée la faible valeur numérique du facteur constant, il ne peut y avoir de variation séculaire du mouvement propre de l'étoile O que dans les cas suivants :

1° La distance ρ de l'étoile troublée au Soleil est très petite par rapport à celle qui correspond à la parallaxe annuelle de 1″.

2° La masse m_n de l'étoile troublante est très grande par rapport à celle du Soleil.

3° La distance ρ_n de l'étoile troublante au Soleil est très petite par rapport à la parallaxe de 1″.

4° La distance r_n de l'étoile troublante à l'étoile troublée est très petite par rapport à celle qui correspond à la parallaxe de 1″.

5° Et, enfin, si toutes ces grandeurs ont des valeurs normales, une variation sensible du mouvement propre peut être causée par l'action d'ensemble des innombrables étoiles du ciel.

335. *Discussion de ces différentes conditions.* — Il convient de chercher quelle est celle de ces conditions qui est acceptable dans l'espèce : pour cela nous les examinerons successivement.

1° et 3° *Les distances ρ ou ρ_n sont très petites par rapport à l'unité.* Ces conditions sont toutes deux inadmissibles, puisque alors l'étoile troublée ou l'étoile troublante feraient partie du système solaire, qui ne contient bien certainement pas d'autre étoile que le Soleil, aucun corps attirant de masse importante et à une petite distance de cet astre ne trahissant sa présence par une action perturbatrice sur les mouvements de notre système planétaire.

2° *La masse m_n de l'étoile troublante est très grande par rapport à celle du Soleil.*

La variabilité du mouvement propre serait alors due à l'attraction d'une masse énorme par rapport à celle du Soleil et située à une distance de l'étoile troublée comparable à l'unité, hypothèse inadmissible pour plusieurs raisons.

Tout d'abord, nous ne connaissons rien de pareil dans l'espace étoilé, où, au contraire, les masses paraissent être toutes comparables entre elles.

De plus, en admettant qu'une telle masse y existe, son action serait sensiblement constante pendant l'intervalle de temps considéré, un siècle, puisque dans cet intervalle les distances au Soleil de l'étoile troublée et de l'étoile troublante auraient fort peu changé, et la variabilité ne serait pas sensible pendant cette durée. Au contraire, elle apparaîtrait au bout d'un temps assez long et serait proportionnelle au temps écoulé, si bien que l'ascension

droite actuelle de Sirius devrait différer beaucoup de celle d'Hipparque (2000 ans); ce qui est contraire aux faits observés.

5° Ce dernier raisonnement s'applique évidemment à la cinquième hypothèse qui est, par suite, également inadmissible.

4° Reste donc la quatrième condition, *r_n est très petit par rapport à l'unité;* ainsi, seule une masse attirante de dimensions comparables à celles du Soleil et située à une petite distance de l'étoile peut causer la variabilité constatée.

L'étoile troublante et l'étoile troublée faisant partie d'un système limité à un petit espace, la variation est alors périodique comme leurs mouvements relatifs; l'étoile troublée forme, avec l'étoile troublante, un système binaire, et la variation de son mouvement propre est une conséquence immédiate des lois de l'attraction.

Cette déduction n'est d'ailleurs pas contredite par ce fait que l'étoile troublante est invisible pour nous; car, pour n'en citer qu'une, la célèbre étoile de Tycho Brahe dans Cassiopée est restée et restera longtemps encore invisible pour redevenir visible à des intervalles de temps éloignés.

Nous nous arrêterons donc à la conclusion suivante : *la variabilité du mouvement propre en ascension droite de Sirius, ainsi que celle du mouvement propre en déclinaison de Procyon, sont dues à l'attraction d'un compagnon voisin invisible aux moyens d'investigation que possédaient les astronomes en* 1844.

336. *Objections de W. Struve. — Confirmation par C. Peters.* — Cette conclusion de Bessel ne fut point admise immédiatement et souleva de nombreuses critiques. Ainsi, Struve dit en 1847 : « Si l'irrégularité du mouvement de Sirius est réelle, cette découverte serait, sans doute, l'une des plus importantes qui eussent été jamais faites dans l'Astronomie stellaire, une des plus belles dont la Science fût redevable au grand astronome de Kœnigsberg. Il m'a cependant paru permis de douter encore de cette réalité jusqu'à ce qu'elle soit constatée par une recherche encore plus concluante » (1).

(1) W. STRUVE, *Études d'Astronomie stellaire*, p. 55 et suiv.

Cette recherche, W. Struve l'a entreprise et il employa pour cela les différences d'ascension droite de Sirius et de sept étoiles de la même constellation [1], très voisines de lui aussi bien en ascension droite qu'en déclinaison : en comparant ces différences telles qu'elles résultent des observations de Bradley (1755) et Piazzi (1800) avec celles provenant des observations faites à Greenwich en 1829, et par lui à Dorpat en 1829, et celles effectuées par Fuchs en 1847 avec la grande lunette méridienne d'Ertel de Poulkowa, il arrive à la conclusion que *les observations des années* 1755, 1800, 1829 *et* 1847 *ne présentent pas la moindre trace d'une irrégularité dans le mouvement propre de Sirius.*

Cette importante question ne fut définitivement tranchée qu'en 1851, par C. Peters [2]; une discussion nouvelle des observations qui avaient servi de bases aux travaux de Bessel et de Struve l'amena à confirmer la réalité des irrégularités annoncées par Bessel, ainsi que le montre la liste suivante des corrections q à faire aux différences d'ascension droite moyenne, données par les *Tabulæ regiomontanæ,* entre Sirius et les trois étoiles de comparaison de Bessel, pour les rendre égales aux résultats des observations.

	Années.	q.		Années.	q
		s			s
Fund. Astronomiæ..	1755	—0,002	Airy.....	1830,5	+0,
Maskelyne.....	1767	0,083	Pond.....	1832	+0,
Piazzi.....	1805,1	+0,006	Busch.....	1835	+0,
Maskelyne.....	1806	+0,012	Airy.....	1838,5	+0,
Bessel.....	1815	—0,032	Peters.....	1839,1	+0,
Pond.....	1819	—0,083	Bessel et Busch.....	1843	+0,
Bessel.....	1825	—0,004	Airy.....	1844,5	+0,
Struve.....	1825	—0,010	Bouris.....	1847,5	+0,
Argelander.....	1828	—0,004	Busch et Wischmann.	1848,6	+0,
Peters.....	1830	+0,066			

Peters a d'ailleurs été plus loin; il a démontré que l'existence d'un compagnon obscur tournant autour du centre de gravité

---

(1) Ce sont les étoiles β, ν¹, ν², θ, μ, *i* et γ du Grand Chien, dont les grandeurs sont 2, 6.7, 0.5, 0.4, 5.5, 0, 4.5 et 4.5.

(2) C.-A.-F. Peters, *Ueber die eigene Bewegung des Sirius* (*Astronomische Nachrichten,* nos 745, 46, 47 et 48).

commun dans une orbite déterminée rendait bien compte numériquement des irrégularités constatées.

337. *Calcul de l'orbite. C. Peters.* — Cherchons, en effet, les conséquences d'un pareil mouvement. Pour cela, rapportons la position de Sirius à trois axes rectangulaires passant par le lieu du centre de gravité C à l'époque t_0 (1800), et ayant pour axe des z la ligne de visée OC correspondante (sa partie positive étant au-dessus de C), pour plan des xy le plan A perpendiculaire à OC, l'axe des x étant parallèle à l'intersection du plan A et du plan mené par OC et la direction moyenne pour 1800 de l'axe du monde (sa partie positive est dirigée vers le Nord et la partie positive de l'axe des y vers l'Est); le plan A est le plan de l'orbite apparente, et, avec nos notations, on a pour les coordonnées

$$x = r[\cos(\lambda + v)\cos\Omega - \sin(\lambda + v)\sin\Omega\cos i],$$
$$y = r[\cos(\lambda + v)\sin\Omega + \sin(\lambda + v)\cos\Omega\cos i],$$
$$z = r\sin(\lambda + v)\sin i.$$

D'autre part, soient, à une époque quelconque t, α et δ, α' et δ' les ascensions droites et les déclinaisons de Sirius et du centre de gravité, et représentons par η et ξ leurs différences

$$\alpha - \alpha' = \eta, \qquad \delta - \delta' = \xi;$$

à l'époque t_0 prise pour origine, on a évidemment

$$y_0 = \eta_0 \cos\delta, \qquad x_0 = \xi_0.$$

Mais, à une époque quelconque t, les mêmes relations n'existent plus en toute rigueur entre les coordonnées x et y et les valeurs correspondantes de η et ξ, parce que l'axe des x ne représente plus alors la direction moyenne de l'axe du monde pour cette époque; et il faudrait apporter de petites corrections à ξ et η pour les faire correspondre aux x et y du système d'axes adopté; en pratique, cela est inutile; en effet, ces corrections sont très faibles [au maximum, $0^s,0007$ pour $(\eta\cos\delta)$ et $0''02$ pour ξ], et, d'un autre côté, nous pouvons, pour plus de simplicité et pour le court intervalle de temps considéré, prendre δ comme constant et égal à sa valeur pour le milieu de l'intervalle (1), de sorte que si

(1) La différence entre les valeurs de $\cos\delta$ pour 1750 et 1850 est $0^{\circ},00032$, ce qui pour $\eta = 0^s,27$, sa valeur maximum, atteint seulement $0^s,00009$.

l'on désigne $\cos\delta$ par β et si η et ξ sont, à l'époque t, les différences d'ascension droite et de déclinaison amenées par le mouvement orbital,

$$x = \xi, \qquad y = \beta\eta,$$

et aussi

$$\eta = \frac{r}{\beta}[\cos(\lambda + v)\sin\Omega + \sin(\lambda + v)\cos\Omega\cos i],$$

$$\xi = r[\cos(\lambda - v)\cos\Omega - \sin(\lambda + v)\sin\Omega\cos i],$$

ou, en développant,

$$\begin{aligned}\eta = {} & (\cos\lambda\sin\Omega + \sin\lambda\cos\Omega\cos i)\frac{r\cos v}{\beta} \\ & - (\sin\lambda\sin\Omega - \cos\lambda\cos\Omega\cos i)\frac{r\sin v}{\beta},\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\xi = {} & (\cos\lambda\cos\Omega - \sin\lambda\sin\Omega\cos i)r\cos v \\ & - (\sin\lambda\cos\Omega + \cos\lambda\sin\Omega\cos i)r\sin v.\end{aligned}$$

Or, si E est l'anomalie excentrique au temps t,

$$r\cos v = a(\cos E - e), \qquad r\sin v = a\sqrt{1 - e^2}\sin E,$$

d'où, en remplaçant, il vient

$$\begin{aligned}\eta = {} & -\frac{ae}{\beta}(\cos\lambda\sin\Omega + \sin\lambda\cos\Omega\cos i) \\ & + \frac{a}{\beta}(\cos\lambda\sin\Omega + \sin\lambda\cos\Omega\cos i)\cos E \\ & - \frac{a\sqrt{1 - e^2}}{\beta}(\sin\lambda\sin\Omega - \cos\lambda\cos\Omega\cos i)\sin E,\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\xi = {} & -ae(\cos\lambda\cos\Omega - \sin\lambda\sin\Omega\cos i) \\ & + a(\cos\lambda\cos\Omega - \sin\lambda\sin\Omega\cos i)\cos E \\ & - a\sqrt{1 - e^2}(\sin\lambda\cos\Omega + \cos\lambda\sin\Omega\cos i)\sin E,\end{aligned}$$

et, en posant pour abréger,

$$(\alpha)\quad \left\{\begin{aligned} & \frac{a}{\beta}(\cos\lambda\sin\Omega + \sin\lambda\cos\Omega\cos i) = g, \\ & -\frac{a\sqrt{1 - e^2}}{\beta}(\sin\lambda\sin\Omega - \cos\lambda\cos\Omega\cos i) = h, \\ & -ge = f, \\ & a(\cos\lambda\cos\Omega - \sin\lambda\sin\Omega\cos i) = g_1, \\ & -a\sqrt{1 - e^2}(\sin\lambda\cos\Omega + \cos\lambda\sin\Omega\cos i) = h_1, \\ & -g_1 e = f_1,\end{aligned}\right.$$

il vient

$$(1) \qquad \eta = f + g\cos E + h\sin E, \qquad \xi = f_1 + g_1\cos E + h_1\sin E,$$

où les coefficients f, g et h, f_1, g_1 et h_1 dépendent des éléments de l'orbite, et, par suite, sont constants si aucune autre cause que l'attraction du compagnon n'a d'influence sur la variation du mouvement de Sirius.

Telles seraient les variations en ascension droite et en déclinaison que l'on pourrait déterminer pour chaque époque t, si l'on connaissait les éléments de l'orbite de Sirius; mais, en réalité, ce sont ces derniers que nous devons déduire des ascensions droites observées (nous nous bornerons désormais à cette seule coordonnée : on traiterait la seconde de la même manière).

Or, dans l'hypothèse précédente, le centre de gravité du système de Sirius se meut sur un grand cercle de la sphère avec une vitesse constante, si bien que l'on peut, avec son ascension droite moyenne pour 1800, avoir son ascension droite à une époque quelconque t; cette ascension droite pour 1800 s'écarte un peu, il est vrai, de l'ascension droite de Sirius donnée par les *Tabulæ regiomontanæ* pour la même époque. Aussi bien, le mouvement propre du centre de gravité s'écarte un peu du mouvement propre adopté pour Sirius dans le même Ouvrage; la précession peut, au contraire, être considérée comme égale pour les deux. On peut, en conséquence, supposer que la correction à apporter à l'ascension droite relative de Sirius adoptée par les *Tabulæ regiomontanæ* pour l'époque t, par rapport à β Orion, α Orion et Procyon, pour avoir l'ascension droite relative du centre de gravité, est de la forme

$$b + c(t - 1800),$$

de sorte que, si α_1 est l'ascension droite relative moyenne de Sirius au temps t, déduite des *Tabulæ regiomontanæ*, l'ascension droite relative du centre de gravité pour la même époque sera

$$\alpha_1 + b + c(t - 1800)$$

et l'ascension droite moyenne relative α de Sirius lui-même

$$\alpha = \alpha_1 + \eta,$$

$$\alpha = \alpha_1 + b + f + c(t - 1800) + g\cos E + h\sin E,$$

et, en désignant par q la différence $\alpha - \alpha_1 = q$,

$$(2) \qquad q = b + f + c(t - 1800) + g \cos E + h \sin E.$$

D'autre part, si n est le mouvement moyen annuel de l'étoile dans son orbite, T l'époque de son passage à l'apside inférieure. l'anomalie moyenne $n(t - T)$ sera liée à E par

$$(3) \qquad n(t - T) = E - e \sin E.$$

Si n, T et e étaient connus, cette équation (3) donnerait, pour chaque époque t, la valeur correspondante de E; et pour obtenir par (2) la valeur de q, il faudrait, en outre, connaître $(b + f)$, c, g et h. On peut donc considérer q comme une fonction de n, T, e, $(c + f)$, c, g, h, t; chaque observation faite à une époque déterminée donne une valeur de q, qui, introduite dans la formule (2), fournira une équation de condition entre les sept grandeurs n, T, e, $(b + f)$, c, g et h.

L'ensemble de ces équations résout théoriquement la question : mais il convient tout d'abord d'obtenir un système de valeurs approchées des différentes inconnues. Prenons comme exemple les ascensions droites de Sirius (on procéderait de même pour les déclinaisons).

L'examen du Tableau de leurs valeurs montre que, dans l'intervalle des observations, l'écart entre la position observée et celle déduite des *Tabulæ regiomontanæ* passe trois fois par zéro et, entre ces deux intervalles, par un maximum M et par un minimum N de signes contraires. Soient

$$\tau', \quad \theta'(N), \quad \tau'', \quad \theta''(M) \quad \text{et} \quad \tau'''$$

ces cinq époques : puisque, entre τ' et τ''', Sirius a effectué une révolution entière, on a

$$\frac{360^\circ}{\tau''' - \tau'} = n;$$

d'autre part, aux époques θ' et θ'' du minimum ou du maximum, on a

$$\frac{dq}{dE} = -g \sin E_1 - h \cos E_1 = 0,$$

d'où

$$(4) \qquad \operatorname{tang} E_1 = \frac{h}{g}, \qquad \sin E_1 = \frac{\pm h}{\sqrt{g^2 + h^2}}, \qquad \cos E_1 = \frac{\pm g}{\sqrt{g^2 + h^2}},$$

le signe supérieur correspondant au maximum. Mais (Tableau p. 124) les valeurs de q, $-0,079$ et $0,083$, aux limites de l'intervalle de cinquante ans (1767-1819), étant égales, le mouvement propre de Sirius adopté dans les *Tabulæ Regiomontanæ* est sensiblement le même que celui du centre de gravité; on peut donc admettre que $c = 0$.

Avec cette hypothèse, il vient, en remplaçant dans (2) $\cos E_1$ et $\sin E_1$ par les valeurs (4),

$$(5) \qquad M = b + f + \sqrt{g^2 + h^2}, \qquad N = b + f - \sqrt{g^2 + h^2},$$

$$(6) \qquad M + N = 2(b + f), \qquad M - N = 2\sqrt{g^2 + h^2};$$

soit E' la valeur de E qui correspond à la première valeur τ' de t, et, par suite, définie par $\eta = 0$, $f + g\cos E' + h\sin E' = 0$, on aura, d'après (4),

$$f + g(\cos E' + \operatorname{tang} E_1 \sin E') = 0,$$

d'où

$$(7) \qquad \cos(E' - E_1) = \frac{M + N}{M - N}.$$

Soit $\gamma = (E' - E_1)$ cette différence connue (laquelle est toujours inférieure à 180°), on aura, pour les anomalies excentriques correspondantes aux époques ci-dessus indiquées :

τ'	$E_1 - \gamma$	$\eta = 0$,
θ'	E_1	$\eta = N$,
τ''	$E_1 + \gamma$	$\eta = 0$,
θ''	$E_1 + 180°$	$\eta = M$,
τ'''	$E_1 - \gamma + 360°$	$\eta = 0$,

d'où les relations

$$(8) \qquad \begin{cases} n(\tau' - T) = E_1 - \gamma - e\sin(E_1 - \gamma), \\ n(\theta' - T) = E_1 - e\sin E_1, \\ n(\tau'' - T) = E_1 + \gamma - e\sin(E_1 + \gamma), \\ n(\theta'' - T) = E_1 + 180° + e\sin E_1, \\ n(\tau''' - T) = E_1 - \gamma + 360° - e\sin(E_1 - \gamma). \end{cases}$$

En retranchant la première de la troisième et la quatrième de la cinquième, on a

$$n(\tau'' - \tau') = 2\gamma - 2e\sin\gamma\cos E_1,$$

$$n(\tau''' - \theta'') = 180° - \gamma - 2e\cos\frac{\gamma}{2}\sin\left(E_1 - \frac{\gamma}{2}\right),$$

équations d'où l'on tirera e et E_1 et ensuite, par l'une quelconque des équations (8), on aura T. Après quoi les formules (4) et (6) feront connaître $b+f$, g et h.

Appliquée aux nombres du Tableau précédent cette méthode conduit aux valeurs suivantes :

$$n = \frac{360^\circ}{50} = 7^\circ,2, \qquad M = 0^s,320. \qquad N = -0^s,082,$$

$$\gamma = 53^\circ 42' \qquad \text{et} \qquad E_1 = 169^\circ 22',$$

d'où

$$T = 1792,97 \qquad \text{et} \qquad e = 0,6412.$$

On a aussi

$$g = +0^s,198, \qquad h = -0^s,037, \qquad b+f = +0^s,119.$$

Mais ces valeurs ne sont qu'approchées; pour arriver à une plus grande exactitude et obtenir les valeurs les plus probables qui résultent des données, on procédera comme suit :

Différentions les équations (2) et (3) en y considérant toutes les lettres, sauf $c = 0$, comme représentant des variables, nous aurons

$$dq = d(b+f) + dg\cos E + dh\sin E + (h\cos E - g\sin E)dE,$$
$$(t - T)\,dn - n\,dT = (1 - e\cos E)\,dE - de\sin E;$$

éliminons dE entre ces deux équations et posons

$$\lambda = \frac{h\cos E - g\sin E}{1 - e\cos E},$$

nous aurons, pour exprimer la variation de q correspondant à de petites variations des éléments, l'expression

$$dq = d(b+f) + dg\cos E + dh\sin E + \lambda(t - T)dn - \lambda n\,dT + (\lambda\sin E)de,$$

et si ρ est un reste que l'on obtient en retranchant des écarts observés au temps t les écarts calculés, pour la même époque et avec la valeur de E correspondante, à l'aide des valeurs approchées de f, g, h, e, n et T qui précèdent, on aura, pour chaque valeur de t, une équation de la forme

$$0 = \rho + d(b+f) + dg\cos E + dh\sin E + \lambda(t - T)dn - \lambda n\,dT + (\lambda\sin E)de$$

dont l'ensemble, traité par la méthode des moindres carrés, donnera les valeurs les plus probables de de, dn, dT, $d(b+f)$, dg, dh, et par conséquent des éléments e, n et T, ainsi que des coefficients $(b+f)$, g et h.

Peters a obtenu ainsi :

$$T = 1792^a,82 \pm 2^a,04,$$
$$n = 7^\circ 31 \pm 0^\circ,22,$$
$$P = 49^a,245 \pm 1^a,456,$$
$$e = 0,5647 \pm 0,0827,$$

avec

$$(b + f) = -0^s,101,$$
$$g = -0^s,170 \pm 0^s,012,$$
$$h = -0^s,007 \pm 0^s,032;$$

la quantité h est donc mal déterminée; et, d'autre part, ces valeurs diffèrent peu de celles qu'avait fournies la première approximation.

Il est à remarquer d'ailleurs que les expressions de g et h sont insuffisantes pour déterminer les inconnues qu'elles renferment; aussi ce procédé ne fait-il connaître ni le grand axe de l'orbite ni son inclinaison sur le plan de visée pas plus que la position de la ligne des nœuds.

338. *Emploi des déclinaisons. A. Auwers.* — Pour avoir une connaissance complète des éléments de l'orbite de Sirius il faudrait donc pouvoir combiner les écarts du mouvement propre en déclinaison avec les irrégularités de son mouvement en ascension droite. On aurait alors, en effet, quatre équations entre les quatre éléments inconnus a, i, ☊ et w qui pourraient servir à les déterminer.

Malheureusement, par suite de la situation australe de Sirius, les observations de sa déclinaison sont pour les observatoires d'Europe bien moins précises que celles de son ascension droite et, jusqu'à ces derniers temps, les observations exactes de Sirius dans l'hémisphère austral étaient fort peu nombreuses. Quoi qu'il en soit, A. Auwers entreprit néanmoins cette combinaison [1] : au moyen de 7000 observations d'ascension droite et 4500 de déclinaison il obtint 119 différences moyennes d'ascension droite de Sirius avec Rigel, α Orion et Procyon, s'étendant de 1751

[1] A. Auwers, *Untersuchungen über verändliche Eigenbewegungen.* — *Voir* aussi : *Ueber die Bahn des Sirius* (*Astronomische Nachrichten*, n° 1506).

à 1864, et 95 différences moyennes de déclinaison (dont 8 seulement provenant de l'hémisphère austral) de Sirius avec Rigel et α Hydre. Cet énorme ensemble de matériaux a été traité par la méthode de Peters, tant pour les ascensions droites que pour les déclinaisons, et l'on en a déduit pour les coefficients

$$g = +0^s,1510 \pm 0^s,0043, \qquad g' = +0'',576 \pm 0'',101,$$
$$h = -0^s,0029 \pm 0^s,0072, \qquad h' = +1'',325 \pm 0'',064,$$

où l'on voit que le coefficient h est encore mal déterminé; et pour les éléments de l'orbite de Sirius autour du centre de gravité de son système, les valeurs suivantes :

$$T = 1843,275, \qquad e = 0,6148,$$
$$P = 49,399, \qquad i = 47°8',7,$$
$$n = -7°2877, \qquad \Omega = 61.57,8,$$
$$a = 2'',3307, \qquad \pi - \Omega = 18.54,5,$$

dont les erreurs moyennes probables sont un peu plus faibles que celles que nous avons indiquées plus haut.

339. *Vérification expérimentale. Découverte optique du compagnon de Sirius.* — Un peu avant la publication du Mémoire de A. Auwers, la belle théorie de Bessel était d'ailleurs vérifiée par l'observation directe. Le 31 janvier 1862, les célèbres Clark de Boston (Mass.), essayant sur le ciel l'objectif de $0^m,46$ qu'ils venaient de terminer pour l'Université du Mississipi et le dirigeant dans ce but sur Sirius, furent fort surpris de remarquer à première vue un compagnon de la 10e grandeur environ; la position qu'ils en obtinrent correspondait à fort peu près avec l'angle de position déduit de l'orbite de Peters et, d'autre part, à cette époque, circonstance qui explique la facilité de leur observation, le compagnon se trouvait d'après le même astronome, très voisin de son apoastre.

340. *Orbite apparente de Sirius autour de son compagnon. Masses des composantes.* — Cette découverte fit alors sensation; et, presque partout, on chercha à voir cette étoile nouvelle annoncée depuis si longtemps, si bien que l'observation de ce système binaire fut pour ainsi dire continue, le compagnon ayant pu être

bientôt observé avec des objectifs d'ouvertures beaucoup moindres (dans l'hiver de 1873-1874, Wilson, à Rugby, l'a observé avec un objectif de $0^m,21$ et Knott, à Kuckfield, le 2 janvier 1866, avec un objectif de $0^m,17$): aussi, dans la liste où, en 1892, A. Auwers a réuni toutes les observations faites depuis 1862, cet astronome en compte-t-il 181, malgré une interruption presque totale de quatre ans (1888-1892) due à la trop grande proximité angulaire du compagnon [1].

Leur combinaison a conduit cet astronome aux éléments suivants, pour l'orbite relative du compagnon par rapport à l'étoile principale :

$$\begin{aligned} T &= 1844,216, & e &= 0,6292, \\ P &= 49^a,399\,(^2), & i &= 42^\circ 25'6, \\ n &= -7^\circ 2877, & \Omega &= 37.30,7, \\ a' &= 7'',568, & \pi - \Omega &= 39.56,5, \end{aligned}$$

qui diffèrent comme on le voit fort peu, pour les éléments qui leur sont communs, de l'orbite théorique obtenue plus haut avec les positions méridiennes de l'étoile principale seule.

L'adjonction de ces nouvelles données est d'ailleurs fort importante : en effet, on a, en désignant par M et m la masse de Sirius et celle de son compagnon,

$$\frac{a'}{a} = \frac{M+m}{m} \quad \text{ou} \quad \frac{a'-a}{a} = \frac{M}{m} = 2,247;$$

la masse du compagnon de Sirius est donc à fort peu près la moitié de celle de l'étoile principale; et d'autre part, si l'on adopte pour parallaxe la valeur

$$\pi = 0''38 \pm 0,01,$$

donnée par Gill et Elkin, on a

$$M + m = 3,24, \quad M = 2,20, \quad m = 1,04 \quad \text{et} \quad a = 21,1;$$

la masse du compagnon serait donc égale à la masse du Soleil et celle de Sirius en serait le double; quant au demi grand axe réel

---

(1) A. Auwers, *Beiträge zur Kenntniss des Sirius Systems* (*Astronomische Nachrichten*, nos 3084-85).

(2) La durée de la période et le moyen mouvement provenant de l'orbite théorique ont été conservés.

de l'orbite du compagnon il serait sensiblement égal à vingt fois l'unité astronomique, soit à fort peu près le demi grand axe de l'orbite d'Uranus.

Or, nous savons que le Soleil, transporté à la distance de Sirius, paraîtrait comme une étoile de 7,8e grandeur : le compagnon de Sirius ne différerait donc pas énormément du Soleil en éclat; mais, de son côté, la quantité de lumière envoyée par Sirius étant environ cinq cents fois celle du Soleil, on doit en conclure que l'éclat intrinsèque de cette étoile est beaucoup plus grand, et que, par suite, très vraisemblablement sa température est aussi beaucoup plus élevée que celle de l'astre central de notre système.

IV. — Système de Procyon.

341. *Objections de W. Struve. Confirmation de Mädler.* — La réalité des irrégularités du mouvement propre en déclinaison de Procyon fut sujette aux mêmes objections que celles de Sirius : ainsi W. Struve fait observer que les étoiles de comparaison adoptées par Bessel ont des ascensions droites très différentes et parfois distantes de douze heures ; « il paraissait risqué de vouloir trouver la correction moyenne pour Procyon par des étoiles observées dans des saisons tout à fait différentes et parfois même opposées », et, après avoir soumis les chiffres donnés par Bessel à un nouveau calcul, Struve conclut que « les observations de Procyon n'énoncent rien de certain et même de probable sur une irrégularité du mouvement propre en déclinaison de Procyon » (1).

Mais, en 1851, Mädler (2) montre par la comparaison aux *Tabulæ regiomontanæ* des observations en déclinaison de Challis, Henderson, Airy et Maury, que de 1835 à 1846 le mouvement propre de Procyon est bien réellement croissant (de $+1'',08$ à $+2'',99$) comme l'avait annoncé Bessel; et reprenant ensuite les observations en ascension droite de cette étoile depuis Bradley il prouve en outre, par comparaison avec α Taureau, α Orion,

(1) *Études d'Astronomie stellaire*, p. 27 et 52.

(2) MÄDLER, *Ueber die Verändlichkeit der Eigenbewegung des Procyon* (*Astronomische Nachrichten*, n° 750).

α Gémeaux, β Gémeaux et α Hydre, que son mouvement en ascension droite est lui aussi soumis à des irrégularités complètement analogues à celles de Sirius, ainsi que le montrent les Tableaux suivants :

Dates.	Observateurs.	Δα cos δ.	Dates.	Observateurs.	Δα cos δ.
1755.	Bradley.....	+ 0,00	1835.	Challis, Airy.	— 2,15
1770.	Maskelyne....	— 1,35	1836.	Challis, Airy et Henderson...	— 2,43
1800.	Piazzi.....	— 1,41	1837.		— 1,90
1819.	Pond.....	+ 0,58	1838.		— 2,00
1825.	Bessel.....	— 0,08	1839.		— 2,18
1828.	Argelander...	— 1,05	1840.		— 1,89
1830.	Pond, Airy...	— 0,86	1841.		— 1,87
1831.	» ...	— 1,28	1842.		— 1,75
1832.	» ...	— 1,50	1843.		— 1,33
1833.	» ...	— 2,04	1844.	Airy, Johnson.	— 1,22
1834.	» ...	— 2,05	1845.	Airy, Maury..	— 0,91

Dates.	Observateurs.	Δδ.	Dates.	Observateurs.	Δδ.
1755.	Bradley	0,00	1837.	Airy, Challis et Henderson...	— 1,62
1770.	Maskelyne. . .	1,54	1838.		+ 1,39
1800.	Piazzi.....	— 1,99	1839.		+ 1,66
1820.	Bessel.....	0,00	1840		+ 2,07
1822.	Pond.....	— 0,06	1841.		+ 2,34
1825.	Struve.....	— 0,15	1842.		+ 2,18
1830.	Airy.....	— 0,26	1843.		+ 2,19
1832.	Pond.....	— 0,84	1844.		+ 2,48
1833.	Henderson....	0,89	1845.	Johnson.....	+ 2,91
1835.	» ...	— 1,08	1846.	Maury	+ 2,99
1836.	Airy	+ 0,69			

Mädler en conclut que les corrections se rapportent bien à un mouvement particulier s'effectuant dans une orbite fermée d'un diamètre d'environ 2″,5 avec une durée de révolution de cinquante à soixante ans.

342. *Démonstration complète d'Auwers. Détermination de l'orbite. O. Struve et L. Struve.* — Mais la question fut définitivement élucidée par A. Auwers, en 1862 [1], au moyen d'une

[1] A. Auwers, *Ueber die Eigenbewegung des Procyon* (*Astronomische Nachrichten*, n° 1371).

étude complète de toutes les observations de Procyon faites depuis 1765 jusqu'en 1860; il les compare pour les ascensions droites aux mêmes étoiles que Mädler auxquelles il ajoute α Lion, et pour les déclinaisons à α Baleine, α Orion, α Serpent, γ, α et β Aigle et α Verseau. Il obtient ainsi, pour diverses époques, 62 corrections moyennes en ascension droite et 49 en déclinaison, qu'il traite par la méthode de Peters (¹) et arrive pour l'orbite supposée circulaire aux éléments suivants, où T_1 est l'époque d'un minimum d'ascension droite :

$$T_1 = 1795,57 \pm 0^a,445, \qquad P = 39^a,972 \pm 0^a,404.$$
$$n = 9^\circ006 \pm 0^\circ091, \qquad a = 1'',053 \pm 0'',027.$$

Ce beau travail d'Auwers fut confirmé plus tard (1892) par L. Struve (²) au moyen de la discussion des mesures différentielles qu'avec l'équatorial de $0^m,41$ de Poulkowa O. Struve (1873-1874) avait faites de Procyon par rapport à deux étoiles voisines de 9ᵉ grandeur situées de chaque côté de l'étoile principale. Cet astronome arrive ainsi aux éléments suivants :

$$T_1 = 1874,96 \pm 0'',246, \qquad P = 39^a,78 \pm 0^a,401,$$
$$n = 9^\circ0299 \pm 0,081, \qquad a = 0'',740 \pm 0,0382,$$

qui ne diffèrent pas sensiblement de ceux d'Auwers.

343. *Vérification expérimentale. Découverte optique du compagnon de Procyon. Schœberle.* — En même temps qu'il poursuivait les mesures micrométriques dont nous venons de parler, O. Struve chercha assidûment le compagnon de Procyon et annonça même sa découverte; le 28 mars 1873 et le 11 avril 1874, il avait cru voir en effet, à 12″ environ de Procyon, une faible étoile de 12-13ᵉ grandeur dans l'angle de position assigné par l'orbite d'Auwers; mais cette étoile ne put être revue

(¹) Pour les déclinaisons, Auwers a ajouté les observations micrométriques faites de Procyon avec trois petites étoiles voisines (grand. 7,8ᵉ et 9ᵉ), par Wichmann (1847-1848, héliomètre de Königsberg), W. Struve (1827, équatorial de Dorpat), O. Struve (1851-1861, équatorial de Poulkowa) et Peters (1861-1862, héliomètre de Kœnigsberg).

(²) L. Struve, *Ueber die unregelmässige Eigenbewegung von Procyon nach O. Struve's Mikrometermessungen* (*Astronomische Nachrichten*, nº 3108).

nulle part, pas plus avec l'objectif de $0^m,66$ de l'observatoire de Washington qu'avec celui plus puissant ($0^m,91$) de l'observatoire Lick [1]; la distance indiquée était d'ailleurs trop forte pour cadrer avec l'orbite théorique.

L'honneur de la découverte du compagnon de Procyon revient à J. Schæberle; elle a été faite le 14 novembre 1896 avec l'équatorial de $0^m,91$ de l'observatoire Lick. C'est, d'après lui, une étoile de 13e grandeur, de couleur jaunâtre et passablement intense, qui se trouvait alors à $4'',59$ de distance de Procyon et dans l'angle de position de $318°45'$ [2], assez voisin de celui (275°) indiqué par l'orbite d'Auwers.

Depuis, ce compagnon a été observé fréquemment; jusqu'au printemps de 1898 nous en possédons, en effet, huit déterminations nouvelles, dues à Aiken, Hussey, Schæberle, See, Boothroyd, Barnard et Lewis [3].

L'une de ces observations, celle de MM. Lewis et Malotte, est particulièrement intéressante : ils ont remarqué que la même nuit le compagnon de Sirius était complètement éclipsé par le fil du micromètre, tandis que celui de Procyon débordait visiblement de chaque côté du fil. Il y aurait donc une différence sensible entre ces deux compagnons puisque l'éclat du premier est certainement beaucoup plus grand que celui du second; cette différence est encore accusée par ce fait que, pour eux, le compagnon de Procyon, qu'ils estiment de 14e grandeur, est franchement pourpre.

Ces mesures micrométriques, jointes aux observations méridiennes différentielles de O. Struve [4], ont permis à M. See

---

(1) Avec cet objectif, Burnham trouva, en effet, tout aussi bien à la fin de 1888 qu'à la fin de 1890, Procyon comme une « large étoile unique sans le moindre compagnon rapproché ».

(2) *Publications of the astronomical Society of Pacific* (n° 53, p. 314, 1896).

(3) SEE, 28 et 29 octobre 1897, avec l'objectif de $0^m,61$ de l'observatoire Lowell à la station de Flagstaff (Arizona) (*Astronomische Nachrichten*, n° 3496).

BARNARD, 2 novembre 1897, avec l'objectif de $1^m,02$ de l'observatoire Yerkes (*Astronomical Journal*, n° 435).

LEWIS et MALOTTE, les 20 et 21 mars et 4 avril 1896, à Greenwich, avec le nouvel objectif de $0^m,71$ (*Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Vol. LVIII, p. 355).

(4) *Annales de l'observatoire de Poulkova*, Vol. X.

de calculer les éléments de l'orbite relative du compagnon, qui sont [1] :

$$T = 1891,0, \qquad e = 0,45,$$
$$P = 49^{a},0, \qquad i = 33^{\circ}12',$$
$$n = +9^{\circ},0, \qquad \Omega = 108.3,$$
$$a = 5'',84, \qquad \pi - \Omega = 106.35,$$

ainsi que le demi grand axe de l'orbite de Procyon autour du centre de gravité qu'il trouve égal à

$$0'',94.$$

Si bien que les axes des orbites de Procyon et de son compagnon autour du centre de gravité commun sont, en valeur angulaire,

$$0'',94 \quad \text{et} \quad 4'',80,$$

et, par suite, le rapport des masses de ces deux corps égal à

$$5,1.$$

Avec la valeur $0'',27$ trouvée par Elkin pour la parallaxe de Procyon, on conclut que :

1° Le demi grand axe de l'orbite relative du compagnon est, en unité astronomique, de 21,2 et, par suite, à fort peu près égal à celui de l'orbite d'Uranus, tandis que celui de l'orbite de Procyon autour du centre de gravité serait de 3,3, à peu près la moyenne des distances au Soleil des planètes d'entre Mars et Jupiter.

2° La masse totale du système est six fois celle du Soleil et de la Terre, de sorte que la masse du compagnon est précisément égale à celle du Soleil et celle de Procyon en est le quintuple.

344. *Conclusion.* — Les distances de Sirius et de Procyon à leurs compagnons sont donc inférieures à celles qui séparent du Soleil les dernières planètes de notre système, et leurs masses sont comparables à la sienne. Or il est certain que ces étoiles ne constituent point une exception dans le monde stellaire, qu'au contraire un grand nombre, peut-être la majeure partie, des étoiles qui peuplent le firmament nous auraient conduits aux

---

[1] J. See, *Researches on the system of Procyon* (*Astronomical Journal*, n° 440).

mêmes conclusions si leurs observations avaient été aussi étudiées et si nos moyens de mesure avaient depuis longtemps été plus précis.

Notre Soleil n'apparaît donc plus seulement comme une étoile relativement petite parmi toutes les autres, mais aussi comme une exception relative par le mode de constitution du système dont il est le corps prépondérant.

Les études qui suivent rendront ces conclusions plus probables encore.

D'un autre côté, les grandeurs stellaires de Procyon et de Sirius étant respectivement 0,5 et —1,5, cette dernière étoile est treize fois plus brillante que l'autre : et, comme Sirius est cinq cents fois plus brillant que le Soleil, l'éclat de Procyon serait quatre-vingts fois plus grand que celui-ci.

Le système de Procyon, quoique relativement pesant, est donc relativement peu brillant; l'étoile principale est loin d'être des plus lumineuses et son compagnon jaunâtre ou pourpre est pour ainsi dire obscur : d'après les grandeurs adoptées ci-dessus, le pouvoir radiant du compagnon serait inférieur à $\frac{1}{60000}$ de celui de Procyon et à $\frac{1}{3000000}$ de celui de notre Soleil qui a cependant la même masse.

En outre, ces deux étoiles, Sirius et Procyon, nous sont un exemple remarquable de systèmes binaires dont les composantes, de masses à peu près équivalentes, ont cependant des éclats intrinsèques très différents.

V. — Composante C de ζ Écrevisse.

345. *Irrégularités du mouvement de l'étoile* C. — La composante C du système ternaire formé par ζ Écrevisse a conduit à des conclusions analogues : depuis sa première observation par W. Herschel, cette composante a décrit un arc de 57°, soit environ 0°,5 par an. Or, si l'on étudie les angles de position provenant, comme plus haut, des moyennes annuelles, on voit que leurs variations ne sont pas régulières; leurs valeurs se partagent en périodes égales d'environ dix-huit ans, à la fin desquelles l'angle de position, après avoir augmenté d'une façon continue,

diminue brusquement pendant à peu près deux ou trois ans pour réaugmenter ensuite, de sorte que le mouvement angulaire, direct la plupart du temps, est rétrograde pendant un an ou deux. Cette irrégularité, signalée pour la première fois par O. Struve ([1]), a été étudiée depuis par M. Seeliger ([2]) et S. Burnham ([3]); elle est mise en évidence dans le Tableau suivant qui contient les valeurs moyennes annuelles, depuis 1826, des angles de position de l'étoile C rapportée au milieu $\frac{A+B}{2}$ du système (AB).

t.	*p.*	*t.*	*p.*	*t.*	*p.*
	°		°		°
1826,22	159,59	1846,26	150,43	1859,30	141,65
28,99	156,15	47,23	149,70	60,27	141,36
31,17	154,31	48,24	147,75	61,27	141,14
32,22	153,46	49,32	146,86	62,23	140,33
33,25	152,98	50,29	146,71	63,06	139,64
35,31	149,80	51,28	143,79	64,30	140,41
36,27	148,40	52,32	143,04	65,28	138,56
40,25	149,00	53,29	140,64	66,51	137,26
41,07	149,00	54,07	140,00	68,25	135,56
42,32	148,23	55,22	140,17	69,35	134,16
43,29	149,73	56,32	140,34	70,45	133,63
44,28	151,18	57,31	139,76	71,30	133,61
45,37	151,56	58,19	139,64	72,55	132,35

La *fig.* 52 ([4]) où sont marquées par des chiffres successifs les positions moyennes annuelles successives de C depuis W. Her-

([1]) O. Struve, *Mesures micrométriques de l'étoile triple ζ de l'Écrevisse* (*Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. LXXIX, p. 1463 et suiv.).

([2]) H. Seeliger, *Untersuchungen über die Bewegungsverhältnisse in dem dreifachen System ζ Cancri* (*Dankschriften der Wiener Akademie*, Vol. XLIV). — H. Seeliger, *Fortgesetze Untersuchungen über das mehrfache System ζ Cancri* (*Abhandlungen der k. bayer. Akademie der Wissensch., Classe II*, vol. XVII, Ire Partie). — H. Seeliger, *Ueber den vierfachen Stern ζ Cancri* (*Sitzungsberichten der Classe II der k. bayer. Akademie der Wissensch.*, Vol. XVIII, 1888; Vol. XXIV, Heft III, 1894).

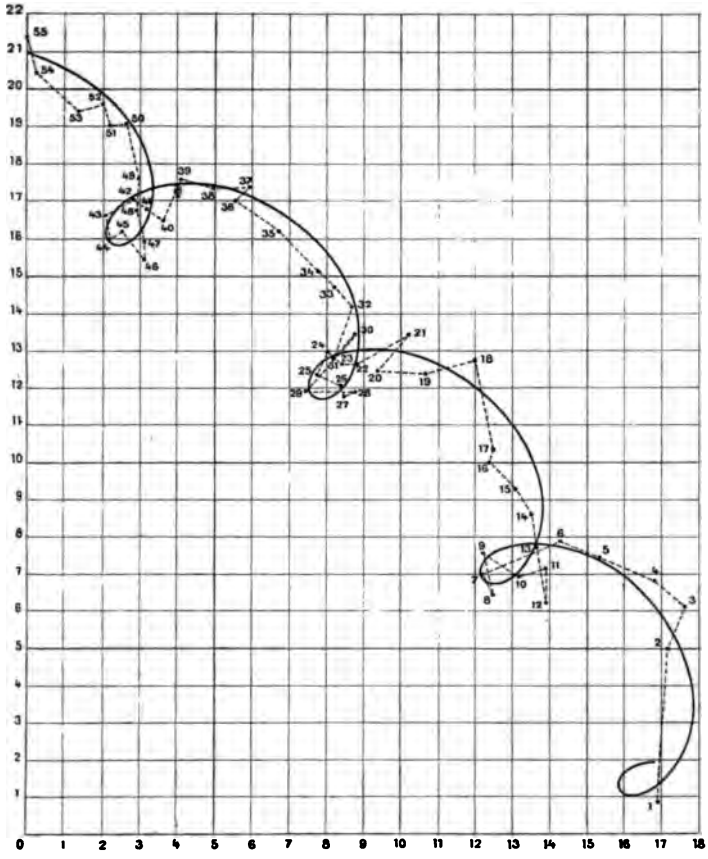
([3]) S. Burnham, *Invisible double stars* (*Monthly Notices of the Royal astronomical Society*, Vol. LI, p. 388 et suiv., 1891).

([4]) Cette figure représente les positions successives, depuis 1781 jusqu'en 1888, de l'étoile C par rapport au milieu $\frac{A+B}{2}$ à l'époque initiale.

Les coordonnées x et y sont reliées aux angles de position p et aux distances ρ

schel, est peut-être encore plus instructive. Le chiffre 1 correspond à 1781,9 et le chiffre 55 à 1888,3; la courbe pleine est celle qui paraît le mieux relier toutes les positions. Les anomalies du

Fig. 52.



mouvement de C y sont bien évidentes, ainsi que l'existence de groupes spéciaux de positions à intervalles sensiblement équidistants.

---

par les relations

$$x = a - b\rho\cos(\alpha - p),$$
$$y = a' - b\rho\sin(\alpha - p),$$

ou, a, a', b et α sont des constantes déduites de l'observation. Dans la figure, chaque division de la graduation, soit horizontale soit verticale, vaut 0",125.

346. *Cause de ces anomalies.* — Nous avons déjà montré expérimentalement (n° 302) que, avec le degré d'approximation des mesures actuelles, il n'y avait pas lieu de faire intervenir, pour expliquer ces anomalies, les perturbations provenant des attractions réciproques des trois corps A, B et C en présence; l'application rigoureuse des équations fondamentales de la Mécanique conduit à la même conclusion : mais ces anomalies peuvent provenir d'une accumulation d'erreurs d'observation.

Il y a lieu, tout d'abord, d'éliminer les erreurs accidentelles, car elles n'auraient ni cette grandeur, ni cette allure périodique, et surtout auraient disparu dans les moyennes annuelles, seules considérées; restent les erreurs systématiques, qui sont de deux sortes :

1° Le centre de gravité du système, origine réelle des rayons vecteurs de C, peut n'être pas au milieu du système AB malgré l'égalité d'éclat de ces deux composantes : cette excentricité causerait une erreur périodique des mesures, dont la période serait la moitié de la révolution apparente du système AB par rapport à C, soit d'environ 35 ans, et, par suite, double de celle qu'indiquent les observations;

2° La précision de l'angle de position mesuré dépend évidemment de l'angle que la droite, joignant C au milieu de AB, fait avec la ligne AB : lorsque les trois points C, A et B sont en ligne droite, l'erreur est minimum; elle est maximum lorsque C est à angle droit avec AB : l'erreur résultante est donc périodique, et sa période serait précisément d'environ 17,5 ans.

Mais il faut remarquer que les nombres du Tableau précédent sont la moyenne d'au moins douze observations dues à quatre ou cinq observateurs différents, et que l'erreur, n'étant probablement pas de même signe dans chaque cas pour chacun d'eux, devient dans leur combinaison une erreur accidentelle et, par suite, ne peut avoir ce caractère de périodicité.

Nous conclurons de cette discussion que les anomalies constatées dans le mouvement de l'étoile C du groupe ternaire de ζ Écrevisse ne sont pas dues à des erreurs d'observation; la démonstration analytique de Bessel s'applique donc entièrement à ce cas, et nous devons chercher leur cause, comme le proposait O. Struve, dans l'existence d'un compagnon voisin relativement

obscur qui, par son attraction, causerait ces variations périodiques, l'étoile C tournant en dix-huit ans autour de leur centre de gravité commun.

347. *Calcul de l'orbite.* — Le problème est absolument analogue à celui que présentait la variabilité des mouvements propres de Sirius et de Procyon, et il pourrait se traiter de la même manière; mais, dans le cas actuel, une solution différente et plus simple est préférable.

Toutes les mesures de C étant faites (ou réduites) par rapport au milieu G_1 du système (AB), nous pouvons considérer ce point comme immobile. Prenons comme plan fondamental le plan mené par G_1 perpendiculairement à la ligne de visée et G_1 comme origine des coordonnées; l'orbite de C, autour du centre de gravité G_2 de son système partiel, étant une ellipse ayant G_2 pour foyer, son orbite apparente dans ce plan est une ellipse entourant la projection de G_2, et qui, si x et y sont les coordonnées de C, ξ et η celles de la projection de G_2, a pour équation

$$(1) \qquad Ax'^2 + By'^2 + 2Cx'y' + 2Dx' + 2Ey' - 1 = 0,$$

où

$$x' = x - \xi, \qquad y' = y - \eta;$$

les quantités x et y sont données directement par l'observation; quant aux coordonnées ξ et η elles ne sont point connues exactement, mais avec le degré d'approximation que les calculs comportent, on peut évidemment supposer que la projection de G_2 se meut d'un mouvement circulaire uniforme autour de G_1 pendant le petit intervalle de 18 ans qui est la durée de la période des perturbations de C, et pendant lequel C décrit l'orbite inconnue; et, par suite, ρ_0 étant la distance moyenne de G_2 à G_1, μ et ν des constantes déterminées par les observations, on peut écrire

$$\xi = \rho_0 \cos(\mu t + \nu), \qquad \eta = \rho_0 \sin(\mu t + \nu),$$

relations qui déterminent ξ et η à chaque instant; chaque observation de C donnera une équation de la forme (1), dont l'ensemble permettra d'obtenir un système provisoire de valeurs des coefficients A, B, ..., E.

Ces valeurs ne sont, en effet, qu'approchées ainsi que celles de ξ et η; mais si : φ représente le premier membre de l'équation (1) considérée comme fonction des variables A, B, ..., E, ξ et η; φ_1, sa valeur numérique après qu'on y a introduit les valeurs approchées de A, B, ..., E, ξ et η; dA, dB, ..., $d\xi$ et $d\eta$ les corrections à leur apporter; on a évidemment

$$\varphi_1 + \Delta\varphi = 0,$$

ce qui revient à

$$(2)\quad x'^2\,dA + y'^2\,dB + x'y'\,dC + x'\,dD + y'\,dE + R\,d\xi + Q\,d\eta + \varphi_1 = 0,$$

où

$$R = -2(Ax' + Cy' + D), \qquad Q = -2(By' + Cx' + E)$$

et

$$d\xi = \frac{d\rho_0}{\rho_0}\,\xi - (d\nu + t\,d\mu)\,\eta, \qquad d\eta = \frac{d\rho_0}{\rho_0}\,\eta + (d\nu + t\,d\mu)\,\xi,$$

et, par suite,

$$R\,d\xi + Q\,d\eta = \frac{d\rho_0}{\rho_0}(R\xi + Q\eta) + (Q\xi - R\eta)(d\nu + t\,d\mu).$$

et, en remplaçant,

$$(3)\quad \left\{ \begin{aligned} x'^2\,dA + y'^2\,dB + x'y'\,dC + x'\,dD + y'\,dE + \frac{d\rho_0}{\rho_0}(R\xi + Q\eta) \\ + (Q\xi - R\eta)(d\nu + t\,d\mu) + \varphi_1 = 0. \end{aligned} \right.$$

Chaque observation de C donne alors une équation de cette forme (3); et, leur ensemble traité par la méthode des moindres carrés conduit aux valeurs les plus probables des corrections, et, par suite, des inconnues

$$A,\ B,\ C,\ D,\ E,\ \rho_0,\ \mu \text{ et } \nu.$$

La détermination de l'orbite de C autour du centre de gravité G_2 est ainsi ramenée à celle de l'orbite relative d'un système binaire ordinaire et l'une quelconque des méthodes indiquées plus haut (Chap. XII) permet d'obtenir les valeurs des éléments qui le caractérisent; c'est ainsi que Seeliger a trouvé pour eux

$$\begin{aligned} P &= 18^a, & \Omega &= 71^\circ,96, \\ a &= 0'',217, & \lambda &= 109,68, \\ e &= 0,1106, & i &= 17^\circ,35: \end{aligned}$$

Par suite de la faible valeur de l'excentricité l'époque T du passage au périastre est indéterminée.

Seeliger a déduit de la même discussion que la valeur du rapport de la masse de C à la somme des masses de A + B serait égale à

$$2,4;$$

il ne donne d'ailleurs ce nombre, et nous ne le considérons aussi, que comme fort approximatif.

La question des irrégularités du mouvement de l'étoile C de ζ Écrevisse est donc arrivée au point où en étaient celles des mouvements de Sirius et de Procyon avant la découverte optique de leur compagnon.

VI. — Système de *p* Ophiuchus.

348. *Orbites de Schur et de Doolittle.* — Comme nous l'avons vu plus haut (n° 319), le système de *p* Ophiuchus est un de ceux dont on possède le plus d'observations et dont le plus de calculateurs se soient occupés. En janvier 1894, W. Schur publia sur ce groupe stellaire un Mémoire fort important (¹) dans lequel il détermina les éléments de l'orbite à l'aide de l'ensemble de toutes les observations connues depuis W. Herschel jusqu'en 1893.

Cette orbite, basée sur près de 400 observations, pouvait être considérée comme définitive. Cependant comme Schur n'avait employé que les angles de position, E. Doolittle (²) reprit de nouveau, en 1897, le calcul à l'aide des deux coordonnées observées, angle de position et distance; la nouvelle orbite ainsi obtenue concorde très sensiblement avec celle de Schur, ainsi qu'on en peut juger par les valeurs suivantes :

(¹) *Untersuchungen über die Bahn der Doppelsterns p Ophiuchi*, von W. Schur (*Astronomische Nachrichten*, n°s 3220-3221). Dans ce Travail, Schur n'emploie que les angles de position; il laisse de côté les distances à cause des différences des erreurs individuelles.

(²) *The orbite of F p Ophiuchi* by Eric Doolittle (*Astronomical Journal*, n° 400; 1897).

	Schur.	Doolittle.
e	0,4751	0,4998
Ω	121°18'80	126°,05
λ	168°17'73	166°,58
i	60° 5'08	58°,42
P	88ᵃ,3954	86ᵃ,6660
T	1896,466	1895,517
a	4",60	4",52

Une éphéméride basée sur l'orbite de Schur devait donc être considérée comme bonne.

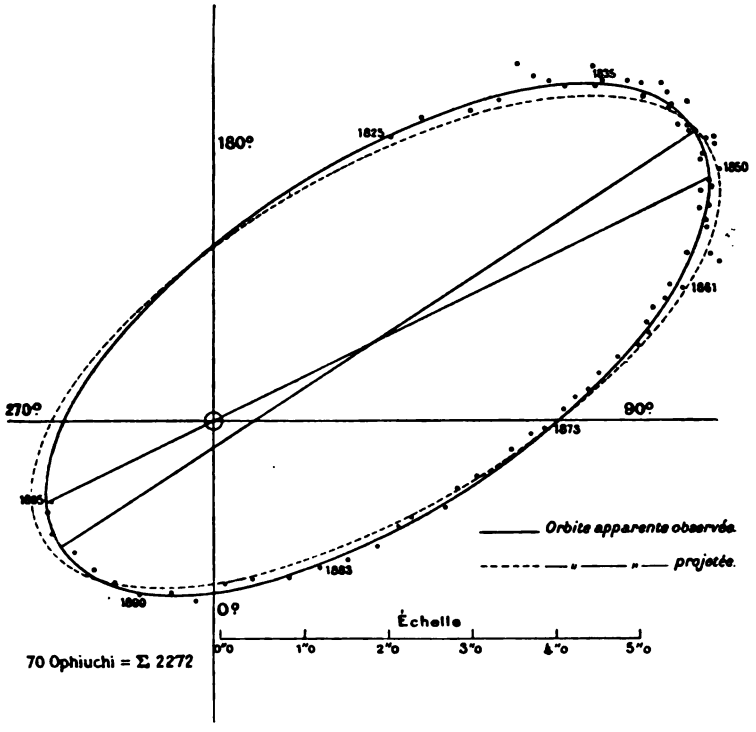
349. *Irrégularités périodiques signalées par See.* — Or, lorsqu'en 1895 See reprit, avec l'objectif de $0^m,66$ de l'observatoire Leander Mac Cormick de l'Université de Virginie, les mesures des coordonnées du compagnon de ce système, il fut fort surpris de constater, entre l'éphéméride de Schur et ses observations, des écarts considérables allant jusqu'à près de 5° en angle de position. Quelques mois plus tard, de nouvelles observations de Hough, Lomstock et Moulton confirmèrent celles de See, et cet ensemble mit hors de doute l'existence d'un écart rapide du compagnon relativement aux positions assignées par l'orbite de Schur.

Reprenant alors l'ensemble des observations rangées par ordre chronologique et comparant les lieux observés aux lieux calculés, See fit voir que ces écarts n'étaient point limités à l'époque actuelle, mais qu'il y avait dans le mouvement angulaire du compagnon une irrégularité périodique qu'il était impossible d'attribuer aux erreurs d'observation. Cette périodicité se montre d'ailleurs bien simplement par les deux procédés suivants :

1° L'orbite de Schur, projetée sur un plan perpendiculaire à la ligne de visée, donne une orbite apparente théorique qui, si la première est exacte, doit coïncider avec l'ellipse apparente tracée par les méthodes indiquées plus haut (nᵒˢ 256 et 257) pour satisfaire le mieux à l'ensemble des lieux observés. La *fig.* 53 donne la première ellipse en trait plein et la seconde en ligne ponctuée; les deux courbes s'entrecroisent d'une façon absolument régulière et leur comparaison montre bien nettement le déplacement périodique du compagnon observé, par rapport à la trajectoire

apparente de ce compagnon telle qu'elle résulte de l'orbite moyenne calculée par Schur avec l'ensemble des observations.

Fig. 53.



2° La liste, formée par ordre chronologique, des durées de période successivement calculées pour le compagnon de ce système binaire est la suivante :

Date.	Auteur.	Période.	Date.	Auteur.	Période.
1830.	Encke.....	79,09	1868.	Schur.....	94,37
1833.	J. Herschel.....	80,34	1874.	Flammarion.....	92,77
1835.	Mädler.....	80,61	1876.	Tisserand.....	94,93
1842.	Mädler.....	96,03	1878.	Pritchard.....	94,44
1849.	Hind.....	88,48	1888.	Core.....	87,84
1851.	Villarceau.....	93,34	1890.	Mann.....	88,04
1855.	Powell.....	98,15	1893.	Schur.....	88,39
1857.	Jacob.....	93,10	1893.	Burnham.....	87,75
1858.	Klinkerfues.....	95,97	1895.	Sec.....	87,70

Il en résulte que jusqu'en 1835 la durée de la période est à peu près de quatre-vingts ans, tandis qu'à partir de 1848, jusqu'en 1878, elle est notablement plus grande et voisine de quatre-vingt-quatorze ans, et que d'un autre côté, à partir de 1888, elle a diminué et reste voisine de quatre-vingt-huit ans.

La durée de la révolution du compagnon, et par suite les dimensions de son orbite, semblent donc varier d'une façon périodique: de plus le sens et la grandeur de cette variation rendent compte des écarts des deux orbites de la *fig.* 53.

350. *Cause physique de ces irrégularités.* — D'après See, la cause physique de ces écarts est l'existence d'un satellite obscur circulant autour du compagnon visible et lui faisant décrire une courbe sinueuse de part et d'autre de l'ellipse théorique. Pour lui, l'orbite de Schur, basée sur l'ensemble des observations, et par suite débarrassée de l'influence de cette cause perturbatrice, représente à fort peu près exactement l'orbite du centre de gravité du système formé par le compagnon visible et son satellite, et les écarts aux positions qu'on en déduit pour le compagnon visible donnent l'effet perturbateur. On se trouve donc dans le même cas que celui de ζ Écrevisse et il pourrait être traité de la même manière.

M. See s'est contenté d'une solution approximative basée sur la comparaison graphique des coordonnées théoriques et observées, et il en a conclu que *le compagnon visible de l'étoile de Flamsteed* 70 *Ophiuchus possède un satellite obscur, de masse et de distance telles qu'il lui fait décrire en trente-six ans, autour de leur centre de gravité commun, une orbite dont les éléments elliptiques sont les suivants* (¹) :

$$P = 36^a, \qquad \Omega = 151^\circ 0,$$
$$T = 1822,0, \qquad i = 60^\circ 1,$$
$$e = 0,475, \qquad \lambda = 191^\circ 7,$$
$$a = 0'',30, \qquad n = 10^\circ 0.$$

Avec la parallaxe 0″,2 adoptée par Schur, les demi grands axes

(¹) T. See, *Researches on the evolution of the stellar system*, p. 202 et suiv.

des orbites du compagnon visible autour de l'étoile principale d'une part et autour du centre de gravité du système formé par son satellite et lui d'autre part, sont en unité astronomique de 22,7 (moyenne entre les distances moyennes d'Uranus et Neptune) et de 1,5 (très voisine de celle de Mars), la masse combinée de tout le système étant 1,6 fois celle du Soleil.

351. *Objections de Moulton. Stabilité du système.* — Ces distances sont de même ordre que celles que nous avons rencontrées dans les systèmes binaires précédemment étudiés; mais il est, entre ce système et celui de ζ Écrevisse, une différence considérable. Tandis que le satellite de l'étoile C de ζ Écrevisse tourne autour d'elle en un temps à peu près trente fois moindre que celui de la révolution de C autour de l'étoile principale, le satellite obscur du système de *p* Ophiuchus demanderait pour sa révolution autour du compagnon visible un temps presque égal à la moitié de la période de ce dernier. C'est le premier cas rencontré d'une pareille tendance à l'égalité entre les périodes de révolution d'une planète et de son satellite, et cette exception semble contradictoire aux notions acceptées aujourd'hui sur la stabilité des systèmes ternaires. C'est pourquoi M. Moulton a cherché à étudier de près cette question de stabilité du mouvement tel que le montrent les observations, c'est-à-dire à reconnaître si dans ces conditions le satellite ne serait pas bientôt entraîné vers l'étoile principale pour tourner autour d'elle en même temps que le compagnon visible (1). Il emploie pour cela les méthodes données par Hill, Bohlin, Darwin et Poincaré (2), mais simplifie le problème en réduisant le système à deux corps finis, décrivant des cercles autour de leur centre commun de gravité, et à un corps infinitésimal, un point, se mouvant dans le même plan.

Il trouve que pour la stabilité du système, il faudrait que la distance du satellite au compagnon visible soit quinze fois plus

---

(1) *The limits of temporary stability of satellite motion with an application to the question of the existence of an unseen body in the binary system F. 70 Ophiuchus* by F.-B. Moulton (*Astronomical Journal*, n° 461; 1899).

(2) *Voir* sur ce sujet Poincaré, *Méthodes nouvelles de la Mécanique céleste*, vol. III, p. 140 et suiv.

grande que la distance admise, et que, dans les conditions numériques de l'observation, le compagnon visible et son satellite ne feraient pas plus d'une révolution autour de leur centre de gravité commun avant que le dernier soit rejeté vers l'étoile principale. Sa combinaison finale est : *Dans le système de F 70 Ophiuchus, il n'existe aucune étoile obscure de masse telle que, tournant en trente-six ans d'une façon permanente autour du compagnon visible, elle soit à une distance de* 0″,3 *de la position qu'occuperait celui-ci si son mouvement n'était soumis à aucune perturbation.*

Nous ajouterons d'ailleurs que ce satellite obscur a été recherché sans succès par Burnham une première fois avec le 18 pouces ($0^m,46$) de l'observatoire Dearborn et une seconde fois avec le 36 pouces ($0^m,92$) de l'observatoire Lick. « Je ne pus, dit-il, voir le troisième compagnon et les deux étoiles restèrent rondes avec tous les grossissements ».

Si l'on admet comme définitives les conclusions des recherches mathématiques de Moulton et des observations de Burnham, il n'en restera pas moins à expliquer par une autre cause physique les irrégularités certaines du mouvement du compagnon de l'étoile *p* Ophiuchus ; il y a donc là un sujet d'études fort intéressant.

352. *Systèmes doubles analogues.* — Mais il y a plus ; un certain nombre de systèmes binaires, assez analogues à ζ Écrevisse, quant à leur déplacement angulaire et à leur distance et qu'on rencontre parmi les couples les plus anciens et les plus familiers aux observateurs, présentent les mêmes anomalies : tels sont Castor, ε Hydre, ζ Verseau, γ et *i* Lion, ζ et μ Hercule, ζ de la Grande Ourse, η de la Couronne Boréale, β 581 et β 582 du Catalogue de Burnham.

Dans chacun de ces systèmes on trouve la même tendance à un groupement des positions du compagnon, et même pour quelques-uns d'entre eux, les intervalles sont aussi réguliers que pour ζ Écrevisse ; pour Castor, par exemple, on conclurait des cinquante et une mesures prises de 1819 à 1878 que le compagnon de cette étoile peut être considéré comme tournant autour d'une étoile invisible en huit ans environ ; et pour ε Hydre la période apparente serait d'environ treize ans.

Nous ajouterons qu'en 1894 M. Tackeray a fait remarquer [1] que des irrégularités, analogues à celles présentées par ζ Écrevisse, se montrent dans les positions méridiennes observées à Greenwich pour les étoiles brillantes de plusieurs systèmes binaires, par exemple, pour ζ Hercule. Cette coïncidence entre les irrégularités des mesures micrométriques et des mesures méridiennes est significative et doit attirer l'attention des observateurs.

VII. — Conclusions.

353. *Méthodes nouvelles de détermination. Généralité des systèmes binaires.* — Ces constatations semblent apporter une présomption nouvelle en faveur de l'existence de ces compagnons invisibles; mais, dans les derniers cas, le doute subsistera, comme pour Sirius et Procyon, jusqu'à ce que l'on en ait donné des preuves plus certaines. Or il est possible de suppléer à la découverte optique directe peut-être alors difficile.

En effet, si des mesures micrométriques, analogues à celles qui ont servi jusqu'ici, sont toujours sujettes aux mêmes causes d'incertitude, il n'en est pas de même pour des mesures différentielles faites, soit au cercle méridien, soit à un équatorial ou héliomètre, entre l'étoile analogue à C et quelques étoiles aussi voisines que possible et convenablement choisies d'après le plan général de Bessel et Gill [2], observations qu'on poursuivrait pendant la durée supposée de la révolution.

D'un autre côté, des mesures spectroscopiques ou spectrophotographiques de l'étoile analogue à C permettraient aussi, et peut-être plus sûrement, d'arriver à la preuve décisive de l'existence du compagnon obscur.

Cette preuve serait d'autant plus importante que les durées supposées de révolution autour de l'étoile inconnue sont des plus courtes parmi celles que l'on a déterminées dans les systèmes binaires.

---

[1] *Sirius and Procyon* (*The Observatory*, juin 1894).

[2] En ce qui concerne ζ Écrevisse, M. Burnham a commencé des observations de ce genre à l'observatoire Lick.

Quoi qu'il en soit, les considérations qui précèdent étendent singulièrement nos vues sur les systèmes binaires. Leur nombre nous semble ainsi devoir être beaucoup plus grand que celui qu'avait donné l'observation directe, et en même temps les différences constitutives de leurs composantes paraissent infiniment plus variées qu'elle n'aurait pu le faire supposer.

En particulier, il est bien difficile de concevoir comment des deux corps d'un même système ayant des masses presque égales, l'un est devenu invisible tandis que l'autre se maintient au plus haut degré d'incandescence : il y a là de quoi jeter quelques doutes sur les relations généralement adoptées entre l'âge et la température des étoiles.

C'est donc tout un champ nouveau et fort étendu que la conception géniale de Bessel a ouvert à l'activité des astronomes.

CHAPITRE XVI.

ÉTOILES DOUBLES SPECTROSCOPIQUES.

I. — Généralités.

354. *Historique. Pickering.* — C'est un an après la belle découverte de Vogel sur Algol que Pickering trouva cette nouvelle classe d'étoiles, beaucoup trop serrées pour pouvoir être séparées avec les instruments les plus puissants que nous possédons [1], et il y fut amené accidentellement par l'examen des spectrogrammes quotidiens, du service de Spectrophotographie stellaire, qu'un legs récent du célèbre spectroscopiste H. Draper avait permis d'installer à l'observatoire de Harvard College. Quelques-uns de ces spectrogrammes ayant montré d'une façon évidente le doublement périodique de la raie K des spectres de ζ Grande-Ourse et de β Cocher, Pickering en conclut que sans doute ces étoiles formaient des systèmes doubles trop serrés pour pouvoir être séparés par les procédés ordinaires d'observation.

355. *Principes généraux. Vitesses radiales orbitales.* — Imaginons, en effet, que deux étoiles de dimensions analogues et de spectres identiques se meuvent dans un plan contenant la ligne de visée ou fort peu incliné sur elle, et pour simplifier supposons que l'orbite relative soit circulaire: quand les étoiles seront en conjonction, toutes deux se mouvront perpendiculairement à

[1] C. Pickering, *A new class of binary stars* (*Monthly notices of the Royal astronomical Society*, mars 1890, vol. L, p. 296 et suiv.).

la ligne de visée, leurs spectres se superposeront et l'on ne pourra pas les distinguer de celui d'une étoile simple : après un quart de révolution, c'est-à-dire à l'élongation, l'une des étoiles s'approchera rapidement de l'observateur et toutes les lignes de son spectre se déplaceront vers son extrémité bleue, l'autre au contraire s'éloignera de l'observateur et les lignes de son spectre se déplaceront vers son extrémité rouge. Si la vitesse est assez grande, les deux spectres seront alors tellement séparés que chaque ligne sera double. Après un autre quart de révolution, le spectre redeviendra simple; à l'élongation suivante, les lignes du spectre deviendront de nouveau doubles, mais en sens inverse, puisque l'étoile qui s'approchait de l'observateur s'en éloigne, et inversement. Le spectre serait ainsi alternativement simple ou double à chaque demi-révolution pendant un quart de celle-ci.

Dans le cas général, l'orbite sera elliptique et les phénomènes seront un peu différents. Si le grand axe coïncide avec la ligne de visée, les durées de doublement, encore égales entre elles, seront séparées par des intervalles de spectre simple inégaux entre eux, le plus court correspondant au périastre; si le grand axe est perpendiculaire à la ligne de visée, ce seront les durées de doublement qui seront inégales et celles de spectre simple qui seront égales entre elles : tous les intermédiaires peuvent d'ailleurs être obtenus par une position intermédiaire du grand axe.

Telles sont, en effet, les apparences générales qu'ont présentées à C. Pickering ζ Grande Ourse et β Cocher, le dédoublement étant d'ailleurs beaucoup plus facilement appréciable dans la seconde que dans la première et les variations y étant plus égales; mais, pour toutes deux, elles ont un caractère nettement périodique avec une durée de période de cinquante-deux jours pour ζ Grande Ourse et de quatre jours pour β Cocher.

Si les deux composantes n'ont pas le même éclat, ni le même spectre, leur mouvement relatif ne produira pas un simple doublement de ligne, mais on aura alors deux systèmes de lignes d'intensités différentes; c'est ce que l'on observe pour β Cocher. Mais cette formation sera de plus en plus difficile à observer à mesure que l'éclat du compagnon diminuera, et l'on retombera bientôt dans le cas d'Algol où l'on n'aperçoit que des déplacements périodiques d'un seul spectre.

356. *Vogel. Deslandres. Bailey. Campbell.* — A peu près en même temps que Pickering, Vogel (1) constatait de son côté, dans les lignes du spectre de l'Épi de la Vierge, des déplacements périodiques correspondant à des variations de la vitesse radiale d'une durée de période de $4^j,01$.

Plus tard, en 1895, Deslandres (2) indiquait des constatations analogues sur Altaïr et β Petite-Ourse; pour la première en particulier, les vitesses radiales orbitales varieraient encore d'une façon nettement périodique; mais le phénomène paraîtrait compliqué et il semblerait exister deux périodes, l'une de quarante-trois jours et l'autre de cinq jours environ.

En août et décembre 1896, le service photographique de l'observatoire de Harvard College a trouvé, au moyen de plaques spectrographiques, prises par S. Bailey à la station d'Arequipa, deux nouvelles étoiles de cette classe. Ce sont :

1° μ^1 Scorpion ($3^{gr},3$), dont les variations de vitesse sont très régulières et la durée de la période de $34^h 42^m 5^s$ avec une incertitude moindre que 6^s; cette période est la plus courte (3) connue;

2° L'étoile n° 10534 ($4^{gr},5$) de l'*Argentino general Catalogo,* dans la constellation de la Poupe, dont la durée de période est de $3^j 2^h 46^m$ (4).

Dans ces deux systèmes, les composantes ont des éclats assez inégaux. Néanmoins le spectre, simple au moment des deux conjonctions, se dédouble bientôt aisément, les lignes de l'étoile la plus faible se portant pour l'un d'eux vers l'extrémité rouge du spectre, pour l'autre vers son extrémité violette.

Depuis, M. Campbell, à l'observatoire Lick et par la même méthode spectrophotographique, a fourni sur ce sujet des contributions fort intéressantes. Il a, en effet, constaté des périodes de

---

(1) H.-C. VOGEL, *Sitzungsbericht der Akademie der Wissenschaften zu Berlin* (24 avril 1890).

(2) DESLANDRES, *Recherches spectrales sur l'étoile Altaïr* (*Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences,* vol. CXXI, p. 629).

M. Deslandres a installé en 1892, avec le grand télescope de $1^m,20$ de l'Observatoire de Paris, un service de spectrographie solaire et stellaire, qui a déjà fourni des résultats importants.

(3) E. PICKERING, *A new spectroscopic binary star* μ^1 *Scorpion* (*Astronomische Nachrichten,* n° 3385).

(4) *Harvard College observatory.* Circular n° 14.

variation spectrale beaucoup plus longues que les précédentes : o Lion ($3^{gr},8$) aurait une période de $14^{j},5$ avec une différence maximum des vitesses de 112^{km} par seconde; en outre, son spectre paraîtrait formé de la superposition de deux spectres distincts; pour χ Dragon ($4^{gr},5$), la période serait de cinq à six mois avec un écart des vitesses de 40^{km} par seconde; η Pégase ($3^{gr},0$) aurait une période beaucoup plus longue encore et qui serait voisine de deux ans et demi, avec un écart extrême des vitesses de 23^{km} par seconde ([1]).

Si ces faits sont confirmés et généralisés, ils préciseront beaucoup nos vues théoriques sur la constitution du Monde stellaire.

II. — Détermination de l'orbite.

357. *La méthode spectroscopique peut fournir l'orbite. — Rambaut. Wilsing. Lehmann-Filhès.* — La méthode spectroscopique a donc jusqu'à présent permis de dédoubler cinq étoiles qui paraissent simples à tous les instruments, mais son emploi ne se borne point à cette simple constatation et il peut conduire directement à la détermination de l'orbite relative d'une des étoiles autour de l'autre.

En effet, chacune des photographies donne, pour l'instant où elle a été obtenue, la vitesse radiale relative du compagnon; de sorte que si l'on en possède un assez grand nombre, on aura une série de valeurs caractérisant le déplacement relatif du compagnon dans la direction de la ligne de visée. En d'autres termes, cette méthode revient à mesurer, à instants suffisamment rapprochés, la vitesse du compagnon sur l'orbite apparente qu'il décrirait pour un observateur placé à l'infini sur une perpendiculaire au plan de la ligne de visée et de la ligne des nœuds de l'orbite réelle. Elle pourra donc faire connaître la durée de la révolution et l'époque du périastre, ainsi que la forme et l'orientation (excentricité et longitude du périastre) de l'orbite; mais quant aux dimensions de l'orbite, elle ne donnera que leurs projections sur le plan précédent et elle laisse complètement inconnue la ligne des nœuds. Les

([1]) *Astrophysical Journal*, vol. VIII, p. 159, 291 et 292; 1898.

calculs à l'aide desquels on détermine ces quatre éléments ne sont d'ailleurs qu'une généralisation de ceux employés par Niven, en 1874, pour obtenir spectroscopiquement les parallaxes des étoiles doubles (n° 283); et, depuis, cette question a été étudiée par un grand nombre d'astronomes [1].

358. *Remarques et conventions.* — Avant d'en aborder la solution, quelques remarques et conventions sont nécessaires.

1° Dans le cas des étoiles où, comme pour β Cocher, nous avons deux spectres mesurables, les vitesses observées sont des vitesses relatives; nous chercherons donc le mouvement du compagnon par rapport à l'étoile principale, cette dernière étant supposée à l'origine des coordonnées.

Si, au contraire, on a mesuré les déplacements par comparaison avec les raies fixes d'une source artificielle, comme l'ont fait Vogel pour β Persée et Belopolsky pour δ Céphée, nous rapporterons le mouvement au centre de gravité du système, dont nous devrons connaître la vitesse uniforme, afin de pouvoir déduire des nombres observés leur partie périodique, qui seule se rapporte au mouvement orbital.

Quoi qu'il en soit, ces deux cas donnent évidemment des ellipses analogues, situées d'une façon analogue et dont les dimensions sont dans le rapport

$$\frac{\mu + \mu'}{\mu},$$

μ et μ' étant les masses du compagnon et de l'étoile principale.

2° Ceci posé, les abscisses étant les époques successives d'observation, et les ordonnées les vitesses observées, réunissons par une courbe (*fig.* 54) les points ainsi obtenus; prenons sur cette

---

[1] Consulter sur ce sujet :

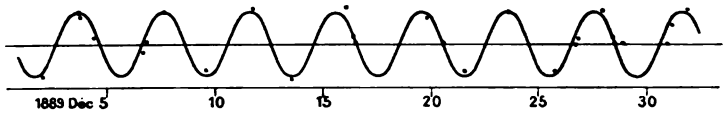
A. Rambaut, *On the determination of double stars orbits from spectroscopic observations of the velocity in the line of sight* (*Monthly notices of the Royal astronomical Society*, vol. LI, p. 316 et suiv.; 1891).

J. Wilsing, *Ueber die Bestimmung von Bahnelemten enger Doppelsterne aus spectroscopischen messungen der Geschwindigkeits-Componenten* (*Astronomische Nachrichten*, n° 3198).

Lehmann-Filhès, *Ueber die Bestimmung einer Doppelsterbahn aus spectroscopischen messungen der im Visionradius liegenden Geschwindigkeits-Componenten* (*Astronomische Nachrichten*, n° 3242).

courbe des valeurs égales de la vitesse, séparées par un très grand nombre de révolutions, l'intervalle total divisé par le nombre des périodes donnera une valeur très exacte de la durée P de la révolution. Après quoi, on ramènera aisément toutes les observations

Fig. 54.



à ce qu'elles auraient été si elles avaient été faites pendant la même révolution; puis, au moyen de toutes ces valeurs et en suivant une méthode analogue à celle indiquée par Sir John Herschel (n° 252) pour l'utilisation des mesures micrométriques, on aura une courbe représentative des vitesses radiales pendant toute la durée de la période : c'est la *courbe des vitesses*, et ce sont les valeurs tirées de cette courbe que nous emploierons dans le calcul, de préférence aux valeurs directement observées; on trouvera plus loin (n° 366) les règles qui président à sa construction.

359. *Étude de la vitesse radiale orbitale.* — Nous avons vu (n° 284) que la vitesse radiale orbitale, exprimée en fonction des éléments de l'orbite, était donnée par

$$R = m(e\cos\lambda + \cos u)\sin i.$$

La combinaison d'un nombre suffisant de valeurs de R conduirait donc à une série d'équations de ce genre, d'où l'on déduirait les éléments de l'orbite. Mais l'étude de la vitesse radiale montre que certains points particuliers de l'orbite offrent à cet égard de grands avantages :

1° Un cas fort intéressant est donné par

$$\cos u = \pm 1$$

ou

$$v - \lambda = 360°, \qquad v + \lambda = 180°.$$

Le compagnon passe alors par un de ses nœuds et la vitesse radiale est maximum. Ses valeurs sont

$$(a) \qquad \begin{cases} R_1 = m(e\cos\lambda + 1)\sin i, \\ R_2 = m(e\cos\lambda - 1)\sin i. \end{cases}$$

Elles sont de signes contraires, l'une tendant à rapprocher le compagnon de la Terre, l'autre à l'en éloigner, inégales en général et la plus grande en valeur absolue correspondant au nœud le plus voisin du périastre. Soient A et B leurs valeurs absolues données par la courbe des vitesses, on aura

$$(b)\qquad \begin{cases} A + B = 2m\sin i, \\ A - B = 2me\cos\lambda\sin i, \end{cases}$$

d'où

$$(1)\qquad e\cos\lambda = \frac{A - B}{A + B},$$

relation qui lie e et λ au moyen du rapport seul des vitesses maxima et qui est donc indépendante des valeurs elles-mêmes.

On en déduit

$$R = \frac{1}{2}[(A - B) + (A + B)\cos u],$$

expression qui donne, en fonction des valeurs maxima observées, la valeur de la vitesse radiale correspondante à une distance angulaire u quelconque de la ligne des nœuds.

2° Soit

$$\cos u = 0,$$

d'où

$$v + \lambda = 90^\circ \quad \text{ou} \quad v + \lambda = 270^\circ;$$

on a

$$R_3 = 2me\cos\lambda\sin i = \frac{R_1 - R_2}{2} = \frac{A - B}{2}.$$

Aux points où le rayon vecteur perpendiculaire à la ligne des nœuds coupe l'orbite, la vitesse radiale est donc la même et elle est la moyenne algébrique des vitesses maxima; l'ellipse se trouve partagée par ces deux lignes en quatre secteurs ayant chacun un angle droit, et il est clair que le périastre se trouve dans celui de ces quatre secteurs dont l'aire est la plus petite, de même que l'époque du périastre se trouve nécessairement dans le plus court des quatre intervalles correspondants.

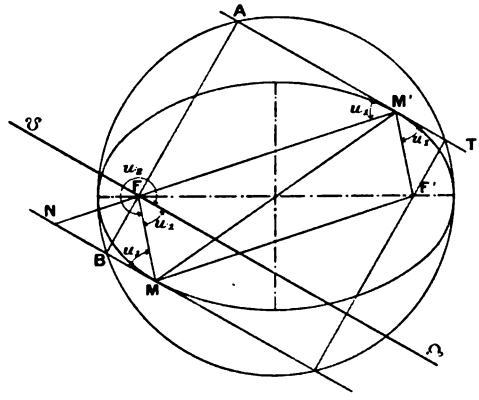
3° Soit

$$(2)\qquad e\cos\lambda + \cos u = 0,$$

la vitesse radiale est nulle; les époques correspondantes t_1 et t_2 sont celles où la courbe des vitesses coupe l'axe des temps et sont

par suite connues. De plus, aux points correspondants M et M′ (*fig.* 55) de l'orbite, la vitesse réelle du compagnon, et par suite la tangente à l'orbite, est parallèle à la ligne des nœuds.

Fig. 55.



360. *Détermination des éléments. — Durée de la révolution.* — La durée de la révolution est connue par la construction même de la courbe des vitesses ; cherchons les valeurs des autres éléments.

361. *Excentricité et nœud.* — D'après ce que nous venons de dire, la droite MM′ est un diamètre de l'ellipse et partage sa surface en deux parties égales; l'aire décrite par le rayon vecteur allant de M en M′ est donc égale à la demi-surface de l'ellipse $\frac{\pi a^2\sqrt{1-e^2}}{2}$, augmentée de la surface S du triangle FMM′. Soient r_1 et r_2 les rayons vecteurs FM′ et FM, on a

$$(3) \qquad 2S = r_1 r_2 \sin FMF'.$$

Or

$$M'F\Omega = FM'A = F'MT = MF\Omega,$$

et si u_1 et u_2 sont les arguments de latitude correspondant à r_1 et r_2, u_1 étant la plus petite, ☊FM′, des valeurs déduites de l'équation

$$(4) \qquad e\cos\lambda + \cos u_1 = 0,$$

on a

$$M'FM = 2u_1,$$

et par (3)

$$(5) \qquad 2S = r_1 r_2 \sin 2u_1.$$

Il est bien clair d'ailleurs que

$$u_2 = 2\pi - u_1,$$

de sorte que, en remplaçant r_1 et r_2 par leurs valeurs dans (5), il vient

$$2S = -a^2(1-e^2)^2 \frac{\sin 2u_1}{[1+e\cos(u_1-\lambda)][1+e\cos(u_1+\lambda)]},$$

$$= -a^2(1-e^2)^2 \frac{\sin 2u_1}{1+2e\cos u_1\cos\lambda + e^2(\cos^2\lambda - \sin^2 u_1)},$$

et par (4)

$$2S = -a^2(1-e^2)\frac{\sin 2u_1}{\sin^2 u_1},$$

d'où

$$S = -a^2(1-e^2)\cot u_1;$$

d'autre part, la loi des aires donne

$$\frac{\frac{\pi ab}{2} + S}{\pi ab} = \frac{t_2 - t_1}{P},$$

$$\frac{S}{\pi ab} = \frac{t_2 - t_1}{P} - \frac{1}{2},$$

ou

$$-\frac{a^2(1-e^2)\cot u_1}{\pi a^2\sqrt{1-e^2}} = \frac{t_2-t_1}{P} - \frac{1}{2},$$

et enfin

$$-\sqrt{1-e^2} = \pi\left(\frac{t_2-t_1}{P} - \frac{1}{2}\right)\tang u_1,$$

et comme

$$\cos u_1 = -e\cos\lambda = -\frac{A-B}{A+B},$$

$$\sin u_1 = \frac{2\sqrt{AB}}{A+B},$$

d'où

$$\tang u_1 = -\frac{2\sqrt{AB}}{A-B},$$

il vient

$$\sqrt{1-e^2} = \pi\left(\frac{t_2-t_1}{P} - \frac{1}{2}\right)\frac{2\sqrt{AB}}{A-B}.$$

Or on a, en général,

$$t_2 - t_1 > \frac{P}{2}$$

et par suite le second membre de cette équation est, en général, positif. Posons

$$\alpha = \left(\frac{t_2 - t_1}{P} - \frac{1}{2}\right)\pi,$$

α étant un nombre, l'équation précédente deviendra

$$\sqrt{1 - e^2} = \frac{2\sqrt{AB}}{A - B}\alpha,$$

d'où, pour expression de l'excentricité,

$$(6) \qquad e^2 = 1 - \frac{4AB}{(A - B)^2}\alpha^2,$$

et par (1)

$$(7) \qquad \cos\lambda = \frac{(A - B)^2}{A + B}\,\frac{1}{\sqrt{(A - B)^2 - 4\alpha^2 AB}}.$$

Les équations (6) et (7) donnent e et λ.

Dans le cas particulier où $A = B$, on a (1) $\cos\lambda = 0$, et la ligne des nœuds est perpendiculaire au grand axe; mais en même temps l'expression de e se présente sous une forme indéterminée. La formule (6) ne peut donc servir dans ce cas à déterminer ce dernier élément; nous donnerons plus loin une autre solution plus générale que la précédente et qui permet alors d'en obtenir la valeur (n° 368).

362. *Périastre.* — e et λ étant connus, on a l'époque du périastre comme suit : à cet instant

$$u = \lambda$$

et, par suite, la vitesse radiale R_a correspondante est

$$R_a = \frac{A + B}{2}\left(\frac{A - B}{A + B} + \cos\lambda\right) = \frac{1}{2}[(A - B) + (A + B)\cos\lambda].$$

On trouvera aisément le temps correspondant sur la courbe des vitesses en observant que cette vitesse R_a est toujours de même signe que la plus grande des vitesses maxima et qu'en

outre elle correspond à un point situé dans la première moitié de la révolution si $\lambda < \pi$ et dans la seconde moitié si $\lambda > \pi$.

363. On peut d'ailleurs utiliser pour la détermination de cet élément les points singuliers de l'orbite que nous avons signalés plus haut. Pour chacun d'eux, en effet, on connaît l'anomalie vraie et la valeur de la vitesse, et par suite au moyen de la courbe des vitesses les époques correspondantes. Dès lors, si v et t sont les valeurs simultanées de l'anomalie vraie et du temps, on aura l'anomalie excentrique correspondante par l'équation

$$\operatorname{tang}\frac{E}{2} = \sqrt{\frac{1-e}{1-e}}\operatorname{tang}\frac{v}{2},$$

de sorte que le temps écoulé θ depuis le passage au périastre jusqu'à ce point sera donné par l'équation de Képler

$$\theta = \frac{E - e\sin E}{n},$$

et enfin l'époque T du périastre par l'expression

$$T = t - \frac{E - e\sin E}{n}.$$

Nous avons donné plus haut (n° **267**) un procédé graphique simple de solution de l'équation de Képler; nous en indiquerons ici un autre qui, dans le cas actuel, est peut-être encore plus commode.

364. *Deuxième solution graphique de l'équation de Képler-Radau.* — Cette méthode élégante de solution est due à M. Radeau [1].

Le problème à résoudre est le suivant : *Étant données l'excentricité e et l'anomalie moyenne* M, *déduire l'anomalie excentrique* E *de l'équation*

$$M = E - e\sin E.$$

Or, si l'on prend e comme abscisse et M comme ordonnée,

---

[1] R. Radau, *Solution graphique du problème de Képler* (*Bulletin astronomique*, vol. I, p. 381).

cette équation représente, pour chaque valeur de E, une droite telle que les coordonnées de ses points successifs donnent tous les systèmes de valeurs de e et de M, compatibles avec cette valeur de E. Si donc on a tracé à l'avance, sur un papier quadrillé convenable, toutes les droites correspondant à des valeurs de E équidistantes et suffisamment rapprochées (suivant l'approximation demandée), la position occupée, entre deux diagonales E successives, par le point de rencontre de la verticale e et de l'horizontale M, donnera par interpolation graphique la valeur approchée de E correspondante.

La *fig.* 56, où 1^{mm} représente un centième d'excentricité et un degré d'anomalie moyenne, montre un exemple de l'emploi de cette méthode. Les e y sont marquées de 0,10 en 0,10 jusqu'à 1,00 sur les horizontales extrêmes du cadre, et les M sur les verticales extrêmes de gauche de 5° en 5° jusqu'à 180°. Quant aux diverses diagonales correspondant à des valeurs de E équidistantes de 5° en 5°, on les a tracées aisément en remarquant que

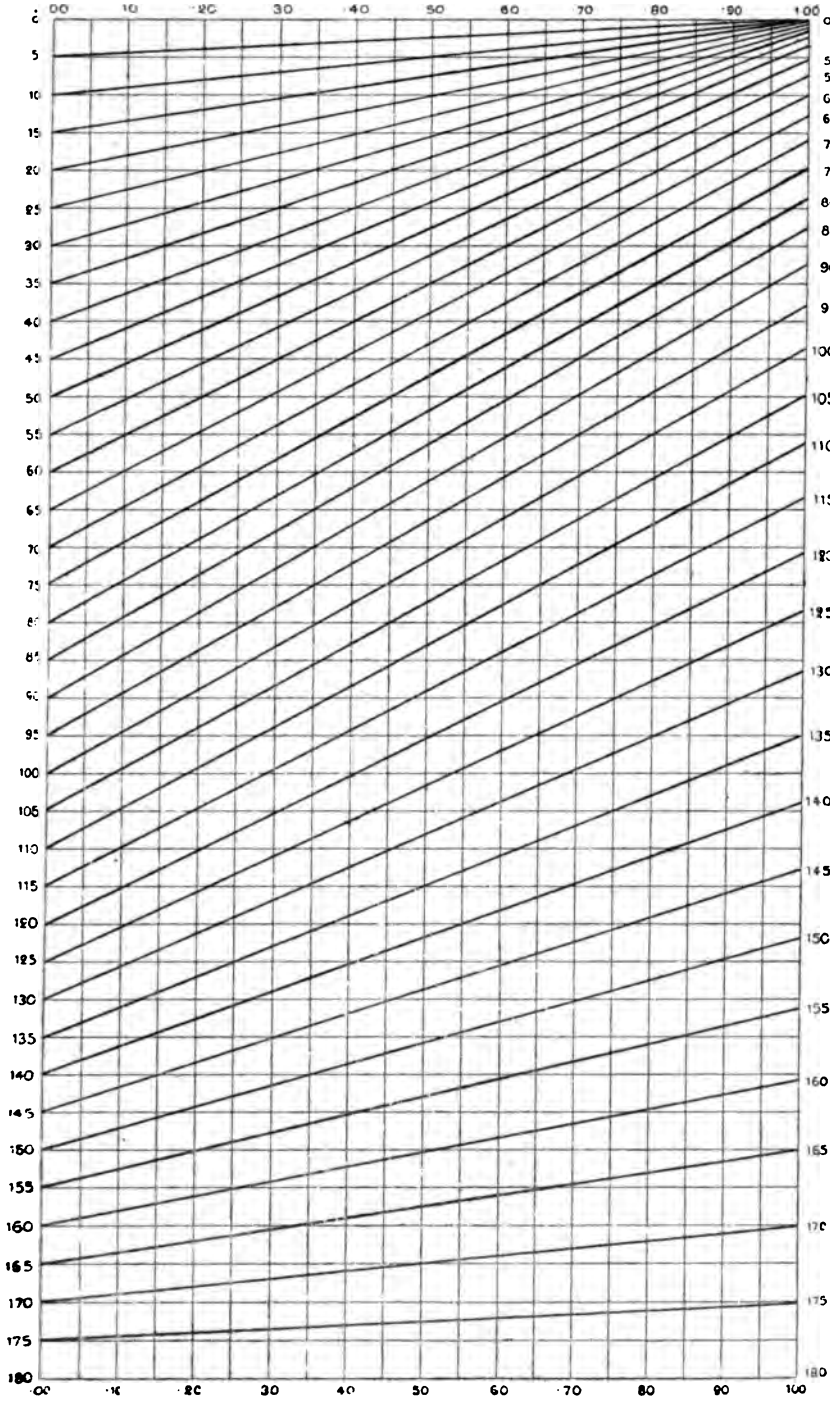
$$M = E \qquad \text{pour } e = 0,$$
$$M = E - \sin E \qquad \text{pour } e = 1 \quad (^1).$$

La méthode a évidemment son minimum de sensibilité pour les fortes excentricités ($> 0,70$) et les petites anomalies moyennes ($< 50°$); il faudra donc, dans les portions correspondantes, agrandir l'échelle; mais il est clair qu'en employant un quadrillé de grand format, on obtiendra toute la précision que l'on voudra, car, malgré la petitesse de son échelle, le diagramme ci-contre donne aisément le degré pour les points voisins de ces limites. Ainsi, soit par exemple $M = 25°$ et $e = 0,85$, en arrêtant l'œil au point de rencontre des droites coordonnées correspondantes, on lit immédiatement $E = 71°$, tandis que la valeur exacte est $E = 71°3',98$.

365. *Grand axe.* — Reste à déterminer le grand axe; mais, comme nous l'avons dit plus haut, la méthode actuelle est impuis-

(1) M. Radau donne d'ailleurs, dans son Mémoire, les valeurs de $E - \sin E$, de degré en degré, de 0° à 180°.

Fig. 56.


00 10 20 30 40 50 60 70 80 90 100
0 5 10 15 20 25 30 35 40 45 50 55 60 65 70 75 80 85 90 95 100 105 110 115 120 125 130 135 140 145 150 155 160 165 170 175 180
0 50 55 60 65 70 75 80 85 90 95 100 105 110 115 120 125 130 135 140 145 150 155 160 165 170 175 180
00 10 20 30 40 50 60 70 80 90 100

sante à le faire. De même que les observations micrométriques ne fournissent que la valeur angulaire de cet élément et non sa valeur linéaire en unités astronomiques, de même le spectroscope qui donne non les variations de distance de l'étoile principale au compagnon, mais celles de sa distance à la projection du compagnon sur la ligne de visée, ne peut faire connaître que les valeurs linéaires de ces dernières, et en particulier pour le grand axe sa projection sur la ligne de visée. On l'obtient d'ailleurs comme il suit : on a vu que

$$A + B = 2m \sin i = 2 \frac{2\pi a}{P\sqrt{1-e^2}} \sin i,$$

d'où

$$(8) \quad \left\{ \begin{aligned} (a \sin i) &= \frac{(A+B)\sqrt{1-e^2}}{4\pi} P, \\ &= \frac{A+B}{A-B}\sqrt{AB}\,\frac{P}{2\pi}\,\alpha. \end{aligned} \right.$$

Remarquons d'ailleurs que pour A et B l'unité est la seconde, tandis que pour P elle est le jour; si donc s' est le nombre de secondes que contient ce dernier, on a

$$\begin{aligned} (a \sin i) &= \frac{A+B}{A-B}\sqrt{AB}\, s' \frac{P}{2\pi}\,\alpha, \\ &= \frac{A+B}{A-B}\sqrt{AB}\, s' \left[(t_2 - t_1) - \frac{P}{2}\right], \end{aligned}$$

où $(a \sin i)$ est comme A et B exprimé en kilomètres. En unité astronomique et K étant le nombre de kilomètres contenus dans l'unité astronomique de longueur, son expression serait évidemment

$$(9) \qquad (a \sin i) = \frac{A+B}{A-B}\sqrt{AB}\left[(t_2 - t_1) - \frac{P}{2}\right]\frac{s'}{K} \quad (^1).$$

366. *Construction de la courbe des vitesses.* — La détermination qui précède repose tout entière sur les données fournies par la *courbe des vitesses;* il est donc très important que, comme

(1) Le rapport $\frac{s'}{K}$ est égal à 0,013.

l'orbite apparente déduite des mesures micrométriques, elle représente le mieux possible les observations et que son tracé soit altéré le moins possible par leurs erreurs.

Pour obtenir ce résultat, on utilise les deux conditions suivantes auxquelles cette courbe doit satisfaire et qu'il est facile de démontrer :

1° L'aire comprise entre la courbe et l'axe des t au-dessus de celui-ci doit être égale à l'aire comprise entre la courbe et l'axe au-dessous de lui ;

2° L'aire comprise entre la courbe, l'axe des t et l'ordonnée qui représente la vitesse positive maximum, doit être égale à l'aire comprise entre la courbe, l'axe des t et l'ordonnée négative maximum.

En effet, si l'on désigne par s la distance du compagnon à la ligne des nœuds, l'ordonnée R de la courbe des vitesses est au facteur $\sin i$ près égale à la vitesse $v = \frac{ds}{dt}$, estimée perpendiculairement à la ligne des nœuds,

$$R = v \sin i,$$

de sorte que l'aire de la courbe des vitesses

$$S = \int_{t_1}^{t_2} R\, dt,$$

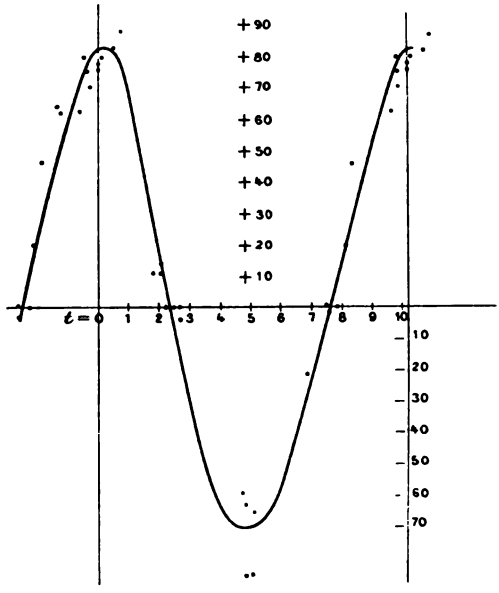
comprise entre l'axe des t et les ordonnées correspondant à deux valeurs t_1 et t_2 de t, est égale à la différence des s correspondantes; pour une révolution entière, cette différence est évidemment nulle, d'où la première condition.

De même, les s correspondant aux vitesses maxima sont nulles toutes deux et par suite l'aire totale comprise entre les ordonnées maxima, l'axe des t et la courbe, est également nulle; d'où la seconde condition.

En employant, pour représenter les vitesses observées, un papier quadrillé dont les différents carrés représentent des surfaces égales, on trouvera aisément la courbe qui, s'éloignant aussi peu que possible des données de l'observation, représente le mieux la marche du phénomène.

C'est de cette façon que Rambaud a déduit des observations faites par Pickering sur β Cocher [1] la courbe des vitesses représentée dans la *fig.* 57.

Fig. 57.



On peut aussi chercher à représenter les vitesses observées par une expression de la forme

$$R = p + q \sin \frac{t - t_0}{P} 360^\circ,$$

qui représente l'ensemble des nombres ramenés à la même période. Les valeurs de p et q une fois connues, on se servira de cette formule pour calculer les valeurs de R correspondant aux différentes valeurs de t.

367. *Exemple numérique.* — β *Cocher.* — A l'aide de cette courbe et en suivant la méthode de calcul qui précède, M. Lehmann-Filhès a obtenu pour l'orbite relative du système binaire

[1] *Fourth annual report of the Henry Draper Memorial.*

formé par β Cocher :

$$P = 3^s,968 \quad \text{d'où} \quad n = 90^\circ,726$$
$$\lambda = 57^\circ,562,$$
$$T = 1889.\ \text{Déc. } 3,26,$$
$$e = 6,158,$$
$$(a \sin i) = 12\,100760^{km},$$
$$= 0,08 \text{ l'unité astronomique,}$$
$$= 18 \text{ fois le diamètre du Soleil}$$

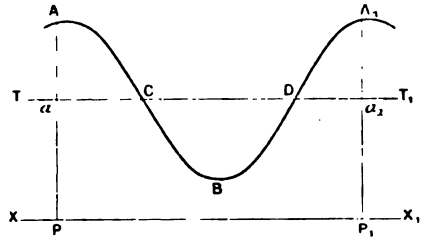
avec les vitesses maxima

$$A = 135^{km}, \qquad B = 114^{km}.$$

368. *Construction de la courbe dans le cas d'un spectre unique.* — Lorsque, comme dans le cas des étoiles du type Algol, une seule des composantes est assez lumineuse pour former une image spectrale sur la plaque photographique et où, par conséquent, le déplacement des raies doit être déterminé par comparaison de l'étoile avec une source artificielle, l'emploi des observations est un peu différent.

En effet, la vitesse ainsi mesurée n'est plus alors la vitesse radiale orbitale; elle est la vitesse radiale totale du système et se compose de deux parties provenant, l'une du mouvement orbital de l'étoile autour du centre de gravité du système, l'autre du mouvement propre du système dans l'espace, mouvement qu'on peut considérer comme constant en grandeur et en direction. Les ordonnées de la courbe déduite des observations sont donc égales à celles de la courbe des vitesses augmentées ou diminuées

Fig. 58.



toutes d'une même quantité. Or il est facile de séparer ces deux mouvements et de déterminer la valeur de cette augmentation. En effet, à l'aide des carrés du papier quadrillé, on mesurera l'aire

PACBDA$_1$P$_1$P (*fig.* 58) qui, par la première des conditions données plus haut, est égale à celle du rectangle aa_1PP$_1$. Le quotient de cette aire par la longueur PP$_1$ donnera l'ordonnée aP de l'axe réel des temps dans la courbe des vitesses; aP est la vitesse radiale du mouvement d'entraînement du système et les nouvelles ordonnées de la courbe représenteront les vitesses orbitales.

Cette vitesse peut s'obtenir d'une autre manière; partageons la courbe des vitesses par n ordonnées équidistantes et soit R$_r$ la valeur de la vitesse mesurée sur la courbe pour l'une r des abscisses correspondantes, nous aurons, pour le mouvement propre μ,

$$\mu = \frac{1}{n} \sum_{r=0}^{r=n-1} (R_r).$$

359. *Seconde expression de l'excentricité.* — Reprenons la *fig.* 55 et du point F abaissons des perpendiculaires sur les tangentes en M et M', FA et FB seront les distances s_1 et s_2 du compagnon à la ligne des nœuds aux deux époques où la vitesse radiale est nulle; on a, par suite, au facteur constant sin i près, les distances à la ligne des nœuds de sa projection sur la ligne de visée.

Lorsque celui-ci est sur la ligne des nœuds, la vitesse radiale est maximum, de telle sorte que l'évaluation des aires comprises entre chacune des ordonnées maxima, l'axe des t et la courbe des vitesses, jusqu'au point où elle coupe l'axe des temps, ou, ce qui revient au même, l'intégrale $\int R\,dt$ prise entre les mêmes limites, donnera les deux distances s_1 et s_2.

Cette considération va nous conduire à une nouvelle expression de l'excentricité qui permettra de résoudre le cas douteux du n° 361. En effet, prolongeons M'F jusqu'en N, nous aurons

$$FNB = F'MA = F'M'T = BMF,$$

les deux triangles BFN et BFM sont donc égaux et, par suite,

$$NF = MF = r_2;$$

d'où, par les triangles semblables FMB et FAM'

$$\frac{s_1}{s_2} = \frac{r_1}{r_2},$$

où, en remplaçant r_1 et r_2 par leurs valeurs et remarquant que s_1 et s_2 sont de signes contraires

$$-\frac{s_1}{s_2} = \frac{1 + e\cos(u_1 + \lambda)}{1 + e\cos(u_1 - \lambda)} = \frac{1 + e\cos u_1 \cos\lambda - e\sin u_1 \sin\lambda}{1 + e\cos u_1 \cos\lambda + e\sin u_1 \sin\lambda},$$

et par (2)

$$-\frac{s_1}{s_2} = \frac{\sin u_1 - e\sin\lambda}{\sin u_1 + e\sin\lambda},$$

d'où

$$(10) \qquad e\sin\lambda = \frac{s_2 + s_1}{s_2 - s_1}\sin u_1 = \frac{s_2 + s_1}{s_2 - s_1}\,2\,\frac{\sqrt{AB}}{A + B}.$$

Des équations (1) et (10) on tire

$$(11) \qquad e^2 = \frac{1}{(A + B)^2}\left[4AB\left(\frac{s_2 + s_1}{s_2 - s_1}\right)^2 + (A - B)^2\right],$$

$$(12) \qquad \operatorname{tang}\lambda = \frac{s_2 + s_1}{s_2 - s_1}\,\frac{2\sqrt{AB}}{A + B},$$

expressions qui donneront e et λ.

370. *Cas particulier où* $A = B$. — Dans le cas où $A = B$, on a

$$e\cos\lambda = 0,$$

égalité qui peut être satisfaite par

$$e = 0 \qquad \text{ou} \qquad \cos\lambda = 0;$$

dans le premier cas, l'orbite est circulaire, dans le second elle peut avoir une excentricité quelconque, mais son grand axe est perpendiculaire à la ligne des nœuds. Ces deux cas se distinguent l'un de l'autre comme il suit : si les valeurs obtenues pour s_1 et s_2 (n° 368) sont égales, $e = 0$ et l'orbite est circulaire ; en même temps la valeur de λ est absolument indéterminée. Si ces valeurs sont inégales, on a

$$e = \frac{s_2 + s_1}{s_2 - s_1},$$

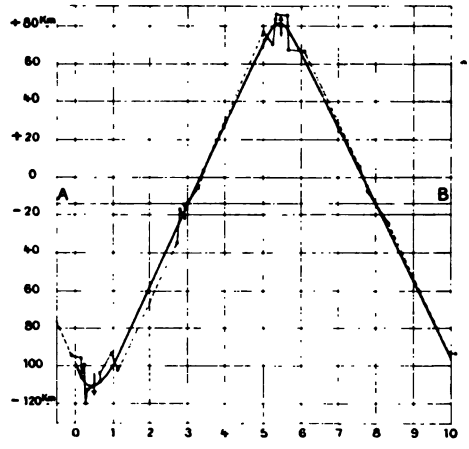
l'orbite est elliptique ; mais en même temps, comme

$$\lambda = 90,$$

le grand axe est perpendiculaire à la ligne des nœuds.

371. *Exemples numériques.* — *α Vierge.* — Les mesures faites par Vogel sur α Vierge offrent un exemple de ce cas particulier [1]; la *fig.* 59 représente la courbe des vitesses qu'on en

Fig. 59.



déduit. Il en résulte que la vitesse radiale (correspondant à la ligne AB) du mouvement propre du système est de

$$-14^{km},7$$

et que les vitesses maxima A et B sont

$$A = +96^{km},8, \qquad B = -97^{km},2,$$

très sensiblement égales.

Or le rapport des rayons s_2 et s_1 est très sensiblement égal à l'unité et l'excentricité très sensiblement nulle

$$\frac{s_2}{s_1} = 0,98, \qquad e = 0;$$

l'orbite est donc circulaire; aussi Vogel exprime-t-il la vitesse radiale orbitale par la formule sinusoïdale suivante

$$R = 91^{km},29 \sin\left(\frac{t - t_0}{P} 360^\circ\right).$$

[1] H.-C. Vogel, *Untersuchung über die Eigenbewegung der Sterne im Visionsradius auf spectrographischem Wege* (*Publicationen des astrophysikalischen observatoriums zu Potsdam*, vol. VII, p. 127 et suiv.; 1892).

où l'on a, en temps moyen de Potsdam,

$$t_0 = 1890 \text{ mai } 4,\ 10^h,50;$$

on a, d'autre part, pour la projection du demi-grand axe,

$$a \sin i = 5\,360\,000^{km},$$

soit un trentième de la distance du Soleil à la Terre et environ cinq fois le rayon du Soleil.

η_1 *Aigle.* — Les mesures de Belopolsky sur η_1 Aigle, dont nous parlerons plus loin donnent un exemple d'orbite où, avec A = B, l'excentricité n'est pas nulle. On a, en effet, alors

$$A = B = 16^{km},3, \qquad A + B = 32^{km},6 \qquad 2\sqrt{AB} = 32^{km},6,$$

$$s_1 = 77, \qquad s_2 = -107,$$

d'où l'on déduit pour les points où la vitesse radiale est nulle

$$u_1 = 90^\circ \qquad \text{et} \qquad u_2 = 270^\circ;$$

d'où

$$\lambda = 90^\circ \qquad \text{et} \qquad e = 0,163.$$

III. — Déterminations complémentaires.

372. *Masses.* — Reprenons l'équation (n° 280)

$$\frac{\rho^3}{P^2(M + M')} = \frac{R^3}{T^2(\mu + \mu')},$$

et désignons par a la distance ρ exprimée en unité astronomique, par $M + M'$ la masse totale mesurée avec $\mu + \mu'$ comme unité et supposons P exprimé en fractions de l'année sidérale.

Il viendra

$$M + M' = \frac{1}{P^2} a^3,$$

d'où

$$(9) \qquad (M + M') \sin^3 i = \frac{1}{P^2} (a \sin i)^3,$$

de sorte que $(a \sin i)$ étant connu en unité astronomique (n° 364), on aura la valeur de $(M + M') \sin^3 i$; la méthode spectroscopique ne donne donc qu'une fraction de la masse totale. Mais l'incli-

naison i différant évidemment toujours peu de 90°, on peut, avec une approximation suffisante, remplacer le premier membre par $M + M'$ et écrire

$$M + M' = \frac{1}{p^2}(a \sin i)^3.$$

Appliquée aux étoiles β Cocher et α Vierge, cette formule donne pour $M + M'$

$$4,5 \quad \text{et} \quad 2,5.$$

Ainsi, quoique ces systèmes soient tout à fait différents des systèmes ordinaires par les faibles dimensions de leurs orbites et la petitesse de leur période, leurs masses n'en sont pas moins absolument comparables aux leurs et, par suite, à celle du Soleil.

373. *Grandeurs des vitesses. — Altaïr et l'hypothèse d'un système multiple.* — Il convient d'ajouter ici deux remarques importantes :

1° Dans les plus serrés de ces nouveaux systèmes, β Cocher par exemple, la vitesse radiale orbitale atteint des valeurs considérables, 135^{km} à la seconde, près de cinq fois plus forte que la vitesse de la Terre dans son orbite et à peu près triple de la plus grande vitesse radiale que l'on ait constatée dans les étoiles simples ;

2° On a parfois, comme M. Deslandres pour α Aigle (1), rencontré des courbes de vitesses de forme différente de celle que nous avons donnée plus haut; en particulier, celle de α Aigle serait, d'après son auteur, « formée d'une grande période de 43 jours, à laquelle se superposeraient une ou plusieurs oscillations secondaires », et il en avait conclu qu'Altaïr serait au moins triple (2).

C'était une belle extension des principes posés par Bessel (n° 328 et suiv.). Mais depuis la base de cette spéculation a été reconnue erronée; H.-C. Vogel a démontré, par une série de

(1) H. Deslandres, *Recherches spectrales sur l'étoile Altair. Reconnaissance d'un mouvement orbital et d'une atmosphère* (*Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, vol. CXXI, p. 629; 1895).

(2) Soient R la vitesse radiale orbitale d'un astre de masse M et $r_1, r_2, \ldots$ celles de ses compagnons de masses $m_1, m_2, \ldots$; ces quantités sont liées entre elles par la relation

$$MR + \Sigma(m_1 r_1) = T[M + \Sigma(m_1)],$$

où T est la vitesse résultante des mouvements de translation du système et du

spectrogrammes, pris à Potsdam d'août 1896 à décembre 1897 (¹), que les observations de M. Deslandres comportaient des erreurs considérables et qu'en réalité la vitesse radiale de l'étoile Altaïr était constante et égale à $-32^{km},9$.

374. *Supériorité du spectroscope comme appareil micrométrique.* — D'un autre côté, Pritchard a trouvé (²) pour la parallaxe de β Cocher la valeur $0'',06$, qui ne doit pas être très éloignée de la vérité ; il en résulte

$$a \sin i = 0'',0018,$$

ou, en supposant $i = 90°$,

$$a = 0'',005.$$

Cette valeur de a conduit à une autre remarque importante ; après l'adjonction d'un appareil spectroscopique, le pouvoir séparateur de l'instrument d'Harvard College est devenu égal à $0'',005$; or, en lui supposant pour valeur primitive $0'',1$, ce qui est supérieur à la réalité, on voit qu'il est devenu au moins *vingt fois plus grand.* Pour l'*observation des systèmes binaires, le spectroscope occupe donc de beaucoup le premier rang parmi les appareils micrométriques.*

Soleil ; de sorte que si l'on suppose trois corps en présence, on aura

$$MR + m_1 r_1 + m_2 r_2 = T(M + m_1 + m_2),$$

d'où

$$R = \frac{M + m_1 + m_2}{M} T - \frac{m_1 r_1 + m_2 r_2}{M},$$

et les vitesses r_1 et r_2 variant toutes deux suivant une loi sinusoïdale et le premier terme étant constant, on aura

$$R = C + A \sin nt + B \sin n' t'.$$

Un nombre suffisant d'observations convenablement choisies ferait connaître C', n et n'.

(¹) H.-C. Vogel, *Auf das spectrum von α Aquilae and seine Geschwindigkeit längs Zielenslinie* (*Sitzungsberichte der Berlinen Akademie*, 7 novembre 1898).

(²) Pritchard, *Note on the parallax of β Aurigæ* (*Monthly Notices of the Royal astronomical Society*, vol. LI, p. 310). Cette détermination a été faite par la Photographie.

CHAPITRE XVII.

ÉTOILES DOUBLES PHOTOMÉTRIQUES A VARIATIONS LUMINEUSES DISCONTINUES.

Lorsque nous nous sommes occupé des étoiles variables, nous avons réservé l'étude des étoiles à courte période, nous contentant alors d'indiquer qu'on les avait partagées jusqu'ici en deux classes différentes, celles du *type Algol* et celles du *type β Lyre*.

Ainsi que nous l'avons dit et comme nous le démontrerons plus loin, ces étoiles sont en réalité doubles : c'est à l'éclipse partielle ou totale de l'une d'elles par l'autre que sont dues leurs variations apparentes d'éclat; et, puisque c'est par des mesures d'éclat qu'on a découvert d'abord l'existence de ces systèmes binaires, il est naturel de les appeler, comme nous le faisons, *étoiles doubles photométriques*. Les étoiles du *type Algol* sont alors des *étoiles doubles photométriques à éclat le plus souvent constant avec des variations lumineuses discontinues* et celles du *type β Lyre* des *étoiles doubles photométriques à variations lumineuses continues*.

I. — Histoire d'Algol (gr. 2,3 à 3,5).

375. *Durée de la période, ses inégalités.* — La variabilité de cette étoile fut signalée pour la première fois en 1669 par Montanari. En 1692, 1693 et 1694, Maraldi la constata de nouveau à plusieurs reprises, et lui assigna à différentes dates les grandeurs 4, 3 et 2.

Mais c'est seulement en 1782, plus d'un siècle après la première constatation, que Goodricke fit connaître la loi très remarquable

de ses variations d'éclat : elles sont fréquentes, mais de peu de durée; après être resté constant et égal à celui de β Cassiopée, pendant deux jours et douze heures, l'éclat d'Algol varie pendant environ neuf heures, intervalle pendant lequel l'étoile passe de la 2e à la 4e grandeur, son éclat étant alors un peu inférieur à celui de δ Persée, le minimum dure environ dix-huit minutes, après quoi l'éclat augmente progressivement jusqu'à redevenir égal à celui de β Cassiopée, éclat qu'elle conserve encore pendant deux jours et demi, et ainsi de suite. Parmi les astronomes qui se sont le plus occupés de cette curieuse étoile, nous citerons Wurm, qui l'a suivie assidûment de 1783 à 1825, et, en ce siècle, Argelander (1842 à 1866), Schmidt (1846 à 1883) auquel on doit l'observation de 250 minima, Schönfeld (1854-1874) et enfin Pickering, Loomis et Chandler, dont les travaux d'ailleurs fort importants sont surtout théoriques.

Comme conclusion de la discussion qu'il fit de toutes les observations antérieures, Argelander (1) avait annoncé que l'intervalle de deux minima successifs diminue progressivement depuis les premières déterminations faites par Goodricke. Peu après, F. Loomis confirma cette assertion, ainsi que le montre la liste suivante, publiée par lui, des périodes moyennes aux différentes dates depuis la découverte (2), et où nous n'avons inscrit que l'excès de ces périodes sur $2^j\,20^h\,48^m$:

1784 Mai	27.....	59,416 s	1849 Juin	17.....	54,861 s
1788 Déc.	19.....	58,737	1851 Déc.	8.....	53,206
1793 Juill.	11.....	58,393	1855 Mars	9.....	52,125
1805 Nov.	25.....	58,454	1856 Déc.	27.....	54,312
1818 Avril	12.....	58,193	1859 Janv.	3.....	50,901
1830 Juill.	1.....	57,971	1861 Janv.	9.....	53,865
1842 Sept.	19.....	55,182	1863 Mai	29.....	56,191
1846 Févr.	1.....	53,448	1866 Févr.	21.....	53,014

Quelques années plus tard, Pickering (3) arriva à une conclu-

(1) *Astronomische Beobachtungen zu Bonn*, vol. VII, p. 343 et suiv.

(2) F. Loomis, *Periodic stars;* Göttingen, 1869.

(3) E. Pickering, *Dimension of the fined Stars, with especial reference to Binaries and Variation of the Algol Type* (*Proceedings of the American Academy of Arts and Sciences*, vol. VIII, p. 1 et suiv.; 1881).

sion analogue en ajoutant aux observations précédentes celles faites jusqu'en 1879. Sa discussion s'étend ainsi à 12145 périodes dont il partage les valeurs en 30 groupes qu'il combine par un procédé graphique et dont il déduit ensuite par interpolation les valeurs suivantes :

1780.....	58s,6	1840.....	56s,6
1790.....	38,6	1850.....	53,7
1800.....	58,5	1860.....	53,3
1810.....	58,5	1870.....	53,0
1820.....	58,4	1880.....	52,7
1830.....	58,3		

Les résultats obtenus par ces deux astronomes paraissent donc indiquer clairement la diminution graduelle trouvée par Argelander; en outre, ils montrent tous deux que de 1830 à 1860, vers 1840, la durée de la période jusqu'alors constante de $2^j 20^h 48^m 58^s,5$ paraît avoir éprouvé un changement brusque d'environ $0^s,3$ par an, soit environ $0^s,0025$ par période; mais, tandis que d'après Loomis, le minimum de la période aurait eu lieu vers 1860 et que, depuis lors, celle-ci irait en augmentant, d'après Pickering, au contraire, au changement brusque d'entre 1840 et 1850 a succédé une période de durée sensiblement constante et égale à

$$2^j 20^h 48^m 53^s,2.$$

Ces divergences ont engagé Chandler à reprendre l'étude de cette question : à l'aide de 684 minima, dont le premier est de 1783 et le dernier de 1887, cet astronome (¹) a montré que les inégalités cumulatives d'Argelander n'existaient pas, que les seules réelles étaient périodiques et telles que l'époque d'un minimum de rang n est donnée par l'expression

$$\begin{aligned} t = {} & 1888.\ \text{Janv. } 3\ 7^h 30^m 50^s,25\ (\text{T. M. P.}) \\ & + 2^j 20^h 48^m 55^s,425 \times n \\ & + 173^m,3 \sin\left(\tfrac{1}{50} n + 202^\circ 30'\right) \\ & + 18^m,0 \sin\left(\tfrac{3}{50} n + 203^\circ 15'\right) \\ & + 3^m,5 \sin\left(\tfrac{1}{6} n + 90^\circ 20'\right), \end{aligned}$$

(¹) CHANDLER, *On the period of Algol* (*Astronomical Journal*, nos 165 à 167; 1888).

d'où l'on conclut pour la durée de la période

$$\begin{aligned} P = 2^j 20^h 40^m 55^s,425 &+ 3^s,6296 \sin(111^\circ 7 - \tfrac{1}{50} n) \\ &+ 1^s,4137 \sin(\ \ 7^\circ 5 - \tfrac{3}{40} n) \\ &+ 0^s,6109 \sin(\ 68^\circ\ - \tfrac{1}{6} n\ ). \end{aligned}$$

Il convient d'ailleurs, à cause de l'incertitude de leur détermination, de laisser de côté les deux derniers termes de ces expressions et de les réduire à

$$T = T_0 + 2^j 20^h 48^m 55^s.425 \times n + 173^m,3 \sin(202^\circ 30' + \tfrac{1}{50} n).$$
$$P = P_0 + 3^s,6296 \sin(111^\circ 7' - \tfrac{1}{50} n).$$

En outre, on met souvent la première sous la forme

$$T = T_0 + P_0 x + 173^m \sin(202^\circ 30' + 2^\circ 55 \times t),$$

où t est exprimé en années; d'après cette formule, la période de l'inégalité serait d'environ cent quarante ans.

376. *Variations d'éclat.* — La marche des changements d'éclat est également fort intéressante et a été étudiée par Argelander, Schmidt et Schönfeld; Argelander et Schönfeld ont suivi la même méthode, celle des degrés; Schmidt, au contraire, n'a employé qu'une seule étoile de comparaison, δ Persée; il élimine ainsi toute erreur pouvant provenir de la détermination de son éclat, mais par contre les différences avec la variable sont souvent trop grandes pour que la courbe de lumière soit bien déterminée. Les résultats de Schönfeld, qui sont les plus importants, ont été obtenus à l'aide de neuf étoiles de comparaison enserrant fort étroitement les variations lumineuses de β Persée et de plus distribuées presque symétriquement par rapport à elle ([1]).

En 1881, Pickering a réuni toutes ces observations dans une discussion fort soignée; les nombres résultant de cette étude et exprimés en degrés sont inscrits dans le Tableau suivant :

([1]) Ce sont : γ Andromède, ι Cocher, β Bélier, γ et ε Persée, β Triangle δ Persée, α Triangle et ν Persée.

Temps compté à partir du minimum.	Grandeur en degrés avant le minimum.	Grandeur en degrés après le minimum.	Temps compté à partir du minimum.	Grandeur en degrés avant le minimum.	Grandeur en degrés après le minimum.
h m			h m		
4.45.....	20.80	20.80	2.15.....	16.45	14.60
4.30.....	20.70	20.75	2. 0.....	15.28	13.17
15.....	20.50	20.56	1.45.....	13.83	11.45
4. 0.....	20.24	20 23	30.....	12. 5	9.81
3.45.....	19.94	19.76	1.15.....	10.18	8.55
30.....	19.59	19.19	1. 0.....	8.48	7.60
15.....	19.18	18.50	0.45.....	7.15	6.83
3. 0.....	18.68	17.71	30.....	6.26	6.20
2.45.....	18.06	16.81	15.....	5.88	5.73
30.....	17.35	15.78	0. 0.....	5.56	5.56

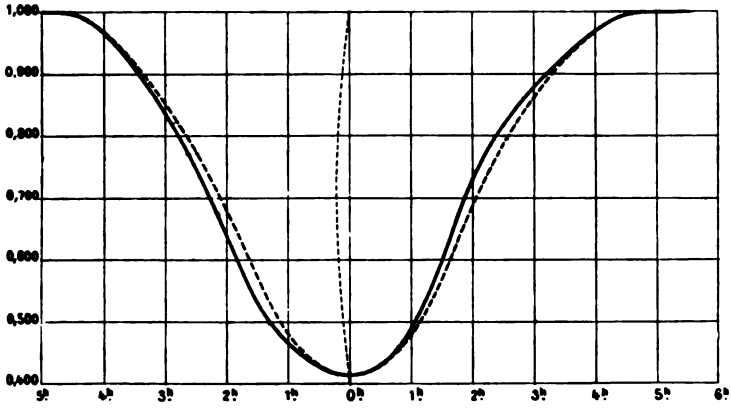
D'après Pickering, la durée probable de la variabilité serait de neuf heures douze minutes; d'autre part, si l'on adopte l'heure du minimum donnée par Schönfeld, les deux parties de la courbe de lumière, l'une décroissante et l'autre croissante, quoique d'égale durée, $4^h 6^m$, ne sont pas rigoureusement symétriques, et cette dissymétrie s'accuse dans les portions voisines de leur milieu, le décroissement étant plus lent que l'accroissement à égale distance horaire du minimum, de sorte que l'éclat est généralement plus grand à distance égale avant le minimum qu'après; la diminution la plus rapide a lieu à $1^h 26^m$ avant le minimum alors que l'étoile est devenue un peu plus faible que la moyenne de γ et ε Persée; l'accroissement le plus rapide correspond à fort peu près au même éclat, à $1^h 47^m$ après le minimum.

Afin de rendre ces variations plus apparentes, on a traduit les nombres de Schönfeld en intensités lumineuses d'après la formule de Pogson, la lumière maximum étant prise pour unité : le Tableau suivant renferme les nombres ainsi obtenus et leur moyenne arithmétique : ils sont représentés graphiquement dans la *fig.* 60, où la ligne noire se rapporte aux nombres observés, la ligne ponctuée aux moyennes arithmétiques et où les lignes centrales joignent les moyennes des heures correspondant au même éclat dans les deux courbes.

Heure.	Intensité lumineuse avant.	après.	Moyenne.
h			
4,6	1,0000	1,0000	1,0000
4,5	0,9943	0,9972	0,9958
4,0	9683	9778	9731
3,5	9328	9064	9196
3,0	8851	8371	8611
2,5	8200	7490	7845
2,0	7278	6446	6862
1,5	6044	5312	5678
1,0	4920	4677	4799
0,5	4330	4315	4323
0,0	0,4159	0,4159	0,4159

L'examen du Tableau et de la courbe montre bien la dissymétrie des deux branches ; cependant on en déduit aussi qu'il suffirait d'avancer le minimum de huit minutes et de réduire la durée de chaque demi-période à quatre heures quarante-cinq minutes

Fig. 60.



pour rendre les deux courbes absolument symétriques. Or, d'une part, la différence d'estime dans la comparaison à des étoiles constantes d'une étoile variable dans la période où son éclat diminue et dans celle où il augmente, et d'autre part l'incertitude de l'instant précis où elle atteint son éclat constant, semblent pouvoir autoriser ces légers changements ; Schönfeld adopte donc

pour courbe de variation d'Algol la courbe moyenne et conclut que l'hypothèse d'un changement parfaitement régulier de sa lumière représente suffisamment les observations.

Nous ferons remarquer d'ailleurs que d'après le Tableau précédent l'éclat minimum est moindre que la moitié de celui que possède l'étoile pendant l'intervalle où il est constant, et nous ajouterons qu'aucun des nombreux observateurs qui ont étudié cette étoile n'a constaté la moindre fluctuation pas plus dans sa lumière minimum que dans sa lumière maximum.

377. *Changement dans la durée de la période de variation d'éclat.* — Un autre fait important à signaler est le changement observé, dans la durée de la période de variation d'éclat, depuis le commencement de ce siècle. Wurm donna, en effet, comme valeur de cette durée à l'époque 1800, le nombre

$$6^h,5;$$

tandis que Schönfeld a déduit de ses observations, et pour 1874, la valeur

$$9^h,2.$$

Nous reviendrons plus loin sur ce sujet.

378. *Théories émises sur les variations d'éclat d'Algol. — Goodricke, Bouillaud, de Maupertuis, Zöllner, Pickering.* — Le fait saillant de l'histoire d'Algol est la régularité mathématique de ses variations d'éclat, régularité telle qu'en 1842 (¹) Arago disait en parlant d'elles : « Nous voilà presque arrivés à la précision dont les observations des éclipses des trois derniers satellites de Jupiter sont susceptibles. Rien n'empêchera donc que nous ne reproduisions, à l'aide des observations d'Algol, les combinaisons qui conduisirent Rœmer à la détermination de la vitesse de la lumière. »

Cette régularité avait déjà frappé Goodricke et, en 1782, il pensait ne pouvoir en rendre compte que par un phénomène mécanique extérieur à l'étoile et l'expliquait par l'association à

(¹) *Annuaire du Bureau des Longitudes* pour 1842.

l'étoile principale d'un compagnon obscur qui, dans son mouvement de révolution autour d'elle, l'éclipserait périodiquement.

Avant lui, Bouillaud (1667) (1) avait proposé d'expliquer les variations périodiques d'éclat qu'on avait constatées dans certaines étoiles, dont Algol, en admettant que leurs surfaces ne sont point uniformément lumineuses, de sorte que, par leur rotation autour d'un axe convenable, elles nous présenteraient à intervalles équidistants des portions de leurs disques douées de pouvoirs éclairants différents.

Pour de Maupertuis (1734) (2), ces étoiles avaient une forme très différente de la sphère, ressemblaient plutôt à des sortes de meules et, se présentant à nous tantôt par la tranche, tantôt par leur grande surface, avaient ainsi des éclats apparents périodiquement variables.

Ces spéculations furent longtemps abandonnées et la recherche de la cause de ces variations d'éclat ne fut guère reprise sérieusement que dans la seconde moitié du siècle actuel.

Dans ses célèbres *Recherches photométriques* (3), Zöllner adopte l'opinion de Bouillaud et développe en détail la théorie qui en résulte, théorie connue sous le nom de *Fleckentheorie*. D'après lui, toutes ces étoiles, exagérant ce que l'on constate sur le Soleil, auraient leurs disques partagés par des taches de grande étendue et permanentes, et par suite de leur rotation offriraient à l'observateur des éclats périodiquement variables.

En 1880, E.-C. Pickering (4) reprend l'étude complète de ce problème. Il adopte la théorie de Goodricke pour Algol et les étoiles dont les variations offrent les mêmes caractères, celle de Zöllner pour les variables du type β Lyre.

Utilisant les courbes de lumière données par Argelander et ses

---

(1) Ismaelis Bullialdi, *De stella nova, quæ in collo ceti ante annos aliquot visa est* (Paris, 1867).

(2) De Maupertuis, *Sur les figures des corps célestes* (Paris, 1734).

(3) Zöllner, *Photometrische Untersuchungen mit besonderer Rücksicht auf die physische Beschaffenheit der Himmelskörper* (Leipzig, 1865).

(4) E. C. Pickering, *Dimension of the Fixed stars with especial reference to binaries and variable of the Algol type.*

E.-C. Pickering, *Variable stars of short Period* (*Proceedings of the American academy of Arts and Sciences*, vol. XVI, p. 1 et suiv., p. 257 et suiv.).

successeurs, il détermine dans le premier Mémoire les éléments de l'orbite et les dimensions relatives du compagnon inconnu d'Algol; dans le second, il cherche à mesurer les étendues relatives des taches permanentes qui devraient exister sur ζ Gémeaux, β Lyre, η Aigle et δ Céphée. Le mélange de ces deux modes d'explication jeta malheureusement un peu de discrédit sur le premier Mémoire, pourtant si remarquable, de Pickering.

Ainsi, en 1889, dans sa Thèse inaugurale, fort complète et fort documentée, où il étudie comparativement sur Algol les théories de Zöllner et de Pickering [1], J. Harting arrive à cette conclusion que pour Algol *la Théorie des satellites* (*Trabantentheorie*) *est fausse*. Il avait d'ailleurs affirmé précédemment que la *Théorie des taches* (*Fleckentheorie*) *rendait parfaitement compte de toutes les variations photométriques*.

Cette question était donc de nouveau remise en suspens; mais le doute ne fut pas de longue durée. Quelques mois après la publication du Mémoire d'Harting, Vogel démontrait par des observations spectroscopiques indiscutables qu'Algol formait réellement un système binaire, dont les éléments concordaient suffisamment avec ceux donnés neuf ans plus tôt par Pickering.

Ce dernier astronome renonça d'ailleurs bientôt après à faire intervenir la théorie des taches pour l'explication de la variabilité des étoiles à courte période; la majorité des astronomes se rallia dès lors peu à peu à l'idée de les considérer toutes comme des systèmes binaires et de chercher dans les occultations réciproques de leurs composantes la cause principale de leurs variations d'éclat.

379. *Solution approchée de Pickering.* — Étant donné le mode de variation lumineuse d'Algol, on ne peut évidemment avoir affaire qu'à l'occultation à la conjonction inférieure de l'étoile principale par un satellite obscur; et, de plus, cette occultation, ne devant produire qu'une seule oscillation lumineuse aboutissant à un minimum, ne peut être que partielle.

D'ailleurs les éclats successifs, dépendant de la portion de sur-

---

[1] J. Harting, *Untersuchungen über den Lichtwechsel des Sternes β Persei* (München, 1889).

face occultée correspondent évidemment à des distances angulaires variables du compagnon à l'étoile principale; le problème à résoudre pour déterminer l'orbite du compagnon est donc celui « d'un système binaire dans lequel on connaît la durée de la période, ainsi qu'un certain nombre de distances, mais dont on n'a aucun angle de position. Sa solution complète est l'œuvre de l'avenir lorsqu'on disposera d'un assez grand nombre d'observations d'Algol ou d'étoiles analogues. Actuellement, il convient de se borner à une solution approchée ».

La solution de Pickering repose sur les conditions suivantes :

1° Les deux étoiles sont sensiblement sphériques;

2° L'étoile principale est uniformément lumineuse;

3° Le compagnon est uniformément obscur;

4° Au maximum de l'éclipse, le compagnon est tangent intérieurement à l'étoile principale.

La première condition doit être considérée comme très probable, la seconde et la troisième s'imposent; quant à la quatrième, c'est un simple artifice de calcul permettant d'avoir une notion approximative du système binaire inconnu; mais les valeurs auxquelles elle conduira pour le rapport des rayons des deux composantes et l'inclinaison du plan de l'orbite sur la ligne de visée ne sont que des limites minima.

380. *Orbite circulaire du compagnon. Dimensions et masses relatives.* — Supposons pour simplifier que l'orbite relative du compagnon soit circulaire; sur un plan perpendiculaire à la ligne de visée avec lequel elle fait un angle i, cette orbite se projettera suivant une ellipse d'autant plus allongée que le plan de l'orbite sera moins incliné par rapport à cette ligne et dont les axes sont le rayon a de l'orbite circulaire et la distance apparente D_0 des centres des deux étoiles au moment du maximum de l'éclipse, c'est-à-dire la distance des centres des deux cercles suivant lesquels elles se projettent sur le plan ci-dessus lorsque le cercle projetant le compagnon est tangent intérieurement au cercle projetant l'étoile principale. Prenons d'ailleurs pour unité le rayon de l'étoile principale et dans le plan de projection deux axes rectangulaires ayant son centre pour origine et dont l'axe des x soit la ligne des nœuds; par rapport à ces axes, l'équation

de l'orbite apparente du compagnon est

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{D_0^2} = 1,$$

où

$$D_0 = a \cos i.$$

Soient, d'autre part, P la durée actuelle de la période, 2θ celle de la variation lumineuse et comptons les longitudes w dans l'orbite à partir du maximum de l'éclipse; au commencement et à la fin de l'éclipse (premier et deuxième contact extérieur des deux disques) les longitudes du centre du compagnon seront

$$w_1 = \frac{\theta}{P} 360^\circ, \qquad w_2 = 360^\circ \left(1 - \frac{\theta}{P}\right),$$

et ses coordonnées à l'entrée w_1,

$$x = a \sin w_1, \qquad y = D_0 \cos w_1;$$

d'où, si k est le rayon du compagnon en fonction de celui de l'étoile principale, puisque alors la distance des centres est égale à la somme des rayons, on a

$$(1 + k)^2 = x^2 + y^2 = a^2 \sin^2 w_1 + D_0^2 \cos^2 w_1.$$

Or, si q est l'intensité lumineuse au moment du minimum, rapportée à l'intensité constante donnée par l'étoile principale, $1 - q$ est évidemment celle que produirait un disque lumineux de même éclat que l'étoile principale et de rayon k, de sorte que

$$k = \sqrt{1 - q};$$

d'un autre côté, d'après notre hypothèse,

$$D_0 = 1 - k.$$

En remplaçant, il vient donc

$$(1 + \sqrt{1 - q})^2 = a^2 \sin^2 w_1 + (1 - \sqrt{1 - q})^2 \cos^2 w_1,$$

d'où

$$a^2 = \frac{(2 - q) \sin^2 w_1 + 2\sqrt{1 - q}\,(1 + \cos^2 w_1)}{\sin^2 w_1},$$

et ensuite i par

$$\cos i = \frac{1 - k}{a}.$$

On a ainsi des valeurs approchées des dimensions relatives des étoiles et de leur rapport à la distance qui les sépare. On peut aller plus loin; supposons, en effet, que les deux composantes aient même densité, le rapport de leurs masses M et M′ sera

$$\frac{M'}{M} = k^3,$$

et si d et d' sont leurs distances au centre de gravité commun, c'est-à-dire les rayons des orbites supposées circulaires que chacune d'elles décrirait autour de lui, on aurait

$$\frac{d}{d'} = \frac{M'}{M} = k^3,$$

d'où, avec $d + d' = a$,

$$d' = \frac{a}{1+k^3}, \qquad d = \frac{ak^3}{1+k^3}.$$

381. *Résultats numériques. Représentation graphique.* — Ainsi la connaissance de la durée de la période et de celle de l'éclipse, ainsi que des éclats minimum et constant suffiraient, avec les hypothèses que nous avons admises, pour obtenir l'inclinaison et le grand axe de l'orbite, ainsi que le rapport des dimensions et des masses des deux composantes du système binaire considéré.

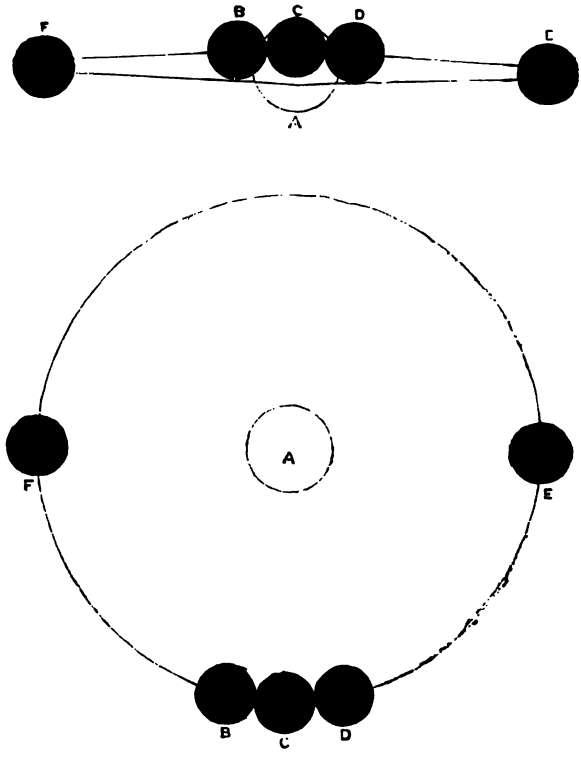
Appliqué à Algol, ce calcul donne

$$k = 0,764, \quad D_0 = 0,254 \quad \omega_1 = 27^\circ, \quad \omega_2 = 337^\circ, \quad n = 5^\circ,023,$$
$$a = 4,480, \quad D_0 = 0,236, \quad i = 87^\circ,$$
$$\frac{M}{M'} = 0,446, \quad d' = 0,76\,a, \quad d = 0,34\,a.$$

La *fig.* 61 représente, avec leurs dimensions relatives, l'orbite réelle, l'orbite apparente, les deux composantes et leurs projections sur le plan de cette dernière. D'ailleurs, la grandeur stellaire d'Algol étant 2,3, cette étoile aurait, si son éclat intrinsèque était égal à celui du Soleil (n° 200), un diamètre angulaire égal à $0'',0053$; le diamètre de l'orbite relative du satellite serait alors $0'',028$ et comme, dans la *fig.* 61, $0'',01 = 3^{cm}$, cette figure, éloi-

gnée à la distance de 69^{km}, aurait les mêmes dimensions apparentes que le système d'Algol vu de la Terre.

Fig. 61.



382. *Confirmation expérimentale. Vogel.* — La théorie de Pickering reçut bientôt une confirmation éclatante.

En 1889, en effet, C. Vogel montra que si, au minimum et au milieu de l'intervalle entre deux minima successifs, les raies spectrales d'Algol coïncident avec les raies correspondantes données par un tube de Geissler contenant de l'hydrogène raréfié, elles dévient vers le rouge un quart de période avant le minimum et vers le violet au contraire un quart de période après; de sorte que pendant deux intervalles d'éclat constant successifs la vitesse radiale de l'étoile tantôt est dirigée vers nous, tantôt, au contraire, éloigne l'étoile de nous, comme si cette dernière effectuait,

pendant la durée de sa période, une révolution entière autour d'un astre invisible pour nous. Ces observations sont résumées dans le Tableau suivant (¹) :

Temps moyen de Potsdam.			Distance au minimum.	Vitesse par rapport au ⊙.
		h	h	km
1888. Déc.	4.	6,6 après	11,4	—12,3
1889. Janv.	6.	5,7 avant	22,4	+18,2
Janv.	9.	5,5 avant	19,4	+48,0
Nov.	13.	9,3 après	13,3	—52,7
Nov.	23.	9,0 avant	22,3	+31,9
Nov.	26.	8,5 avant	19,6	+33,1

soit, en moyenne,

$$+39^{km},3 \text{ avant le minimum}$$
$$46^{km},0 \text{ après le minimum}$$

d'où l'on doit conclure à l'existence d'un mouvement orbital de même durée que la variabilité d'éclat et dont la vitesse moyenne serait de 42^{km}, le système tout entier se déplaçant suivant la ligne de visée avec une vitesse de $-3^{km},3$ (²).

383. *Éclats théoriques.* — Mais l'orbite ainsi calculée ne repose que sur deux mesures d'éclat ; il convient d'en corriger les valeurs à l'aide de toutes les données de l'observation.

Dans ce but, nous déterminerons d'abord quel est l'éclat théorique que l'occultation par un tel satellite donnerait à chaque instant de l'éclipse pour l'étoile principale.

Pour cela, soient (*fig.* 62) O et O′ les positions respectives des centres des projections des deux composantes à l'instant t de l'éclipse, les cercles qui ont ces points pour centres étant leurs disques apparents; la surface occultée par le compagnon sera égale à celle du segment doublement circulaire AMBN, et si $S = \pi$ est

(¹) C. Vogel, *Spectrographische Beobachtungen an Algol* (*Astronomische Nachrichten*, n° 2947).

(²) Si l'on se reporte à la valeur du mouvement tangentiel d'Algol (vol. I, p. 232), on verra que le mouvement de translation de cette étoile est presque absolument dirigé suivant la ligne de visée.

la surface de l'étoile principale, l'éclat actuel A sera

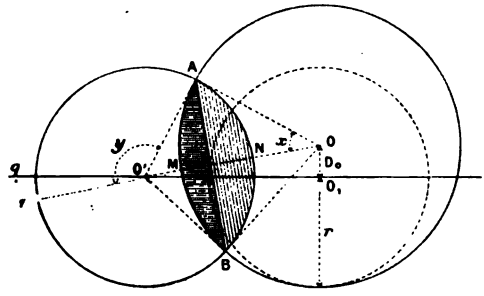
$$\frac{S - AMBN}{S} = 1 - \frac{AMBN}{S}.$$

Or

$$AMBN = AIBM + AIBN,$$

et si x et y sont les angles AOr et $AO'r$ de OA et O'A avec la

Fig. 62.



ligne OO' des centres, angles comptés dans le même sens et exprimés en arcs,

$$AIBM = \frac{1}{2}(2x - \sin 2x), \qquad AIBN = \frac{k^2}{2}[2\pi - (2y - \sin 2y)],$$

d'où

$$A = 1 - \frac{1}{2\pi}\left\{(2x - \sin 2x) + k^2[2\pi - (2y - \sin 2y)]\right\},$$

de sorte que si l'on pose

$$\pi(1 - A) = M,$$

la quantité à calculer dans chaque cas est

$$(1) \qquad M = \frac{1}{2}\left\{(2x - \sin 2x) + k^2[2\pi - (2y - \sin 2y)]\right\},$$

où x et y sont liées par la relation

$$(2) \qquad \sin x - k \sin y = 0.$$

D'ailleurs, depuis le commencement de l'éclipse jusqu'à son

maximum, y varie de π à o tandis que x ne peut dépasser une valeur limite correspondant au cas où le centre O′ étant sur la corde commune,

$$y = \frac{\pi}{2}$$

et, par suite,

$$\sin x = k, \qquad \text{soit, pour Algol,} \qquad x = 49^\circ 49'.$$

La formule (1) donnerait donc la suite des intensités lumineuses théoriques pendant toute la durée de l'éclipse, si l'on connaissait x à chaque instant de celle-ci. Mais dans l'orbite apparente, et à chaque instant t, on a, pour la distance D des centres des deux astres projetés

$$(3) \qquad D^2 = a^2 \sin^2 w + a^2 \cos^2 i \cos^2 w, \qquad w = \frac{t}{P} 360^\circ,$$

et, d'autre part (*fig.* 62),

$$(4) \qquad \cos x = \frac{1 + D^2 - k^2}{2D},$$

relations qui donneront la valeur de x correspondante à une valeur déterminée de t, et par suite permettront de calculer une éphéméride lumineuse théorique, que l'on emploiera ensuite pour corriger les éléments.

384. *Correction de ces éléments. Harting.* — 1° A l'aide de la formule (1), calculons les valeurs de M pour une série de valeurs de x croissant de $2^\circ,5$ en $2^\circ,5$ depuis l'angle 10° où M devient sensible jusqu'à $47^\circ,5$ et de $0^\circ,5$ en $0^\circ,5$ depuis cette valeur jusqu'au maximum $49^\circ,5$ [1]; de même E étant l'éclat observé au temps t, formons pour chacune des époques de la courbe de lumière (p. 181) les quantités $N = \pi(1 - E)$; nous aurons ainsi deux tables, l'une des M qui a pour argument x, l'autre des N qui a pour argument t; leur comparaison donnera par interpolation les valeurs de x qui correspondent aux différentes valeurs

[1] Ce resserrement de l'intervalle est rendu nécessaire par ce fait qu'au voisinage de x défini par $\sin x = k$, la fonction M croît beaucoup plus rapidement.

de t. La relation (4) ou celle équivalente

$$D = \frac{\sin(x+y)}{\sin x}$$

fera connaître ensuite la valeur de D qui convient à cette époque; après quoi, et par les relations (3), on aura, entre les inconnues a et i et des quantités connues, autant d'équations de la forme

$$D^2 = a^2 \sin^2 w + a^2 \cos^2 i \cos^2 w$$

qu'il y a d'époques dans la table de lumière; l'ensemble de ces équations, traité par la méthode des moindres carrés, donnera a et i. Harting a trouvé ainsi

$$(1) \qquad a = 4{,}3482, \qquad i = 86^\circ 5', \qquad \text{avec} \qquad k = 0{,}7643.$$

2° On peut procéder d'une manière différente : la valeur de k admise jusqu'ici repose sur l'hypothèse qu'au moment du minimum le satellite est projeté tout entier sur l'étoile principale, ce qui n'est pas vrai en général. Cette valeur de k n'est donc qu'approchée et les différences entre l'éphéméride lumineuse théorique et la courbe de lumière proviennent des erreurs des éléments k, a et i. Différentions les relations (1), (2), (3) et (4) ou son équivalente

$$D = \cos x \pm \sqrt{k^2 - \sin^2 x};$$

en y considérant x, y, a, i et k comme variables, nous aurons entre dx, dy, da, di et dk des relations qui nous permettront d'exprimer dx et dy en fonction de da, di et dk et, par suite, d'obtenir pour la différentielle dM une expression de la forme

$$(5) \qquad dM = A\,da + B\,di + C\,dk \quad (^1).$$

On aura autant de ces équations qu'on aura choisi d'époques dans la courbe de lumière : si l'on y remplace successivement dM par les écarts correspondant à ces époques entre l'éphéméride

(1) Il vaut mieux, dans la pratique, regarder comme variable $\cos^2 i$ ou simplement i^2 au lieu de i et mettre $B\,d(i^2)$.

lumineuse théorique et la courbe de lumière, on aura entre da, di, dk et des quantités connues une série d'équations linéaires qui, traitées par la méthode des moindres carrés, fourniront les valeurs les plus probables de ces corrections.

Cette seconde méthode a donné à Harting [1] les valeurs

$$\text{(II)} \qquad \begin{cases} k = 0{,}7610 \pm 0{,}0177, \\ a = 4{,}5187 \pm 0{,}1124, \\ i = 88^\circ 13' \pm 1^\circ 31'. \end{cases}$$

385. *Comparaison de la théorie à l'observation.* — Comparons maintenant les éphémérides lumineuses déduites des divers systèmes d'éléments, soit entre elles soit avec l'observation, c'est-à-dire à la courbe moyenne de Schönfeld et Pickering [2].

Le Tableau (p. 194) qui réunit ces données montre que les trois éphémérides que nous comparons à la courbe moyenne sont à fort peu près équivalentes, le maximum d'écart pour toutes étant d'environ *deux centièmes de grandeur;* l'éphéméride II d'Harting offre cependant une petite supériorité.

386. *Pour les éléments circulaires, la méthode simple de Pickering suffit. Emploi de la courbe réelle.* — Pour le calcul des éléments circulaires d'Algol, la méthode approchée de Pickering est donc bien suffisante; mais, si l'on veut avoir les éléments de l'orbite réelle, qui doit être elliptique, il paraît nécessaire de comparer l'éphéméride théorique non plus avec la courbe moyenne, mais bien avec la *courbe expérimentale* réelle de Schönfeld, courbe dont les deux branches sont dissymétriques par rapport au minimum.

---

(1) HARTING, *loc. cit.*, p. 46.

(2) La transformation des différences d'éclat en différences de grandeur se fait ici très simplement. Les nombres (O — C, relatif) sont en effet les rapports à l'éclat maximum $\frac{dE}{E}$, des différences constatées avec les éclats observés; les nombres (O — C, grandeur) sont les produits des précédents par $\frac{M}{a}$, où M est le module des logarithmes vulgaires, 0,434, et a la *constante photométrique* de la formule de Pogson (*voir* vol. I, p. 110).

Éphéméride.

Heure à partir du minimum.	Pickering.	O — C. Relatif.	O — C. Grandeur.	Harting I.	O — C. Relatif.	O — C. Grandeur.	Harting II.	O — C. Relatif.	O — C. Grandeur.
h 0,0.....	0,416	"	"	"	"	"	0,421	—0,005	+0,005
0,5.....	434	—0,000	+0,000	0,453	—0,021	+0,02	422	+0,010	—0,01
1,0.....	500	+0,020	+0,02	515	+0,035	+0,04	490	—0,010	+0,01
1,5.....	579	—0,013	+0,014	594	—0,026	+0,03	583	—0,015	+0,02
2,0.....	668	+0,017	—0,02	683	+0,003	—0,00	681	+0,005	—0,005
2,5.....	751	+0,011	+0,01	768	+0,017	—0,02	772	+0,023	—0,025
3,0.....	838	+0,023	+0,024	846	—0,015	+0,016	855	+0,006	—0,006
3,5.....	907	+0,013	+0,014	915	+0,005	—0,005	926	—0,006	+0,006
4,0.....	968	+0,005	—0,01	969	+0,004	—0,004	979	—0,006	+0,006
4,5.....	1,000	—0,004	0,00	1,000	—0,004	+0,004	1,000	+0,004	+0,004
4,6.....	1,000	"	"	1,000	"	"	1,000	"	"

Cette comparaison, faite avec l'éphéméride II d'Harting, nous conduit au Tableau suivant :

	O — C.			
	Avant.		Après.	
Heure.	Éclat.	Grandeur.	Éclat.	Grandeur.
h 4,6	0,0000	0,000	0,0000	0,000
4,5	—0,0057	+0,059	—0,0028	+0,010
4,0	—0,0114	+0,070	+0,0016	—0,010
3,5	+0,0068	—0,020	—0,0196	+0,009
3,0	+0,0299	—0,053	—0,0181	+0,020
2,5	+0,0478	—0,057	—0,0232	+0,020
2,0	+0,0473	—0,059	—0,0359	+0,047
1,5	+0,0216	—0,012	—0,0516	+0,078
1,0	+0,0117	—0,025	—0,0226	+0,051
0,5	+0,0110	+0,022	—0,0095	+0,024
0,0	0,0050	0,000	0,050	0,000

Le désaccord entre les nombres calculés et observés est ici beaucoup plus grand; il atteint parfois presque un dixième de grandeur; en outre, il est de signe inverse avant et après le maximum, les éclats observés étant dans la première partie de l'éclipse moindres que les éclats calculés, et leur étant au contraire supérieurs dans la seconde partie.

Cette dissymétrie relative de la courbe de lumière observée paraît pouvoir s'expliquer en supposant que l'orbite du compagnon est en effet elliptique et son grand axe incliné sur la ligne de visée; d'autre part, les différences de la courbe théorique et de la courbe observée doivent de leur côté pouvoir servir à déterminer les deux éléments correspondants, excentricité et position du périastre.

387. *Orbite elliptique. Pickering. Harting.* — Pour résoudre ce problème, Pickering a procédé par tâtonnements en se servant, pour les deux excentricités 0,0 et 0,5, de valeurs équidistantes du demi-grand axe comprises entre les limites possibles; il avait conclu de ce calcul qu'une orbite circulaire, avec une inclinaison de 87°,1, représentait mieux les phénomènes observés qu'une orbite elliptique d'excentricité 0,5.

Plus tard, Harting [1] compléta la méthode de Pickering; après avoir déterminé les limites possibles de l'excentricité et par suite de l'angle du périastre, il applique à certaines valeurs successives de cette excentricité les formules différentielles relatives à une orbite elliptique; calculant ensuite dans chaque cas une éphéméride lumineuse théorique, il détermine, au moyen de leurs différences avec la courbe de lumière observée, combinées par la méthode des moindres carrés, celui des systèmes d'éléments qui représente le mieux les observations d'éclats. Il arrive ainsi aux valeurs suivantes :

$a = 4,477$, $e = 0,1679$, $i = 86°0'$, $\lambda = 35°16'$ ou $215°16'$, $k = 0,769$.

On remarquera que les valeurs de l'inclinaison et du rapport des rayons diffèrent fort peu de celles qu'une orbite circulaire avait immédiatement données à Pickering (n° 381); et, à ce point de vue, les longs calculs que nous venons d'indiquer peuvent paraître à peu près inutiles.

		O — C.			
		Orbite elliptique.		Orbite circulaire II.	
t.	E.	Éclats.	Grandeurs.	Éclats.	Grandeurs.
—4h,5.....	0,9968	—0,0025	+0,0026	—0,0057	+0,0062
—4,0.....	0,9642	+0,0041	—0,0044	—0,0111	+0,0112
—3,5.....	0,9131	+0,0197	—0,0213	+0,0068	—0,0052
—3,0.....	0,8647	+0,0204	—0,0220	—0,0299	—0,0323
—2,5.....	0,7993	—0,0207	—0,0224	—0,0478	—0,0516
—2,0.....	0,7249	+0,0029	—0,0031	+0,0473	—0,0511
—1,5.....	0,6118	0,0074	—0,0080	—0,0216	—0,0233
—1,0.....	0,5129	—0,0209	—0,0223	+0,0017	—0,0018
—0,5.....	0,4460	—0,0130	+0,0140	—0,0110	—0,0012
0,0.....	0,4318	—0,0159	+0,0172	—0,0050	—0,0054
+0,5.....	0,4442	—0,0127	+0,0137	+0,0095	—0,0103
+1,0.....	0,4953	—0,0025	—0,0027	—0,0226	—0,0244
+1,5.....	0,5589	+0,0206	—0,0222	—0,0516	—0,0557
+2,0.....	0,6421	—0,0177	0,0191	—0,0359	—0,0388
+2,5.....	0,7284	—0,0178	—0,0192	—0,0232	+0,0260
+3,0.....	0,8194	—0,0159	—0,0172	—0,0181	+0,0195
+3,5.....	0,8886	+0,0037	—0,0040	—0,0196	—0,0212
+4,0.....	0,9619	+0,0276	—0,0298	—0,0016	—0,0017
+4,5.....	0,9935	+0,0277	+0,0299	—0,0028	+0,0031

[1] Harting, *loc. cit.*, p. 26 et suiv.

Le Tableau ci-contre, où les heures marquées du signe — précèdent le minimum d'éclat, réunit les intensités lumineuses observées (E) et leurs différences (O — C) avec celles calculées au moyen de ces nouveaux éléments et aussi de ceux de l'orbite circulaire II.

La comparaison avec les anciens écarts montre que la nouvelle courbe théorique est dans son ensemble bien plus approchée que la courbe dérivée de l'orbite circulaire II; les écarts n'y atteignent pas des valeurs aussi grandes, sauf au moment du minimum où la différence atteint deux centièmes de l'éclat maximum, et ils y ont un caractère plus systématique, l'éclat observé étant généralement plus grand que l'éclat calculé. On doit en conclure que, d'une part, l'inclinaison adoptée est trop faible, le plan de l'orbite devant être plus rapproché de la ligne de visée, et, d'autre part, que l'excentricité obtenue par Harting est trop forte.

Mais ces calculs sont longs et compliqués; de plus, leurs données ne reposent que sur l'étude d'une faible partie, le huitième, de l'orbite; d'autre part, les intensités lumineuses déduites des observations sont sujettes à des incertitudes provenant de l'estimation des grandeurs des étoiles de comparaison. Il est donc préférable de déterminer séparément et directement les valeurs de certains éléments à l'aide des observations de minima; leur réunion en groupes, séparés par d'assez longs intervalles, rend en effet insensible l'influence des incertitudes qui précèdent; on y arrive aisément à l'aide d'une méthode relativement simple due à Tisserand.

388. *Détermination directe de l'excentricité et du périastre. Tisserand* (1). — L'étoile et son compagnon se projettent suivant des cercles sur un plan Q perpendiculaire à la ligne de visée et le maximum de l'éclipse correspond au minimum de la distance D de leurs centres. Or, soit M la position du centre du compagnon sur son orbite à une époque t marquée par l'angle w que fait son rayon vecteur r avec la projection OX de la ligne de visée OT sur le plan de l'orbite, ou longitude comptée à partir de OX, laquelle

(1) TISSERAND, *Sur l'étoile variable β de Persée* (*Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, vol. LXX, p. 125 et suiv.).

diffère de 90° de la longitude vraie; on aura, en projetant M en P sur le plan Q,

$$r^2 = MP^2 + \overline{OP}^2 = \overline{MP}^2 + D^2.$$

Or, abaissons de P une perpendiculaire PI sur la ligne des nœuds et posons $\varphi = 90^\circ - i$, le triangle MPI donnera

$$MP = IM \cos\varphi.$$

D'ailleurs

$$IM = r \cos w,$$

d'où, en remplaçant

$$D^2 = r^2(1 - \cos^2 w \cos^2\varphi)$$

et si α est l'angle que fait le rayon du périastre avec OX, comme

$$r = \frac{a(1-e^2)}{1 + e\cos(w - \alpha)},$$

on aura

$$(1) \qquad D = a(1-e^2)\frac{\sqrt{1 - \cos^2 w \cos^2\varphi}}{1 + e\cos(w-\alpha)}.$$

Différentions cette expression en y regardant D et w comme variables, et posons

$$\frac{dD}{dw} = 0,$$

nous aurons pour condition du minimum,

$$(\cos^2\varphi \cos w + e\cos\alpha)\sin w - e\sin^2\varphi \cos\alpha \cos w = 0.$$

Telle est l'expression générale; mais, φ étant toujours petit puisqu'il y a éclipse, le second terme est négligeable et la condition précédente devient

$$(2) \qquad (\cos^2\varphi \cos w + e\cos\alpha)\sin w = 0,$$

d'où

$$\sin w = 0 \qquad \text{ou} \qquad w = 2m\pi.$$

Les éclipses se produisent donc toujours sur la ligne de visée [1].

---

[1] On tire de l'équation générale

$$\operatorname{tang} w = -\frac{e\sin^2\varphi \cos\alpha}{\cos^2\varphi \cos w + e\cos\alpha},$$

D'autre part, e étant petit, l'expression de w comptée à partir de OX est en fonction de la longitude moyenne $(nt+c)=W$,

$$w = W + 2e\sin(W-\alpha),$$

d'où, avec la même approximation,

$$W = w - 2e\sin(w-\alpha),$$

et pour le maximum de l'éclipse

$$nt + c = 2m\pi + 2e\sin\alpha,$$

de sorte que l'époque d'un minimum quelconque d'Algol sera

$$t = -\frac{c}{n} + \frac{2m\pi}{n} + \frac{2e}{n}\sin\alpha,$$

ou, en posant $T_0 = -\frac{c}{n}$ et remplaçant n par sa valeur dans les deux autres termes,

$$(3) \qquad T = T_0 + mP + \frac{P}{\pi}e\sin\alpha.$$

Cette expression doit être identique à l'expression empirique déduite par Chandler (n° 375) de l'ensemble des observations

$$T = T_0 + mP + 173^m\sin(202^\circ 30' + 2^\circ 55' \times t),$$

on a donc pour l'époque $T_0 = 1888.\text{Janv.}3.7^h 36^m 30^s,25$,

$$173^m = e\frac{P}{\pi}, \qquad \text{d'où} \qquad e = 0,132$$

et

$$\alpha = 202^\circ 30'.$$

On remarquera que l'excentricité ainsi obtenue est plus faible que celle donnée par Harting d'environ un quart de sa valeur.

389. *Valeurs approchées des autres éléments. Éclats théoriques provisoires.* — Le problème à résoudre est de calculer avec ces éléments l'éclat théorique à tout instant t de l'éclipse.

---

ou, en augmentant la valeur de w,

$$\operatorname{tang} w = \frac{e\sin^2\varphi\cos\alpha}{\cos^2\varphi + e\cos\alpha}.$$

Or, pour $\varphi = 13^\circ$ et $e = 0,1$, on tire de là

$$\operatorname{tang} w = 0,006 \qquad \text{et} \qquad w = 20'.$$

A cet instant t correspondront une longitude w

$$(1) \qquad w = W + 2e \sin(W - \alpha),$$

une distance D

$$(2) \qquad \frac{D}{a} = (1 - e^2) \frac{\sqrt{1 - \cos^2 w \cos^2 \varphi}}{1 + e \cos(w - \alpha)},$$

et des angles x et y donnés par

$$(3) \qquad \cos x = \frac{\left(\frac{R}{a}\right)^2 + \left(\frac{D}{a}\right)^2 - \left(\frac{R'}{a}\right)^2}{2\left(\frac{D}{a}\right)\left(\frac{R}{a}\right)}, \qquad \frac{R}{a} \sin x - \frac{R'}{a} \sin y = 0,$$

de telle sorte que si nous connaissions $\frac{R}{a}$, $\frac{R'}{a}$ et φ nous aurions x et y, et par la formule (1) (p. 190) l'intensité lumineuse théorique correspondante. Mais, nous ne pouvons avoir de φ, $\frac{R}{a}$ et $\frac{R'}{a}$ que des valeurs approchées; on n'a, en effet, entre eux qu'une seule relation exacte et correspondant aux contacts externes d'entrée ou de sortie, par exemple

$$(4) \qquad \frac{R + R'}{a} = (1 - e^2) \frac{\sqrt{1 - \cos^2 w_1 \cos^2 \varphi}}{1 + e \cos(w_1 - \alpha)};$$

pour cela, nous supposerons nulle l'inclinaison φ et, d'autre part, nous remplacerons R' par le rayon ρ_0 du cercle dont la surface serait égale à celle de la portion occultée lors du maximum de l'éclipse; ces deux rayons doivent d'ailleurs différer en général peu l'un de l'autre. Nous aurons alors, en appelant q l'éclat minimum estimé par rapport à l'éclat constant et R_0 la valeur approchée de R qui se déduit de ces hypothèses,

$$\frac{\pi R_0^2 - \pi \rho_0^2}{\pi R_0^2} = q \quad \text{ou} \quad \frac{\frac{\rho_0}{a}}{\frac{R_0}{a}} = \sqrt{1 - q} = C,$$

et

$$\frac{R_0 + \rho_0}{a} = (1 - e^2) \frac{\sin w_1}{1 + e \cos(w_1 - \alpha)} = B,$$

d'où, par suite,

$$\frac{\rho_0}{a} = \frac{BC}{1 + C}, \qquad \frac{R_0}{a} = \frac{B}{1 + C}.$$

R_0 n'est pas la valeur exacte du rayon de l'étoile principale, mais une valeur un peu trop grande, tandis que ρ_0 est moindre que R'; mais elles fournissent une valeur approchée φ_0 de l'inclinaison, celle donnée par

$$\cos\varphi_0 = \frac{R_0}{a} - \frac{\rho_0}{a}.$$

Prenons maintenant comme unité de longueur le demi-grand axe de l'orbite relative du compagnon et conservons aux lettres leurs significations; nous aurons comme première solution approchée du problème les équations

$$(5)\quad \left\{\begin{aligned} &w = W + 2e\sin(W-\alpha), \qquad D = (1-e^2)\frac{\sqrt{1-\cos^2 w\cos^2\varphi_0}}{1+e\cos(w-\alpha)},\\ &\cos x = \frac{R_0^2 + D^2 + \rho_0^2}{2R_0 D}, \qquad R_0\sin x - \rho_0\sin y = 0,\\ &R_0 = \frac{B}{1+C}, \qquad \rho_0 = \frac{BC}{1+C}, \qquad \cos\varphi_0 = R_0 - \rho_0,\\ &M = \frac{1}{2}[R_0^2(2x - \sin 2x) + \rho_0^2[2\pi - (2y - \sin 2y)], \end{aligned}\right.$$

qui permettront de calculer une éphéméride lumineuse théorique provisoire, de demi-heure en demi-heure par exemple, pendant toute la durée de l'éclipse.

390. *Deuxième approximation des autres éléments. Utilisation de la courbe de lumière.* — L'éphéméride ainsi obtenue diffère nécessairement de la courbe de lumière observée, et les différences qu'elles présentent peuvent servir à corriger certains des éléments précédents; nous regarderons, en effet, comme exacts e et α dont les valeurs dérivent de la totalisation d'un grand nombre de périodes.

Ceci posé, nous avons les équations

$$R\sin x - R'\sin y = 0, \qquad R\cos x - R'\cos y = D,$$

$$D = (1-e^2)\frac{\sqrt{1-\cos^2 w\cos^2\varphi}}{1+e\cos(w-\alpha)},$$

$$R + R' = (1-e^2)\frac{\sqrt{1-\cos^2 w_1\cos^2\varphi}}{1-e\cos(w_1-\alpha)},$$

$$M = 1 - q = R^2(2x - \sin 2x) + R'^2(2y - \sin 2y),$$

d'où, en différentiant par rapport à R, R′, φ, x et y et posant pour abréger

$$\frac{1-e^2}{1+e\cos(w-\alpha)}\,\frac{\cos^2 w\sin\varphi\cos\varphi}{\sqrt{1-\cos^2 w\cos\varphi}}=\mathrm{A},$$

$$\frac{1-e^2}{1+e\cos(w_1-\alpha)}\,\frac{\cos^2 w_1\sin\varphi\cos\varphi}{\sqrt{1-\cos^2 w_1\cos\varphi}}=\mathrm{A}_1,$$

$$d\mathrm{R}+d\mathrm{R}'=\mathrm{A}_1\,d\varphi,$$

et à la condition de remplacer dans l'équation finale φ, R, R′, x et y par leurs valeurs tirées des équations (5), on aura

$$d\mathrm{R}\cos x-d\mathrm{R}'\cos y-\mathrm{A}\,d\varphi=\mathrm{R}\sin x\,dx-\mathrm{R}'\sin y\,dy,$$
$$d\mathrm{R}\sin x-d\mathrm{R}'\sin y=-\mathrm{R}\cos x\,dx+\mathrm{R}'\cos y\,dy;$$

d'où l'on déduit aisément

$$dy=\frac{1}{\mathrm{R}'\sin(x-y)}\left\{[1+\cos(x-y)]\,d\mathrm{R}-[\mathrm{A}_1\cos(x-y)+\mathrm{A}\cos x]\,d\varphi\right\},$$

$$dx=\frac{1}{\mathrm{R}\sin(x-y)}\left\{[1+\cos(x-y)]\,d\mathrm{R}-(\mathrm{A}_1+\mathrm{A}\cos y)\,d\varphi\right\},$$

et comme

$$\begin{aligned}\frac{d\mathrm{M}}{2}&=\mathrm{R}^2(1-\cos 2x)\,dx+\mathrm{R}'^2(1-\cos 2y)\,dy\\&\quad+[\mathrm{R}(2x-\sin 2x)-\mathrm{R}'(2y-\sin 2y)]\,d\mathrm{R}\\&\quad+\mathrm{A}_1\mathrm{R}'(2y-\sin 2y)\,d\varphi,\end{aligned}$$

il vient

$$\frac{d\mathrm{M}}{2}=\mathrm{G}\,d\mathrm{R}+\mathrm{H}\,d\varphi, \tag{6}$$

où G et H sont des fonctions connues des angles x et y et des éléments approchés

$$\mathrm{R}_0,\quad \rho_0\quad\text{et}\quad \varphi_0.$$

L'ensemble des équations relatives à chaque système de valeurs de x et de y, c'est-à-dire à chaque époque de l'éclipse, traité par la méthode des moindres carrés, donnera les valeurs les plus probables de $d\mathrm{R}$ et $d\varphi$ et, par suite, de $d\mathrm{R}'$ et enfin les valeurs les plus probables des éléments

$$\mathrm{R},\quad \mathrm{R}'\quad\text{et}\quad \varphi\qquad\text{ou}\qquad a,\quad k\quad\text{et}\quad i.$$

Ayant eu pour but principal de montrer comment la détermination séparée de e et α simplifie les opérations, nous n'avons pas

cru devoir reprendre avec ces formules le calcul numérique des éléments; il est clair d'ailleurs que les résultats nouveaux ne différeraient pas beaucoup de ceux que nous avons cités plus haut et que nous adoptons.

391. *Distance minimum des centres.* — Il convient de déterminer avec ces éléments et pour le milieu de l'éclipse la distance minimum D_0 réelle des centres des astres projetés; il suffit pour cela de porter la valeur $w = 2m\pi$ dans l'expression générale (2) (n° 389) et l'on aura

$$D_0 = \frac{a(1-e^2)\sin\varphi}{1+e\cos\alpha}.$$

Remplaçons les lettres par leurs valeurs du n° 387, il viendra

$$D_0 = 0,357$$

et, comme

$$1-k = 0,231,$$

on voit que la distance réelle des centres au moment du minimum de l'éclipse surpassera la différence des rayons de la fraction

$$0,126$$

du rayon de l'étoile principale. On a ainsi une idée plus complète des circonstances de l'éclipse, qui n'est que partielle.

392. *Dimensions linéaires. Diamètre apparent. Densité.* — Revenons en terminant sur les mesures de Vogel; elles ajoutent, en effet, à nos connaissances sur Algol un élément important, la valeur absolue de la vitesse orbitale moyenne du compagnon par rapport à Algol, vitesse qui permet de rapporter à l'unité astronomique les nombres relatifs obtenus plus haut (n° 387). La durée de la révolution donne alors immédiatement la valeur linéaire a du rayon de l'orbite relative, valeur d'où l'on déduit aisément toutes les autres. On a ainsi

	Kil.	Unité astronomique.
Distance des centres $= a$	5194000	0,033
Distance d'Algol au centre de gravité $= 0,34a$	1765000	0,011
Distance du compagnon au centre de gravité $= 0,76a$	3906540	0,022

Diamètre d'Algol	1706400^{km}	1,2 × diamètre du Soleil
Diamètre du compagnon .	1335000^{km}	diamètre du Soleil

Vitesse orbitale du compagnon.....	89^{km}
Vitesse orbitale d'Algol.....	43^{km}
Masse d'Algol.....	1,1 masse du Soleil
Masse du compagnon.....	0,5 masse du Soleil
Densité d'Algol.....	0,49
Densité du compagnon.....	0,38

Le système d'Algol se compose donc de deux corps à fort peu près de même dimension que notre Soleil, tournant l'un autour de l'autre dans des orbites très resserrées, dix fois plus étroites que l'orbite de Mercure; par rapport au diamètre de l'étoile principale, l'orbite du compagnon est intermédiaire entre celles des deux satellites de Mars et telle que le centre de gravité commun tombe à l'intérieur de l'étoile principale.

D'un autre côté, Pritchard a trouvé récemment [1] pour la parallaxe p d'Algol la valeur

$$p = 0'',0556,$$

et, comme

$$p = \frac{(a'')}{a},$$

on en déduit, pour valeur angulaire du demi-diamètre de son orbite,

$$0'',00188,$$

et enfin pour son diamètre apparent vu de la Terre,

$$0'',00084.$$

Cette donnée est importante, car elle ne provient que de résultats absolument expérimentaux et elle est la *première évaluation certaine du diamètre apparent d'une étoile*.

Ce résultat, appliqué à l'étoile la plus voisine de nous, α Centaure, dont la parallaxe est $0'',75$ et le diamètre réel sans doute sensiblement le même que celui d'Algol, lui assignerait un diamètre apparent de

$$0'',014,$$

nombre trois fois plus petit que la valeur maximum $0'',05$ admise par nous (n° 197) pour les diamètres apparents stellaires.

---

[1] *Astronomical observations made at the University observatory Oxford* (n° IV, 2e Partie, 1892). Cette mesure a été obtenue photographiquement.

D'un autre côté, le *diamètre équivalent* d'Algol

$$0'',00530$$

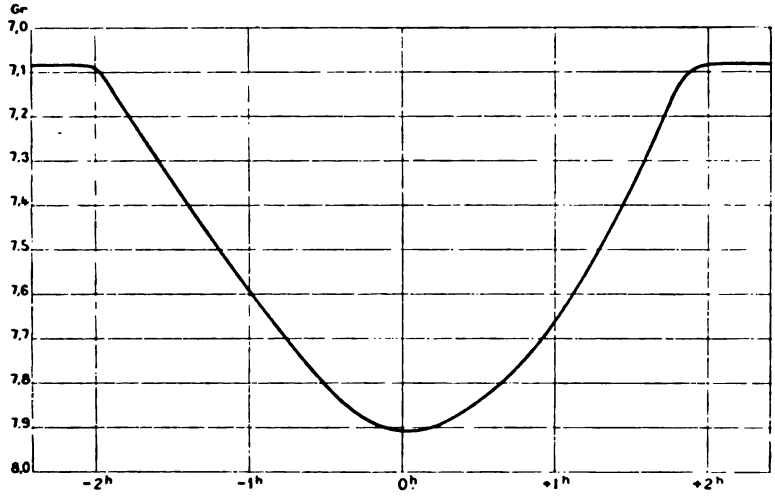
est à peu près six fois plus grand que son diamètre apparent calculé plus haut. On en conclurait donc, si l'on était sûr de l'exactitude de la grandeur stellaire du Soleil, que l'éclat intrinsèque d'Algol est environ quarante fois plus grand que celui du Soleil.

β Persée pourrait donc être considéré *comme le type des systèmes binaires à composantes comparables en masses et en dimensions dans lesquels l'étoile principale est très lumineuse, tandis que le compagnon est presque obscur et où la durée de révolution est excessivement petite.*

II. — Histoire de quelques étoiles de cette classe.

393. *Étoile* BD + 12°3557 ($7^{gr},1$ à $7^{gr},9$). — Cette étoile, de la constellation de l'Aigle, a été signalée par E. Sawyer puis par

Fig. 63.



M. Luizet (¹) comme étant une variable du type Algol; d'après ce

(¹) Luizet, *Sur l'étoile variable* BD + 12°3557 (*Astronomische Nachrichten*, n° 3596; 1899).

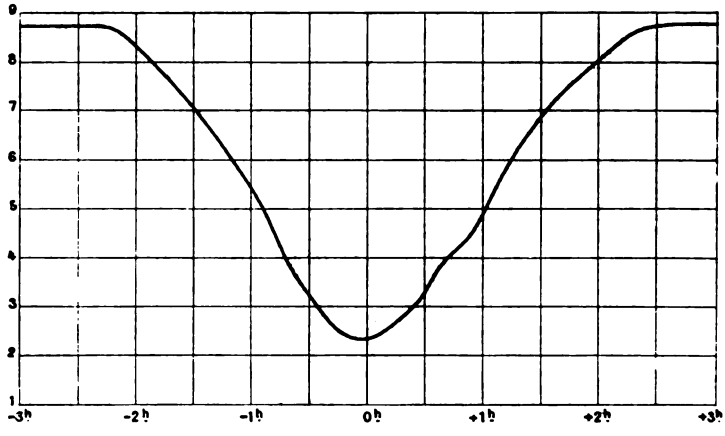
dernier, son éclat varie en $3^h 53^m$ de la grandeur $7^{gr},1$ à la grandeur $7^{gr},9$, le décroissement de la constance au minimum et l'accroissement qui le suit étant de même durée $1^h 57^m$; d'autre part, l'étoile restant constante pendant $17^h 28^m$, la durée totale de sa période serait de $21^h 21^m = 0^j 89$, de sorte que l'époque du minimum de rang n serait donnée en temps moyen de Paris par (1)

$$1898 \text{ Octobre } 3^j,54 + 0^j,89\,n.$$

Sa courbe de lumière est représentée dans la *fig.* 63, où l'échelle des grandeurs est déduite du Catalogue photométrique de Potsdam.

394. *UOphiuchus* ($6^{gr},0$ à $6^{gr},7$); *sa période, ses variations* (2). — La variabilité de cette étoile a été trouvée par Gould en 1871; d'après Sawyer, qui le premier l'observa assidûment (1881), et Chandler, la durée de sa période est de $20^h 7^m 41^s,6$ et celle de l'intervalle de sa variation lumineuse de $5^h 0^m$ l'éclat restant ainsi

Fig. 64.



constant et de 6e grandeur pendant à fort peu près 15^h; d'autre

(1) E.-F. Sawyer, *On a new variable of the Algol type* (*Astronomical Journal*, vol. XIX, p. 144).
M. Luizet. *Sur l'étoile variable du type Algol* DM $+12°,3557$ (*Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, vol. CXXIX, p. 269).
(2) *Astronomical Journal*, vol. VIII, p. 70.

part, la période d'accroissement de lumière ne serait pas symétrique à celle du décroissement, l'accroissement lumineux subissant un arrêt bien marqué une demi-heure environ après le minimum, arrêt un peu plus prononcé d'ailleurs et avec un minimum plus étendu et plus plat pour Sawyer que pour Chandler : pour tous deux, le décroissement de lumière est un peu plus rapide que l'accroissement; la *fig.* 64 représente la courbe moyenne qui résulte de leurs observations.

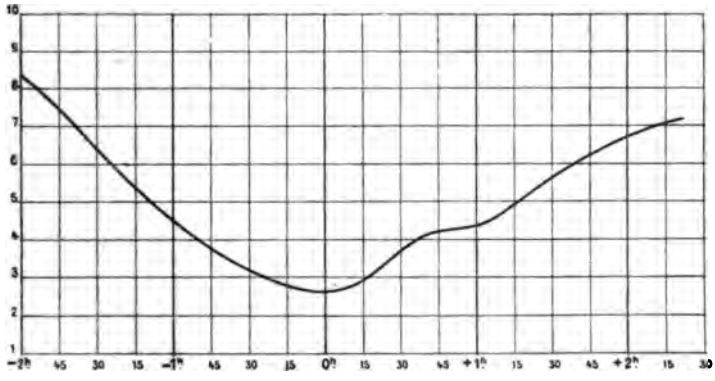
Il faut ajouter ce fait important que, d'après Chandler, la durée de la période est soumise à des inégalités périodiques, la date du minimum de rang n étant représentée par l'expression

$$T = T_0 + 20^h 7^m 42^s,56 \times n + 80^m \sin(0^\circ,023\, n + 140^\circ,0) \quad (^1);$$

la durée de cette inégalité serait donc d'environ 15000 périodes, soit environ 35 ans.

395. *Y Cygne* ($7^{gr},1$ à $7^{gr},9$). *Minima pairs et impairs. Düner.* — La variabilité de cette étoile a été découverte par Chandler en 1886; depuis lors elle a été observée par Chandler, Plassmann, Yendell et Düner, et surtout étudiée avec le plus grand soin par ce dernier pour la coordination de toutes ces observations.

Fig. 65.



La seule courbe de lumière publiée jusqu'ici (*fig.* 65) et due

(1) D'après Chandler,

$$T_0 = 1881 \text{ Juillet } 17.\ 14^h 45^m.$$

à Yendell [1], n'a malheureusement pas été prolongée jusqu'à l'éclat constant; elle comporte en outre, à la montée, une inflexion forte qu'il serait bon de vérifier. L'étude est plus complète en ce qui concerne les minima et leur mode de succession.

La durée de la période est de $2^j 23^h 54^m 43^s, 26$, partagée en deux intervalles de variation correspondant à deux minima d'éclat égaux tous deux à la moitié de l'éclat constant, mais de durées différentes, quoique voisines de 8^h; d'autre part, les intervalles de temps qui séparent les deux minima d'une période ne sont pas égaux, de telle sorte que, si l'on veut avoir l'époque d'un minimum à partir d'une certaine origine, il convient de distinguer son ordre de parité; Düner donne, à cet égard, les formules suivantes [2] :

Minima pairs.....	Déc. 1886	$9^j 11^h 35^m 5^s + 2^j 23^h 54^m 52^s, 59\, n$
Minima impairs....	Déc. 1886	$10^j 21^h 46^m 15^s + 2^j 23^h 54^m 33^s, 93\, n$

n étant le nombre de périodes écoulées depuis l'origine.

En faisant $n = 0$ dans les deux formules on a le premier minimum pair et impair, leur différence est $1^j 10^h 11^m 10^s$; la valeur $n = 1$ introduite dans la première formule donne le second minimum pair et sa différence avec l'époque du minimum impair précédent est $1^j 13^h 43^s, 43$, supérieur de près de trois heures et demie à la première.

D'autre part, mettons les deux formules précédentes sous la forme

$$M_p^n = T_0 + n\theta, \qquad M_i^n = T_1 + n(\theta - \varepsilon),$$

nous aurons

$$M_i^n - M_p^n = T_1 - T_0 - n\varepsilon,$$
$$M_p^{n+1} - M_i^n = -(T_1 - T_0) + n\varepsilon,$$

de sorte que

$$(M_p^{n+1} - M_i^n) - (M_i^n - M_p^n) = -2(T_1 - T_0) + 2n\varepsilon.$$

La différence entre les intervalles de ces minima successifs pris deux à deux ne serait pas constante; elle croîtrait avec le temps,

---

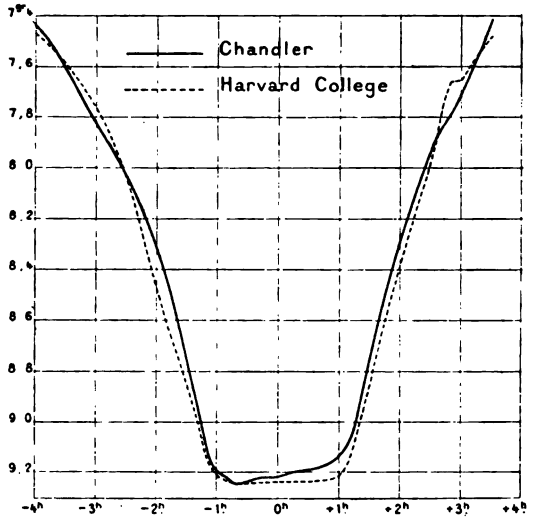
[1] P.-S. Yendell, *Note on the elements of Y Cygni* (*Astronomical Journal*, n° 233).

[2] C. Düner, *Sur les éléments de l'étoile variable Y Cygni* (*Comptes rendus de l'Académie des Sciences de Stockholm*, 1892).

proportionnellement au nombre des périodes et, en fait, de $37^s,3$ par chacune d'elles. L'observation, quoique confirmant cette variation, montre que l'accroissement est en somme moins rapide que la formule ne l'indique; de 1886 à 1891, la différence ci-dessus n'a, en effet, augmenté que de 6^h10^m ($3^h32^m33^s$ en décembre 1886 à $9^h42^m55^s$ en novembre 1891), tandis qu'elle eût dû, d'après la formule, augmenter de près de 11^h dans cet intervalle. L'accroissement est donc plus compliqué que nous ne l'avons calculé et doit sans doute être périodique.

396. *U Céphée* ($7^{gr},8$ à $9^{gr},2$). — Cette étoile, dont la variabilité a été découverte par Ceraski dans l'été de 1880, a été

Fig. 66.



observée d'abord surtout par Ceraski, Schmidt, Wilsing et Knott qui employaient la méthode des degrés; on doit y ajouter les nombreuses observations photométriques faites par Pickering à l'observatoire Harvard. L'ensemble de ces observations a conduit Wilsing [1] à cette conclusion, que tout en se composant d'une

[1] J. Wilsing, *Untersuchungen über den Lichtwechsel von U Cephei* (*Astronomische Nachrichten*, n° 2596).

série de périodes d'égales durées

$$2^j\,11^h\,48^m\,43^s,5,$$

la variation d'éclat de U Céphée serait la réunion de deux courbes de lumière distinctes et régulièrement alternées, l'une correspondant aux périodes impaires et l'autre aux périodes paires, l'accroissement de lumière étant beaucoup plus rapide que la diminution dans les premières, beaucoup moins rapide dans les périodes paires.

Chandler a repris l'étude de cette question dans une série de Mémoires importants [1].

D'après Chandler, la courbe de lumière serait unique (*fig.* 66) et un peu dissymétrique de part et d'autre de la phase minimum, mais celle-ci consiste en une portion durant environ deux heures pendant lesquelles l'éclat peut être considéré comme constant; de telle sorte que l'éclat étant constant ($7^{gr},46$) et maximum pendant $2^j\,4^h\,20^m$, il diminue progressivement pendant 3^h jusqu'à la grandeur $9^{gr},21$, reste constant et minimum pendant environ 2^h et met ensuite $2^h\,30^m$ pour regagner la grandeur maximum $7^{gr},46$. Les éclats relatifs, constant et minimum, sont ainsi

$$1 \quad \text{et} \quad \frac{1}{5}.$$

Quant à la durée de la période, elle ne serait pas constante et les époques des minima successifs seraient données par la formule

$$\begin{aligned} T = {} & 1880 \text{ Juin } 23^j\,9^h\,39^m,6\,(\text{T.M. Gr.}) \\ & + 2^j\,11^h\,49^m\,37^s,85\,n \\ & + 130^m \sin(0^\circ,06\,n + 300^\circ); \end{aligned}$$

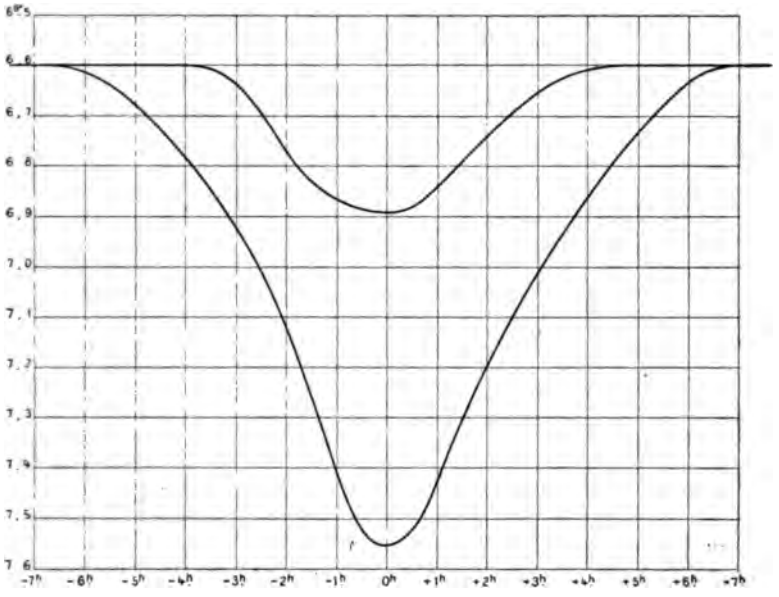
la durée de la période serait donc soumise à une irrégularité périodique d'une durée d'environ 6000 périodes, c'est-à-dire d'à peu près 41 ans.

---

[1] S.-C. Chandler, *On the light variation of U Cephei* (*Astronomical Journal*, vol. IX, p. 49 et suiv.). — *Contribution to the knowledge of the variable stars* (*Astronomical Journal*, vol. XIII, p. 45 et suiv.). — *Revised elements of* 320 *U Cephei* (*Astronomical Journal*, vol. XVII, p. 94).

397. *RS Sagittaire* ($6^{gr},9$ à $7^{gr},6$). *Minima inégaux et non équidistants.* — La variabilité de cette étoile a été découverte par J.-B. Gould, en 1874, lors de sa revision du Ciel austral;

Fig. 67.



elle a été observée principalement par A.-W. Roberts, en 1895, au Cap de Bonne-Espérance.

Voici les éléments de sa variation :

	h m
Durée totale de la période	2. 9.58.8
» de la variation du minimum principal	12, 8
» » » secondaire	8, 0
» de la période de constance entre le minimum principal et le minimum secondaire	18, 3
» de la période de constance entre le minimum secondaire et le minimum principal	18, 8
	gr
Grandeur pendant les constances	6,60
» au minimum principal	7, 6
» » secondaire	6, 9
Éclat pendant les constances	1, 0
» au minimum principal	0,34
» » secondaire	0,66

On y constate donc (*fig.* 67) deux minima inégaux, de durées différentes et séparés par des intervalles inégaux ($28^h,8$ et $29^h,2$) [1].

398. *Z Hercule* ($6^{gr},9$ à $8^{gr},0$). — Cette étoile, dont la variabilité a été découverte en 1891 par Müller et Kempf, a été étudiée ensuite par Chandler et Hartwig; d'après ces astronomes, les minima sont d'éclats différents, le minimum principal ($8^{gr},0$) alternant régulièrement avec le minimum secondaire ($7^{gr},4$), mais l'intervalle entre le premier et le second ($1^j951 = 46^h49^m20^s,4$) est un peu moindre que celui ($2^j041 = 48^h59^m2^s,4$) qui sépare le second du suivant.

Comme dans sa période de constance cette étoile est de grandeur $6^{gr},9$, les éclats relatifs sont les suivants :

$$1, \quad \frac{2}{3} \quad \text{et} \quad \frac{1}{3}.$$

D'un autre côté, autour du minimum principal la variation lumineuse dure au moins $6^h,6$, tandis qu'autour du minimum secondaire elle ne dépasse certainement pas $4^h,0$: et enfin, la durée moyenne de la période est de $3^j,992$.

399. *S Voiles* ($7^{gr},8$ à $9^{gr},3$). — Découverte par Woods en 1894, la variabilité de cette étoile a été étudiée bientôt après par A.-W. Roberts [2].

La courbe de lumière qu'il en donne est remarquable, car elle accentue le caractère que nous venons de reconnaître dans U Céphée. La durée totale de la période serait de

$$5^j22^h23^m,4;$$

mais au minimum, l'éclat serait constant pendant 6^h35^m, de telle sorte que la division de cette période serait la suivante :

	j h m
Constance au maximum	5.7.12,4
Période de décroissement	0.4.18,0
Constance au minimum	0.6.35,0
Période d'accroissement	0.4.18,0

(1) Roberts, *Orbit of R. S. Sagittarii* (*Astronomical Journal*, n° 373).

(2) Roberts, *Variation of* 3416 *Velorum and* 5949 *Arae* (*Astronomical Journal*, n° 327).

La durée de constance d'éclat au moment du minimum serait ainsi beaucoup plus grande que chacune des périodes d'ailleurs symétriques d'accroissement ou de décroissement de lumière qui le séparent de la longue durée pendant laquelle l'éclat de l'étoile reste maximum et constant (*voir* à ce sujet n° 415).

400. *X Carène* ($7^{gr},90$ à $8^{gr},65$). — La variabilité de cette étoile australe a été trouvée par A.-W. Roberts; elle a été ensuite étudiée directement par lui et photographiquement par les astronomes de la station Harvard d'Arequipa. Mais ces observations sont encore trop peu nombreuses pour permettre des conclusions définitives. Voici les éléments provisoires qu'en déduit Roberts:

Période totale.....	$25^h59^m1^s,0$
Durée de l'éclat constant.....	6^h20^m
Époque du minimum (T. M. Gr.).....	1900 Janvier $1^j3^h10^m$

Quant aux grandeurs extrêmes, cet astronome soupçonne quelque petite variation dans l'éclat du minimum, qui serait alternativement de grandeur $8^{gr},62$ ou de grandeur $8^{gr},65$; il annonce en outre une différence de deux minutes entre les intervalles alternatifs de deux couples de minima. Nous ajouterons que, d'après Chandler, la période serait de durée moitié moindre et la courbe de lumière unique. Nous n'avons indiqué ces différences de grandeur, bien faibles en face des erreurs d'observations, que pour montrer tout l'intérêt qu'attachent, avec juste raison, les observateurs d'étoiles variables à des constatations de cette espèce.

401. *S Écrevisse* ($8^{gr},2$ à $10^{gr},2$). — La variabilité de cette étoile a été constatée par Hind en 1848, mais il ne la fit connaître que plus tard, si bien que les observations ne commencèrent qu'en 1850.

D'après Argelander, la durée de sa période est de $9^j11^h37^m,75$. La marche de la variation de son éclat n'a pas jusqu'ici été étudiée en détail; mais les observations d'Argelander, Schmidt et Schönfeld montrent que, à une certaine distance du minimum, l'éclat de cette étoile ne subit plus de variations sensibles, ou tout au moins aucune qui soit soumise à une loi régulière.

402. *Liste des variables de cette classe.* — Nous donnons, en terminant, la liste, avec leurs éléments caractéristiques, des étoiles qu'on s'accorde généralement à ranger dans cette classe. Elles sont au nombre de dix-sept dont les durées de période varient entre $0^j,8$ et $9^j,5$; cependant il paraît douteux que Y Bouvier appartienne réellement à ce groupe.

Le fait le plus saillant mis en évidence par ce Tableau est que, pour ces étoiles, le rapport de la durée de la variation lumineuse, lors du minimum principal, à la durée totale de la période est toujours petit et ne surpasse pas 0,25. En d'autres termes, la durée de l'éclipse correspondante n'est jamais supérieure au quart de la durée de la révolution, et en moyenne elle n'en est que le sixième : cette remarque est assez importante; en effet, supposons que par suite du petit nombre d'observations d'une variable ou bien aussi parce que la durée de la période est une partie aliquote du jour ou un de ses multiples, on soit dans l'hésitation sur la valeur de cette période, la remarque précédente servira alors à la fixer, puisque pour qu'elle soit admissible la valeur adoptée ne doit pas être supérieure à quatre fois la durée de la variation lumineuse. C'est la raison qui nous a fait adopter pour X Carène la période de Roberts et non celle de Chandler.

TYPE ALGOL.

Étoiles.	Rougeur.	Grandeur. Max.	Grandeur. Min.	Grandeur. Diff.	Période P.	Variation. Durée.	Variation. Rapport en centièmes.	Découverte. Auteur.	Découverte. Date.
					j	h			
U Céphée	0	7,1	9,2	2,1	2,5	10	16	Ceraski	1880
β Persée (Algol)	0	2,3	3,5	1,2	2,8	9	12	Montanari	1669
λ Taureau	0	3,4	4,2	0,8	3,9	10	11	Baxendell	1848
R Grand Chien	0	5,9	6,7	0,8	1,1	5	24	Sawyer	1887
S Écrevisse	1	8,2	9,8	1,6	9,5	21,5	9	Hind	1848
X Carène	»	7,8	8,6	0,8	1,0	6	25	Roberts	1892
S Voiles	»	7,8	9,3	1,5	5,9	15	11	Woods	1894
Y Bouvier (1)	»	8,0	8,6	0,6	2,6	»	»	Parkhurst	1894
δ Balance	1	5,0	6,2	1,2	2,3	12	21	Schmidt	1859
U Couronne	0	7,5	8,9	1,4	3,4	10	12	Winnecke	1869
R Autel	»	6,9	8,0	1,1	4,4	10	12	Roberts	1891
U Ophiuchus	0	6,0	6,7	0,7	0,8	5	24	Gould	1871
Z Hercule	»	7,1	8,0	0,9	4,0	5	6	Müller et Kempf	1891
RS Sagittaire	»	6,4	7,5	1,1	2,4	13	22	Gould	1874
W Dauphin	»	9,5	12,0	»	4,8	14	13	Miss Wells	1895
DM + 12°,3557	»	7,0	7,5	0,5	0,9	4	18	Sawyer	1898
Y Cygne	0	7,1	7,9	0,8	1,5	8	22	Chandler	1886
				1,0	3,27		16		

(1) Cette étoile n'est peut-être pas du type Algol.

III. — Règles relatives à l'observation des variables à courte période et leur discussion.

Quoique nous les indiquions immédiatement après les étoiles du type Algol, ces règles conviennent évidemment aussi aux étoiles doubles photométriques dont la variation lumineuse est continue.

403. *Éléments à déterminer.* — La connaissance la plus complète que nous puissions avoir de ces systèmes binaires photométriques dépend, abstraction faite des observations spectroscopiques, de la détermination des éléments suivants : durée de la période totale actuelle, qui est celle de la révolution du compagnon autour de l'étoile principale ; époques des minima ou maxima normaux de même ordre de chaque saison de visibilité, loi de ses variations d'éclat ou courbe de lumière et, en outre, pour les étoiles à éclat constant par intermittence, durées de chacun des intervalles de variation d'éclat, c'est-à-dire de chacune des éclipses.

Il est d'ailleurs important de remarquer que la détermination exacte de ces différents éléments ne peut se faire que par une série d'approximations où chaque valeur approchée de l'un mène à une valeur plus approchée de l'ensemble.

404. *Époque des minima. Pogson ; Parkhurst.* — Le premier élément à obtenir est évidemment la durée de la période et, par suite, il faut d'abord déterminer aussi bien que possible les époques des minima ou des maxima ([1]).

Malheureusement, la variation de lumière est souvent loin d'être rapide en leur voisinage et la simple observation continue des éclats en ce voisinage les déterminerait mal. Il vaut mieux y faire contribuer, lorsqu'elles sont assez nombreuses, l'ensemble des observations d'une période, ainsi que l'a proposé Pogson ([2]).

([1]) Ces modes de détermination s'appliquent d'ailleurs tout aussi bien aux étoiles à longue période ; ce sont celles dont Parkhurst s'est surtout occupé.

([2]) G. Knott et J. Baxendell, *On the method of making and reducing observations of variable stars* (*The astronomical Register*, vol. I, suppl., p. 9).

Prenant sur une feuille de papier quadrillé, et à une échelle convenable, les temps comme abscisses et les grandeurs ou degrés comme ordonnées, on marquera par des points chacune des observations et à travers leur ensemble on tracera au mieux une courbe qui représentera la marche générale de la variation lumineuse et qui sera une courbe provisoire de lumière. Ceci fait, on tracera parallèlement aux abscisses une série de lignes d'égal éclat équidistantes et l'on prendra les milieux des cordes ainsi formées. Si la variation de lumière avait la même allure à la descente et à la montée, la ligne qui les joint serait une droite et la courbe de lumière symétrique; mais ce n'est point le cas général. Dans la pratique, l'ensemble de ces points milieux formera une courbe; on la prolongera au mieux d'après sa forme générale jusqu'à la rencontre de la courbe de lumière; le point d'intersection sera le minimum (ou le maximum) le plus probable.

Parkhurst donna une autre règle pour la détermination de l'heure d'un minimum. Il admet qu'au voisinage d'un minimum la courbe de lumière est sensiblement parabolique, les temps étant comptés à partir de ce minimum et q un paramètre à déterminer; on aura alors, à une époque quelconque T pour laquelle la différence d'éclat avec le minimum (exprimée en une unité arbitraire, le millième de grandeur par exemple) est D,

$$T = q\sqrt{D};$$

à une autre époque T′, on aura

$$T' = q\sqrt{D'},$$

d'où

$$T - T' = q(\sqrt{D} - \sqrt{D'}).$$

On déterminera ainsi q à l'aide de quatre ou cinq observations voisines du minimum, après quoi on aura aisément l'époque de ce minimum (ou de ce maximum) (¹).

Mais, certaines étoiles télescopiques cessent d'être visibles pendant un certain temps aux environs du minimum; on en obtient cependant une époque approchée : soit à l'aide de la méthode de Pogson, lorsqu'on a assez d'observations dans les deux branches

(¹) H. Parkhurst, *Note on variable stars* (*Astronomical Journal*, n° 400).

de la courbe de lumière; soit, lorsque les observations ont été limitées à l'une des branches, en admettant, comme Parkhurst, que la courbe est parabolique dans une certaine étendue voisine du minimum et en utilisant cette propriété de la parabole que la sous-tangente est divisée en deux parties égales par le sommet de la courbe.

405. *Durée de la période. Minimum normal. — Argelander. Baxendell.* — Supposons que, par l'un de ces procédés ou par tout autre, on ait obtenu les époques d'une série de minima du même ordre et que l'on connaisse le nombre des périodes qui les séparent : on aura une valeur approchée P_m de la durée moyenne de la période, pour la série d'observations considérées, en divisant la différence $T_n - T_0$ des époques des deux plus éloignées par leur nombre n,

$$P_m = \frac{T_n - T_0}{n}.$$

On améliorera ensuite cette valeur moyenne de la série par l'un des procédés suivants. Soient :

t_0 l'époque observée du premier minimum d'un ordre déterminé,
dt_0 l'erreur de son observation,
P_m la période approchée obtenue précédemment,
dP_m l'erreur de sa détermination,
T_n l'époque observée d'un même minimum de rang n,
T_1 sa valeur calculée à l'aide de t_0 et P_m.

On aura

$$T_1 = t_0 + n P_m, \qquad T_n = t_0 + dt_0 + n(P_m + dP_m),$$

d'où

$$T_n - T_1 = a = dt_0 + n\, dP_m.$$

Chacun des minima observés donnera une équation de cette forme dont l'ensemble, traité par la méthode des moindres carrés ou toute autre analogue, fournira les valeurs les plus probables de t_0 et de P_m. On aura ainsi une valeur de P_m simultanée à l'époque t_0 d'un minimum que nous appellerons *minimum normal* de la série d'observations; c'est le moyen que Argelander a le plus fréquemment employé.

Baxendell [1] a donné à ce procédé une forme plus simple et qui cependant paraît suffisante.

Pour chaque minimum observé, l'époque de l'observation est séparée du minimum pris pour origine par un nombre n_p de périodes; soient ν la moyenne de ces nombres et a_p la différence $(n_p - \nu)$ pour chacun des minima; soit de même J_p pour l'un d'eux, la différence de cet intervalle exprimé en jours et de leur moyenne exprimée en la même unité, on aura, pour chacun des minima et en appelant P la valeur inconnue de la période,

$$a_p P = J_p, \qquad \text{d'où} \qquad a_p^2 P = a_p J_p,$$

et, par suite, en faisant la somme de toutes les équations analogues

$$P \Sigma a_p^2 = \Sigma a_p J_p \qquad \text{et} \qquad P = \frac{\Sigma a_p J_p}{\Sigma a_p^2},$$

équation qui donnera une valeur de P plus approchée de la valeur réelle répondant à l'intervalle considéré et qui correspondra à la date ν comptée à partir de l'origine.

406. *Procédé graphique de la double courbe.* — A l'observatoire de Lyon, nous obtenons de bons résultats à l'aide d'un procédé graphique simple et qui s'applique surtout au cas, assez fréquent d'ailleurs pour les étoiles à courte période, où l'on ne dispose que d'un petit nombre d'observations par chaque période de la saison de visibilité.

Ajoutons à la date t_0 de la première observation les multiples pairs successifs de la période moyenne, les époques ainsi obtenues partageront les observations en une série de groupes comprenant théoriquement deux périodes; faisons dans chacun d'eux la différence Δ entre la date de chaque observation individuelle et celle des dates t_0, t'_0, t''_0, ... qui marquent le commencement du groupe correspondant, après quoi, prenant les différences Δ comme abscisses et les éclats simultanés comme ordonnées, on obtiendra sur la feuille de papier quadrillé une série de points qui, si la durée P_m était exacte et les déterminations d'éclats

---

[1] J. Baxendell, *Method of determining the most probable value of the mean period of a variable star* (*The astronomical Register*, vol. I, p. 15 du supplément).

exemptes d'erreurs, donneraient par leur réunion la courbe vraie de lumière.

En réalité, aucune de ces hypothèses n'est exacte; en particulier, la période P_m n'est qu'approchée; supposons-la, par exemple, plus longue que la période vraie, les temps successifs t'_0, t''_0, ... seront en retard sur le commencement exact du groupe de deux périodes correspondantes, et cela d'autant plus que la date t''_0 sera plus éloignée de la date initiale; les différences Δ sont donc toutes plus petites que si P_m avait été exacte, et, la courbe de lumière, tracée au milieu des points précédents de façon qu'elle en laisse de chaque côté autant que possible le même nombre à des distances sensiblement égales, ne sera pas la courbe de lumière réelle, mais elle différera moins de celle-ci que celle que l'on aurait obtenue avec la période P_m et dont les deux moitiés auraient été déterminées indépendamment l'une de l'autre. Sur chacune des branches, soit ascendantes, soit descendantes, et au voisinage des points d'inflexion où l'éclat varie le plus rapidement avec le temps, on prendra des points d'égal éclat, l'intervalle de temps qui sépare chacun d'eux donnera une valeur de la durée de la période; on prendra la moyenne arithmétique de ces nombres; si cette valeur diffère trop de P_m, on s'en servira pour obtenir une nouvelle approximation.

Avec la valeur définitivement adoptée P, on rapportera toutes les observations à une certaine date de la série prise pour origine et l'on en déduira la *courbe de lumière* correspondant à cette série et à sa date. L'heure du minimum ou du maximum principal de cette courbe, ajoutée à la date origine, constituera ce que l'on appelle l'*époque du minimum* ou *du maximum normal* de la série d'observations utilisée.

La période et la courbe de lumière ainsi obtenues serviront de base pour la réduction de la série d'observations de l'année suivante; pour cela, après avoir, au moyen de la période P, ramené à une même origine toutes les observations de cette année et procédant ensuite comme plus haut, on déduira de cette valeur P une période plus approchée et la date correspondante, ainsi que l'époque du minimum ou maximum normal correspondant.

Les époques de ces minima ou maxima normaux servent d'ailleurs à leur tour à contrôler la valeur de la période adoptée.

407. *Emploi de la courbe moyenne.* — Lorsque la variable a été observée pendant assez longtemps pour qu'on possède une courbe de lumière moyenne pouvant être considérée comme fort approchée, on traitera avec elle les observations ultérieures comme il suit : toutes les observations de cette nouvelle série seront reportées à leur date et heure à l'aide d'une échelle convenable sur du papier quadrillé. D'autre part, la courbe de lumière moyenne ayant été tracée à la même échelle, sur du papier à décalque, on la placera au milieu de tous les points isolés représentant les observations individuelles, de façon que leurs distances à cette courbe soient aussi faibles que possible et qu'ils soient répartis aussi également que possible de chaque côté; cette position acquise, l'époque correspondant sur l'axe des temps du papier quadrillé à la situation du minimum ou maximum de cette courbe sera celle du minimum ou maximum normal de la période considérée.

En opérant de même pour les différentes périodes de toute la série annuelle d'observations, chaque fois que, dans une période, on aura un nombre suffisant de pointés pour que le minimum ou le maximum puisse être déterminé avec quelque précision, on aura un certain nombre d'époques se rapportant à des minima ou à des maxima, chacune d'elles étant affectée d'un *poids* proportionnel au nombre d'observations individuelles qui aura servi à la déterminer, et l'on pourra en tirer, par le calcul, l'*époque normale* d'un minimum ou d'un maximum.

408. *Durée de chaque éclipse.* — Reste à avoir la durée de chacune des éclipses. Il conviendra, pour cela, de prolonger assez les observations dans la période de constance; d'ailleurs, ces durées seront toujours obtenues avec une approximation moindre que la période entière.

Graphiquement, on obtient aisément un instant qui diffère d'une constante du commencement ou de la fin de l'éclipse; il suffit de mener une tangente à la courbe de lumière au point dont l'éclat diffère d'une quantité déterminée de l'éclat maximum, $0^{gr},1$ ou $0^{gr},2$ par exemple, et de déterminer l'abscisse de son point d'intersection avec l'horizontale représentant la partie constante.

Cette détermination suffit dans tous les cas les plus nombreux où l'on veut connaître seulement les variations de la durée des éclipses.

409. *Division en minima pairs et impairs.* — Dans toutes les étoiles qui paraissent comme Algol n'avoir qu'un seul minimum, il importe néanmoins de partager ces minima en deux groupes, pairs et impairs, et de n'admettre l'existence d'un seul minimum que lorsque la discussion d'un assez grand nombre de périodes aura nettement montré que les deux groupes précédents ont réellement des courbes de lumière identiques.

410. *Erreur de position. Barnard. Chandler. Roberts.* — On a remarqué depuis nombre d'années que l'on ne notait pas la même différence de grandeurs entre deux étoiles données suivant que leur ligne de jonction était parallèle ou perpendiculaire à la ligne des yeux ; ces faits ont été étudiés récemment avec soin par Barnard et Chandler (1). D'après eux, la variation qu'on constate parfois dans les éclats relatifs de deux astres d'éclats certainement constants est probablement due à un effet physiologique.

Les différentes portions de la rétine n'ayant pas la même sensibilité, l'éclat relatif des deux astres n'est pas le même lorsque change le point de la rétine sur lequel se produit l'image de l'un d'entre eux. Ainsi Barnard constate que son œil a une tendance à estimer plus brillante d'une demi-grandeur la plus basse de deux étoiles égales dont les images forment une ligne perpendiculaire à la ligne des yeux. En général, l'éclat relatif de deux étoiles variera donc avec l'angle que fait avec la ligne des yeux la droite qui les joint; c'est ce que l'on appelle l'*erreur de position*.

Or, à la latitude de 45° (2), cette droite tourne en douze heures sidérales de 90° par rapport à l'horizon; deux étoiles voisines qui,

---

(1) E. Barnard, *Micrometrical observations of four satellites of the planet Uranus and measures of the diameter of Uranus* (*Astronomical Journal*, n° 370).

C. Chandler, *Elements of variation of U Pégasi* (*Astronomical Journal*, n° 374).

(2) Aux autres latitudes, on aurait en général un effet analogue, quoique moins prononcé.

au moment de leur lever, se trouveraient sur la ligne des yeux, seraient donc sur une perpendiculaire à cette ligne au moment de leur coucher; par conséquent, si l'on déterminait par l'observation directe les éclats relatifs de ces deux étoiles depuis leur lever jusqu'à leur coucher, l'une d'elles paraîtrait diminuer progressivement d'éclat par rapport à l'autre et l'on en déduirait une période de variation de un jour. C'est ce que Chandler a constaté dans sa belle série d'observations de U Pégase (1) où ses déterminations ont été répétées chaque jour à des intervalles d'au plus une demi-heure.

Lorsque l'observation, au lieu d'être ainsi continue, se limite aux environs des points tropiques, ceux-ci se trouvant à toutes les heures de la nuit pendant la saison de visibilité, et par suite l'étoile de comparaison prenant successivement toutes les positions relativement au cercle horaire de l'autre, la durée de la période de variation apparente d'éclat se rapportera à l'année : telle est l'explication que Yendell a donnée de la variabilité qu'il avait cru devoir attribuer à l'étoile Ch.(8100) Céphée et aussi de la période secondaire d'environ un an qu'il avait indiquée pour X Cygne (2).

On éviterait évidemment cette cause d'erreur en s'astreignant à incliner du même angle, dans toutes les observations, la ligne des yeux sur celle qui joint les deux étoiles; mais, outre que cela serait souvent très gênant surtout pour les étoiles télescopiques, il est nombre de cas où il serait impossible d'y arriver. On arriverait à un résultat analogue en prenant deux étoiles de comparaison dont, au moment du lever, l'une soit sur une horizontale avec la variable et l'autre sur une verticale; mais cette condition est loin d'être toujours réalisable.

Aussi, pour les étoiles d'éclat inférieur à la cinquième grandeur, W. Roberts (3) a-t-il proposé et employé le moyen suivant.

On les observe deux fois, d'abord avec un oculaire terrestre,

---

(1) *Astronomical Journal*, n° 374.

(2) YENDELL, *Observations of X Cygni for the year* 1893 (*Astronomical Journal*, n° 314).

(3) A.-W. ROBERTS, *The elimination of position-error in the observation of variable-stars* (*Astronomical Journal*, n° 381).

puis immédiatement après avec un oculaire astronomique ordinaire qui renverse les images; on double ainsi, il est vrai, le nombre des observations, mais cette fatigue est compensée par l'avantage de n'avoir à prendre aucune précaution pour la position de la tête et de celles des étoiles de comparaison [1]; de plus, en raison de l'alternance de deux observations dont les résultats sont différents, l'observateur est, dans chaque cas, moins influencé par le souvenir des nombres antérieurs. En fait, l'erreur moyenne de M. Roberts est ainsi tombée de $0^{gr},12$ à environ $0^{gr},05$.

IV. — Première explication des apparences précédentes dans un cas simple.

Toutes les apparences signalées plus haut peuvent s'expliquer en supposant que ces étoiles variables constituent des systèmes binaires très serrés et dont le plan de l'orbite est assez peu incliné sur la ligne de visée pour qu'à chaque révolution il y ait occultation réciproque des deux composantes.

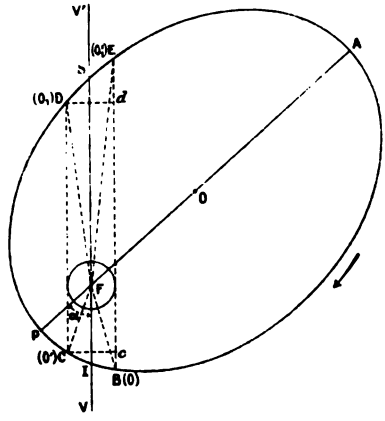
411. *Principes généraux.* — Pour plus de clarté, nous examinerons d'abord le cas simple où, le plan de l'orbite passant par la ligne de visée, l'occultation est centrale, et où en outre les deux étoiles sont égales en dimension. Soient ABPDA l'orbite relative du compagnon, le sens du mouvement étant indiqué par la flèche, PA son grand axe (P désignant le périastre et A l'apoastre) incliné d'un angle α sur la ligne de visée VV'; il y aura occultation lorsque le compagnon, soit à sa conjonction inférieure I, soit à sa conjonction supérieure S, traversera le cylindre circonscrit DEBC à l'étoile principale parallèlement à la ligne de visée, et dans chacun de ces deux cas, il parcourra sur le plan perpendiculaire à cette ligne le même arc $Cc = Dd$ égal au diamètre apparent de l'étoile, les maxima d'occultation ou minima d'éclat correspondant aux points I et S, milieux de ces arcs.

---

[1] L'oculaire terrestre étant beaucoup plus long que l'astronomique, on devra chaque fois rehausser convenablement la lunette, sans quoi la position de la tête serait différente avec les deux oculaires et il en pourrait résulter une erreur systématique.

Eclats. — Occupons-nous d'abord des variations de l'éclat apparent, et soient E et e les éclats des deux composantes. Dans les portions de l'orbite extérieures aux occultations et par suite pendant la plus grande partie de la révolution, l'éclat sera constant, maximum et égal à la somme $E + e$. Lors de l'occultation

Fig. 68.



de l'étoile principale par le compagnon, il varie de $E + e$ à e, puis de e à $E + e$; lors de l'occultation du compagnon par l'étoile principale, il varie d'abord de $E + e$ à E, puis de E à $E + e$. Chaque période est ainsi partagée en quatre parties; deux où l'éclat est variable et aboutit à des minima différents dans chacune d'elles, deux où l'éclat est constant, maximum et égal dans chacune d'elles à la somme des deux éclats minima.

Si les deux étoiles ont même éclat, les deux minima sont égaux et chacun égal à la moitié de l'éclat maximum.

Si l'éclat e du compagnon diminue peu à peu, l'intensité du premier minimum diminuera peu à peu jusqu'à devenir nulle lorsque le compagnon est invisible pour nous, et la période de l'étoile se réduit à une série de courts intervalles équidistants, dans lesquels l'éclat diminue graduellement jusqu'à zéro et séparés les uns des autres par de longs intervalles où l'étoile conserve son éclat naturel.

Durées. — Soient T le moment du passage au périastre, θ et θ' les temps nécessaires au compagnon pour parcourir (*fig.* 68) les

secteurs PFB et PFC, le commencement de l'occultation correspondant à I sera $T - \theta$ et sa fin $T - \theta'$; de même, si P est la durée de la révolution du compagnon, θ'_1 et θ_1 les temps correspondant aux aires AFD et AFE, les époques extrêmes de l'occultation en S seront $T + \frac{1}{2}P - \theta_1$, $T + \frac{1}{2}P - \theta'_1$, et l'éclat sera constant à chaque période pendant les intervalles

$$C_p = \frac{P}{2} - (\theta_1 - \theta'), \qquad C_a = \frac{P}{2} - (\theta'_1 - \theta):$$

si donc α est différent de zéro ($\alpha < 90°$) et l'orbite excentrique :

1° Les durées C seront différentes l'une de l'autre;

2° La durée d_1 de l'occultation en I sera $d_1 = \theta' - \theta$ et en S $d_2 = \theta'_1 - \theta_1$, intervalles certainement différents, le premier étant plus court que le second;

3° La durée δ_d de la période de décroissement de lumière pour l'occultation en I, représentée par le temps nécessaire au rayon vecteur pour décrire l'aire BFI, sera plus grande que la période d'accroissement δ_a, représentée par le temps correspondant à l'aire IFC; ce sera le contraire pour l'occultation en S. Les choses seraient évidemment inverses, si le sens du mouvement était renversé;

4° Enfin, si τ et τ' sont les temps nécessaires au compagnon pour parcourir les arcs PI et PS, les intervalles entre deux minima successifs I et S seront $m = \tau' + \tau$, $m' = P - (\tau + \tau')$, dont la différence

$$\Delta = P - 2(\tau + \tau')$$

n'est nulle que dans le cas où $\tau + \tau' = \frac{P}{2}$, c'est-à-dire $\alpha = 0$.

Examinons maintenant les deux conditions suivantes :

α constant, e variable. — Lorsque pour une valeur déterminée de α l'excentricité e varie, toutes les différences C, d, δ et Δ sont d'autant plus grandes que e est elle-même plus considérable; dans le cas particulier où l'excentricité est nulle, elles s'annulent toutes à la fois.

e constant, α variable. — Si pour une valeur déterminée de e on fait croître α à partir de 0, voici ce que l'on observe :

1° Pour $\alpha = 0$, les durées C, δ et m sont égales, les durées d

inégales au contraire et leur différence a alors la plus grande valeur possible;

2° Si α augmente à partir de zéro, la différence des durées d diminue graduellement, jusqu'à devenir nulle lorsque $\alpha = 90°$, c'est-à-dire lorsque la ligne des apsides est perpendiculaire à la ligne de visée. Mais pour les autres éléments, c'est l'inverse : les durées C, δ et m ont alors des valeurs différentes, et de plus en plus différentes à mesure que α s'approche de 90°, la différence maximum correspondant à $\alpha = 90°$.

En résumé, on a donc pour chaque période *deux intervalles de durées différentes, où l'éclat est constant*, alternant avec d'autres relativement courts, *non équidistants et de durées différentes, où l'éclat diminue continûment,* et passe par des minima inégaux dont *la somme est égale à l'éclat constant et maximum.*

Il faut remarquer qu'avec des étoiles de *dimensions différentes,* ces deux minima seraient remplacés par *deux périodes nouvelles de constance d'éclat,* inégales en durée ou en intensité suivant les éclats relatifs et les dimensions des composantes; si, en outre, l'*éclat du compagnon était très faible par rapport à celui de l'étoile principale,* l'une de ces périodes serait supprimée et l'on serait dans le cas de U Céphée, où nous avons constaté, à chaque révolution, *un seul minimum formé par un intervalle d'éclat constant.*

Cette courte analyse suffit pour montrer qu'il y a égal intérêt à déterminer avec autant d'exactitude que possible, non seulement les époques des minima, mais aussi celles où commencent et finissent les intervalles de constance d'éclat.

V. — Quelques exemples.

412. *Deux minima inégaux et non équidistants. Z Hercule.* — Dans le système formé par Z Hercule où les deux minima sont inégaux, le compagnon est moins lumineux que l'étoile principale; et comme d'un autre côté les intervalles qui les séparent sont inégaux, l'orbite est elliptique et le grand axe ne coïncide pas avec la ligne de visée.

Dans une première approximation, nous admettrons que, le plan de l'orbite passant par la ligne de visée, l'éclipse est centrale et, en outre, nous supposerons les deux étoiles égales en diamètre, reportant toutes les différences apparentes d'éclat sur leurs éclats intrinsèques. Soient donc

R leur rayon commun,
i l'éclat intrinsèque de l'étoile principale,
i' l'éclat intrinsèque du compagnon,
γ le rapport du second au premier.

L'éclat maximum, que nous prendrons pour unité, est égal à

$$\pi R^2 i + \pi R^2 i' = \pi R^2 i(1+\gamma) = 1;$$

à la conjonction inférieure, l'éclat sera

$$\pi R^2 i' = \pi R^2 i\gamma = \frac{1}{3},$$

et à la conjonction supérieure

$$\pi R^2 i = \frac{2}{3}.$$

L'une ou l'autre de ces équations, combinée avec la première, donne

$$\gamma = \frac{1}{2}.$$

Le système de Z Hercule peut donc, au point de vue photométrique, être représenté par un système de deux étoiles de même dimension et dont l'une a un éclat intrinsèque double de celui de l'autre.

L'étude de la courbe de lumière fournit en outre quelques renseignements importants sur l'orbite du compagnon et le rapport du rayon commun des deux étoiles à son demi grand axe.

Comme nous l'avons vu, à la conjonction inférieure (minimum principal ou pair), la durée de la période de variation lumineuse est de $6^h,6$, tandis qu'à la conjonction supérieure (minimum secondaire ou impair) elle n'est que de $4^h,0$; l'orbite a donc une excentricité assez forte. D'autre part, les intervalles qui séparent le minimum principal du minimum secondaire suivant, et celui-ci du principal qui lui succède, sont

$$\tau_1 = 1^j,951 \qquad \text{et} \qquad \tau_2 = 2^j,041,$$

comme ils sont inégaux, le grand axe fait un certain angle avec la ligne de visée, mais leur faible différence montre que les minima ont lieu fort près du périastre et de l'apoastre et que, par suite, on peut dans une première approximation admettre que la coïncidence des deux lignes existe. Or, on a en général

$$dv = \frac{a\sqrt{1-e^2}}{r}\,dE \qquad \text{et} \qquad dE(1 - e\cos E) = dM,$$

M et E, étant les anomalies vraie moyenne et excentrique, de sorte que

$$r\,dv = \frac{a\sqrt{1-e^2}}{1 - e\cos E}\,dM.$$

Aux moments du périastre et de l'apoastre, on aura donc

$$r_1\,dv_1 = \frac{a\sqrt{1-e^2}}{1-e}\,dM, \qquad r_2\,dv_2 = \frac{a\sqrt{1-e^2}}{1+e}\,dM,$$

et, par suite,

$$\frac{r_1\,dv_1}{r_2\,dv_2} = \frac{1+e}{1-e}.$$

Mais $\frac{r_1\,dv_1}{r_2\,dv_2}$ est le rapport des arcs décrits par les deux corps dans l'unité de temps, ou, avec notre hypothèse, le rapport inverse des durées des éclipses, d'où

$$(1) \qquad \frac{1+e}{1-e} = \frac{d_1}{d_2} = \frac{6,6}{4,0},$$

et, par suite,

$$e = 0,245,$$

valeur qui doit être considérée comme la limite inférieure de l'excentricité.

Ceci posé, cherchons α : la différence des anomalies moyennes aux moments du second et du premier minimum,

$$M_2 - M_1 = \frac{2\pi}{P}\tau_1 = 360^\circ\frac{\tau_1}{P} = 175^\circ,94,$$

s'écartant fort peu de 180°, l'anomalie vraie v_1 correspondant au premier minimum s'écarte elle-même fort peu de la différence 4°,06; d'ailleurs, les deux étoiles étant sur la ligne de visée aux

moments des deux minima, l'anomalie vraie correspondant au second minimum diffère peu de 184°,06; avec les valeurs $v_1 = 4°$ et $v_2 = 184°$ et par les formules

$$(2) \qquad \tang\frac{E}{2} = \sqrt{\frac{1-e}{1+e}}\tang\frac{v}{2} \qquad \text{et} \qquad M = E - e\sin E,$$

calculons [1] les anomalies moyennes M_1 et M_2 données par l'excentricité $e = 0,245$, nous trouverons

$$M_1 = 2,33, \qquad M_2 = 186°,39,$$

dont la différence est 4°,06 égale à celle donnée par l'observation; la valeur

$$\alpha = 4°$$

convient donc bien : ainsi la ligne des apsides fait un angle de 4° avec la ligne de visée.

Passons maintenant aux dimensions du système; au commencement et à la fin de chacun des minima, les anomalies moyennes M'_1, M''_1 et M'_2, M''_2 du compagnon sont égales à

$$M_1 \pm \frac{2\pi}{P}d_1, \qquad M_2 \pm \frac{2\pi}{P}d_2.$$

Avec ces valeurs et les excentricités successives 0,24 et 0,25, on calculera les anomalies vraies correspondantes v'_1, v''_1 et v'_2, v''_2 par les formules (2) puis les rapports du rayon vecteur r au demi grand axe a de l'orbite par

$$\frac{r}{a} = \frac{1-e^2}{1+e\cos(v-\alpha)},$$

et enfin les valeurs numériques des expressions

$$\frac{r'_1}{a}\sin(v''_1 - v'_1), \qquad \frac{r''_1}{a}\sin(v''_1 - v'_1)$$

et

$$\frac{r'_2}{a}\sin(v''_2 - v'_2), \qquad \frac{r''_2}{a}\sin(v''_2 - v'_2),$$

qui, représentant chacune le rapport à $OA = a$ du diamètre com-

[1] Les Tables de Doberck (*Astronomische Nachrichten*, n° 3316) faciliteront beaucoup tous ces calculs.

mun $Cc = 2R$ des deux étoiles, seraient égales si la valeur adoptée pour e était exacte; un nouveau calcul fait avec des e distantes de $0^\circ,02$ dans cet intervalle et une interpolation conduiront rapidement à ce nombre, en même temps que la valeur commune correspondante des quatre expressions ci-dessus donnera les dimensions relatives. On a, de cette façon [1],

$$e = 0,248$$

et

$$\frac{R}{a} = 0,085 \qquad \text{ou} \qquad \frac{a}{R} = 11,8.$$

On arrive ainsi à l'énoncé suivant [2] :

Z Hercule peut être considéré comme se composant de deux étoiles d'égales dimensions, dont l'une est deux fois plus brillante que l'autre. Ces étoiles tournent en $3^j\,23^h\,48^m$ *autour de leur centre de gravité dans une orbite elliptique dont le demi grand axe est égal à six fois leur diamètre commun, d'excentricité égale à* 0,248 *et dont le plan passe par le Soleil : la ligne des apsides fait un angle de* 4° *avec la ligne de visée.*

413. *Deux minima égaux et non équidistants.* Y *Cygne.* — Pour la variable *Y Cygne* (n° 395), les minima successifs sont égaux tous deux à la moitié de l'éclat constant, de telle sorte que, en supposant les deux étoiles de même dimension, le compagnon a le même éclat que l'étoile principale; en outre, les intervalles entre les minima successifs sont inégaux, l'orbite est donc elliptique et la ligne des apsides ne coïncide pas avec la ligne de visée; nous supposerons d'ailleurs que le plan de l'orbite passe par la ligne de visée et nous arriverons à cette conclusion : *Y Cygne peut être considéré comme se composant de deux étoiles d'égale dimension et d'égal éclat, se mouvant dans une orbite ellip-*

---

[1] Avec cette valeur de e on a, pour ces quatre expressions, les fractions

0,1675	0,1679
0,1675	0,1677

où la dernière décimale est évidemment incertaine.

[2] C. Duner, *On the periodic changes of the variable star Z Herculis* (*Astrophysical Journal*, vol. I, p. 285 et suiv.; 1895).

tique dont le plan passe par le Soleil et dont la ligne des apsides fait un certain angle avec le rayon visuel (¹).

Nous sommes moins avancés pour cette étoile que pour Z Hercule, où la différence des durées des deux périodes de variabilité nous avait donné une connaissance très approchée de l'excentricité.

414. *Constance d'éclat au minimum. U Céphée. S Voiles.* — Ces variables sont fort intéressantes, car leur constance d'éclat au minimum donne un nouveau moyen d'obtenir très simplement le rapport des dimensions des composantes du système; en effet, en supposant l'éclipse centrale, la durée de la période d'accroissement ou de décroissement de lumière représente le diamètre de la plus petite étoile, et la durée de la constance la différence de leurs diamètres; enfin, en admettant, dans une première approximation, que l'orbite soit circulaire, le rapport de la durée de l'éclipse à celle de la période entière donne la somme des rayons des composantes rapportée au rayon de l'orbite.

On arrive ainsi aux conclusions suivantes :

Le système de *U Céphée* (n° 396) se composerait *de deux étoiles, l'une brillante, l'autre obscure et plus petite, dont les diamètres sont dans le rapport de cinq à trois, et cette dernière se mouvrait dans une orbite relative qui, supposée circulaire, aurait un rayon deux fois plus grand que celui de la première.* Ce système serait donc très serré, puisque les bords des deux composantes ne seraient séparés que par un cinquième du rayon de l'orbite (²);

Pour *S Voiles* (n° 399), *le rayon de l'étoile principale étant pris pour unité, le rayon de l'orbite serait égal à* 8; *le rayon de l'étoile la moins lumineuse environ le double de celle de l'étoile principale et son éclat quatre fois moindre.*

(¹) Duner, *Sur les variations de l'étoile variable V Cygni* (*Ofversigt of Köngl. Vetenskaps Akademicus Föhrhandlinger*, 1892; p. 334).

(²) Les dimensions relatives des composantes, déduites des rapports d'éclat, concordent d'ailleurs suffisamment avec celles que nous venons d'obtenir. Ils donnent, en effet,

$$\frac{r}{R} = \frac{2}{\sqrt{5}} \quad \text{au lieu de} \quad \frac{3}{5} = \frac{3}{\sqrt{5}} \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{1,3}{\sqrt{5}}.$$

Les étoiles, outre qu'elles apportent par la constance d'éclat au minimum la preuve la plus évidente de l'exactitude de la théorie actuelle pour l'explication de leur variabilité, offrent aussi l'exemple d'étoiles relativement obscures, de dimensions plus grandes que l'étoile lumineuse à laquelle elles sont associées.

VI. — Théorie générale.

Dans le cas général et réel où le plan de l'orbite relative fait un certain angle, d'ailleurs forcément assez petit, avec la ligne de visée, l'occultation ne sera plus centrale et n'affectera à chaque conjonction qu'une portion du disque du compagnon; l'éclipse sera alors partielle. Il n'y en aura pas moins encore en général deux minima plus ou moins distants et plus ou moins inégaux, suivant l'inclinaison et les dimensions ou éclats relatifs; cependant, dans le cas où le compagnon serait obscur, on n'aurait plus qu'une seule période de variation lumineuse à chaque révolution; et, si l'orbite étant excentrique le grand axe coïncidait avec la projection de la ligne de visée, ou si l'orbite pouvait être traitée comme circulaire, la courbe de variation lumineuse correspondante serait symétrique par rapport à son milieu. Au premier abord, ce cas ne se distingue pas de celui décrit plus haut des deux minima égaux et équidistants produits par deux astres de même dimension et même éclat dont l'éclipse est centrale; mais on peut les séparer puisqu'à ce dernier correspond un minimum d'éclat moitié moindre que l'éclat constant, ce dont on s'assure en traduisant, en intensités lumineuses, les grandeurs observées.

415. *Possibilité de l'éclipse.* — Supposons les deux étoiles sphériques; elles se projetteront suivant des cercles sur un plan quelconque et par conséquent aussi sur le plan de visée (perpendiculaire à la ligne de visée). Sur ce plan, l'orbite du compagnon se projettera suivant une ellipse E, l'étoile principale en P et, pour qu'une éclipse soit possible, il faut que le cercle, mené de P comme centre avec la somme des rayons stellaires pour rayon, coupe l'orbite apparente. Si ce cercle et l'ellipse E se coupent en quatre points, il y aura éclipse à chacune des conjonctions; s'ils ne se coupent qu'en deux points, l'éclipse n'aura lieu au con-

traire qu'à l'une des conjonctions. L'allure générale du phénomène dépendra donc des dimensions de l'orbite apparente, de la position par rapport à elle de l'étoile principale et enfin de la somme des rayons des deux étoiles.

Soient O le centre de l'orbite apparente, P la projection de l'étoile principale et β l'angle de OP avec la ligne des nœuds, OA_1 le grand axe de l'orbite apparente et β' l'angle POA_1; représentons par a_1 et b_1 les deux axes de l'orbite apparente, par a et b ceux de l'orbite réelle. On aura, en employant les notations du n° 388,

$$a'\cos\beta = a\sin\alpha, \qquad b'\cos\theta = \frac{ab}{a'}\sin\alpha\cos\alpha\sin^2\varphi,$$

$$a'\sin\beta = a\cos\alpha\cos\varphi, \qquad b'\sin\theta = \frac{ab}{a'}\cos\varphi,$$

$$OP = a'e$$

et

$$\begin{aligned}
(a_1 + b_1)\cos(\mu - \beta') &= a' + b'\sin\theta,\\
(a_1 - b_1)\sin(\mu - \beta') &= \quad - b'\cos\theta,\\
(a_1 - b_1)\cos(\mu + \beta') &= a' - b'\sin\theta,\\
(a_1 - b_1)\sin(\mu + \beta') &= \quad - b'\cos\theta,
\end{aligned}$$

où μ et θ sont des angles auxiliaires et d'où l'on tirera aisément a_1, b_1, α', β et OP.

Prenons comme exemple

$$\varphi = 90^\circ - i = 4^\circ, \qquad e = 0{,}5, \qquad a = 5{,}0 \qquad R = 1, \qquad R' = 0{,}75,$$

et faisons le calcul pour des valeurs de α variant de 15° en 15° dans l'étendue du premier quadrant (les valeurs pour les autres quadrants se déduisent des premières par raison de symétrie, on prend $180^\circ - \alpha$, $180^\circ + \alpha$ et $360^\circ - \alpha$ pour les trois autres quadrants) en rapportant, pour plus de commodité et à titre provisoire, toutes les longueurs à $a = 1$:

α.	a_1.	b_1.	β.	β'.	$\beta - \beta'$.	OP.	OP sin β.	b_1 + OP sin β.
90°..	1,000	0,060	0°. 0′	0° 0′	+0°. 0′	0,500	+0,000	0,060
75..	0,992	61	1. 4	0.49	+0.15	483	+0,007	0,054
60..	967	63	2.18	1.50	+0.28	433	+0,014	0,049
45..	933	65	4. 0	3.27	+0 33	354	+0,021	0,041
30..	901	67	6.54	6.22	+0.32	252	+0,028	0,039
15..	874	69	14.37	14.18	+0.19	134	+0,033	0,036
0..	867	70	90. 0	90 0	+0. 0	035	+0,035	0,035

Ce Tableau montre que :

1° Quelle que soit, dans l'orbite réelle, la position du grand axe par rapport à la projection de la ligne de visée, le grand axe de l'orbite apparente coïncide toujours très sensiblement avec la ligne des nœuds ;

2° Le petit axe de l'orbite apparente est sensiblement constant et toujours très petit par rapport à a (0,06 à 0,07); rapporté à $a = 5,0$, il varie de 0,30 à 0,35;

3° La distance OP est maximum quand $\alpha = 90°$ et que la ligne des apsides coïncide avec la ligne des nœuds; quand au contraire la ligne des apsides coïncide avec la projection de la ligne de visée, OP est minimum : pour $a = 5,0$, on a alors OP = 0,175;

4° Avec les dimensions indiquées pour les deux étoiles et qui, d'après tout ce que nous avons vu jusqu'ici, sont bien des dimensions moyennes, il est certain que, quelle que soit la position de la ligne des apsides, il y aura toujours occultation à chacune des deux conjonctions.

Mais si l'orbite est tellement inclinée que b_1 ait une valeur suffisante, la position du grand axe par rapport à la ligne de visée peut avoir une grande influence. En effet, la distance ρ du point P à l'ellipse apparente peut être considérée comme égale à :

Conjonction inférieure.....	$b_1 - \mathrm{OP} \sin\beta$
» supérieure.....	$b_1 + \mathrm{OP} \sin\beta$

De $\alpha = 90°$ à $\alpha = 15°$, la ligne OP reste sensiblement confondue avec le plus grand axe apparent OA_1, le point P est sensiblement sur OA_1 et, par suite, la distance ρ sensiblement constante. Mais à partir de $\alpha = 15°$, c'est-à-dire lorsque le grand axe se rapproche de la ligne de visée, la ligne OP se relève brusquement pour devenir perpendiculaire à OA_1; si donc les éléments sont tels que OP conserve alors une valeur assez considérable par rapport à la somme $R + R'$ des rayons. Il pourra arriver que, inversement de ce qui se produisait jusque-là, on ait :

Conjonction inférieure.....	$b_1 - \mathrm{OP} \sin\beta < R + R'$
» supérieure.....	$b + \mathrm{OP} \sin\beta > R + R'$

c'est-à-dire qu'une éclipse qui n'avait pas lieu jusqu'alors à la

conjonction inférieure se produise, tandis que cesse d'avoir lieu une éclipse qui s'était produite jusque-là à la conjonction supérieure.

Plaçons-nous dans deux cas particuliers :

1° Supposons que la ligne des apsides coïncide avec la ligne des nœuds ; alors l'orbite apparente a son grand axe égal à a et dirigé suivant la ligne des nœuds, son petit axe $b_1 = b \sin\varphi$, le point P est en son foyer et sa distance à l'ellipse qui est l'ordonnée correspondante est

$$a(1 - e^2)\sin\varphi.$$

Dans ce cas, pour qu'il y ait éclipse à l'une ou l'autre des deux conjonctions, il faut et suffit que

$$a(1 - e^2)\sin\varphi < R + R' \quad \text{ou} \quad a(1 - e)(1 + e)\sin\varphi < R + R';$$

2° Supposons la ligne des apsides perpendiculaire à la ligne des nœuds ; l'orbite apparente a pour axes $a_1 = b$ et $b_1 = a\sin\varphi$, le point P se trouve sur le petit axe à une distance $OP = ae\sin\varphi$ et sa distance à l'ellipse est

Conjonction inférieure..... $a\sin\varphi - ae\sin\varphi$.
» supérieure..... $a\sin\varphi + ae\sin\varphi$,

Il faut donc, pour qu'il y ait éclipse, que

Conjonction supérieure..... $a(1 + e)\sin\varphi < R + R'$,
» inférieure..... $a(1 - e)\sin\varphi > R + R'$;

A la conjonction inférieure, une éclipse qui a lieu dans ce second cas peut parfaitement n'avoir pas lieu dans le premier ; à la conjonction supérieure, c'est l'inverse, et une éclipse qui a lieu dans le premier cas peut parfaitement, toutes choses étant égales d'ailleurs, n'avoir pas lieu dans le second.

Avec $R = 1$, $R' = 0,75$, les trois valeurs limites de l'inclinaison φ sont, pour $a = 10$, ...,

$$13°29', \quad 6°41', \quad 20°24';$$

pour $a = 5$, ...,

$$27°49', \quad 13°27', \quad 44°13';$$

la comparaison de ces valeurs, dont quelques-unes ont seules un

intérêt pratique, prouve, d'une autre manière, l'influence du déplacement angulaire du grand axe de l'orbite réelle.

Deux systèmes binaires, identiques entre eux pour les dimensions des composantes, celles de l'orbite relative, sa forme et l'inclinaison de son plan, peuvent donc présenter des courbes de lumière d'un type tout différent, si la position de cette orbite n'est pas la même dans son plan ; l'une d'elles pourra, par exemple, n'avoir qu'un minimum par période, alors que la seconde en aura deux.

Des différences analogues peuvent exister pour les durées d des deux éclipses, et δ de leurs périodes de décroissement et d'accroissement de lumière. Soient, en effet, A, B et C, D les points d'intersection avec l'orbite apparente du cercle de centre P et de rayon $R + R'$, les aires APB, CPD sont proportionnelles aux durées d et, dès que le point P est un peu distant de l'axe OA, elles sont inégales; de même, si I et S sont les intersections de l'orbite apparente avec la projection de la ligne de visée, les surfaces PIA et PIB, PSC et PSD mesurent, dans chaque cas, les durées δ de chacune des deux phases de l'éclipse; celles-ci diffèrent donc aussi l'une de l'autre dès que le point P s'éloigne, soit du grand, soit du petit axe de l'orbite apparente.

Avec une faible inclinaison du plan de l'orbite réelle sur la ligne de visée, les intervalles δ seront, en général, sensiblement égaux; mais, si l'excentricité est assez forte, ces intervalles et les durées d différeront l'un de l'autre lorsque le grand axe s'approchera de la projection de la ligne de visée.

Avec une inclinaison sensible, la ligne OP s'éloigne progressivement du grand axe OA_1, tandis que la distance OP reste sensiblement constante, de sorte que le point P parcourt à peu près un arc de cercle à l'intérieur de l'orbite apparente.

En conséquence, les durées d sont égales lorsque, le grand axe réel coïncidant avec la ligne des nœuds, le point P est sur cette ligne; mais à partir de là et pour chacune des conjonctions, les durées d ainsi que les intervalles δ sont inégaux jusqu'à ce que, le grand axe réel se confondant avec la projection de la ligne de visée et le point P se trouvant sur le petit axe de l'orbite apparente, les durées d soient d'autant plus inégales que l'excentricité est plus forte, les intervalles δ étant alors devenus égaux.

C'est ce que met bien en évidence le Tableau suivant calculé avec les éléments $a = 1$ et $e = 0,5$, pour les inclinaisons de 13° et 27° par rapport au plan perpendiculaire au plan de projection.

Inclinaison.

	13°.		27°.	
α.	β.	$b_1 - \mathrm{OP} \sin \beta$.	β.	$b_1 - \mathrm{OP} \sin \beta$.
°	°		°	
90	0,0	0,195	0,0	0,393
75	2,35	173	5,0	356
60	5,36	154	11,6	319
45	10,45	140	29,5	287
30	19,26	127	33,4	259
15	38,51	116	56,4	237
0	90,0	0,113	90,0	0,227

Ainsi un changement de la position de l'orbite peut, à lui seul, ramener à la constance d'éclat une de ses portions où celui-ci était jusque-là variable; de même, lorsque cette variabilité subsiste, il peut modifier complètement les phases du phénomène, qui deviennent alors dissymétriques de part et d'autre des minima.

Mais ces considérations n'ont à l'heure actuelle qu'un intérêt théorique; comme le rapport des rayons des composantes ne peut guère être inférieur à un quart, une inclinaison un peu forte réduirait la variation lumineuse à des valeurs trop faibles pour avoir pu être constatées jusqu'ici, il faut, pour utiliser complètement cette discussion, attendre que les progrès en cours des méthodes d'observation de ces variations d'éclat nous aient mis en possession de résultats suffisamment nombreux et exacts.

416. *Éclats de la variable.* — A un instant donné de chacune de ces éclipses correspond un éclat qu'il convient maintenant de calculer; mais il y a lieu, tout d'abord, de définir les deux conjonctions.

D'après ce qui précède, il est probable que le compagnon est à la fois moins lumineux et de moindre dimension que l'étoile principale, et comme, dans le mouvement orbital relatif, la conjonction inférieure correspond à l'occultation de celle-ci par l'autre composante, nous appellerons *conjonction inférieure* celle qui

est simultanée au minimum principal, et nous distinguerons les minima ainsi que les conjonctions simultanées par les chiffres

I pour la conjonction inférieure,
II pour la conjonction supérieure.

Ceci posé, soient :

E_0, l'éclat de l'étoile dans ses périodes de constance;
E, son éclat à un instant quelconque t d'une période de variabilité;
γ, le rapport de l'éclat intrinsèque du compagnon à celui de l'étoile principale (rapport à égale surface des éclats de chacune des composantes).
S et s, les surfaces des deux disques stellaires;
σ, la surface commune aux deux disques à un moment quelconque d'une éclipse.

On aura

$$\frac{E_1}{E_0} = \frac{S + s\gamma - \sigma}{S + s\gamma}, \qquad \text{conjonction I,}$$

$$\frac{E_2}{E_0} = \frac{S + s\gamma - \sigma\gamma}{S + s\gamma}, \qquad \text{conjonction II,}$$

de telle sorte que, si l'on connaissait les surfaces S et s ainsi que γ et si l'on pouvait calculer la surface σ à tout instant de chacune des éclipses, on aurait pour chacun d'eux une valeur théorique du rapport de l'éclat actuel à l'éclat constant, rapport que l'observation donne de son côté; la comparaison de ces deux séries de nombres serait évidemment un critérium pour l'hypothèse adoptée.

Actuellement, nous nous bornerons à deux cas particuliers intéressants, le minimum de chaque éclipse; soient σ_1 et σ_2 les surfaces communes, lors de ces minima, exprimées en fractions de la surface de l'étoile principale, k le rayon du compagnon mesuré avec celui de l'étoile principale pour unité, nous aurons

$$E_0 = 1 + k^2\gamma, \qquad E_1 = 1 + k^2\gamma - \sigma_1, \qquad E_2 = 1 + k^2\gamma - \gamma\sigma_2,$$

$$(2) \qquad A_1 = \frac{E_1}{E_0} = \frac{1 + k^2\gamma - \sigma_1}{1 + k^2\gamma}, \qquad A_2 = \frac{E_2}{E_0} = \frac{1 + k^2\gamma - \gamma\sigma_2}{1 + k^2\gamma},$$

où A_1 et A_2 sont déduites de l'observation et d'où l'on tire

$$(1) \qquad \gamma = \frac{\sigma_1}{\sigma_2}\,\frac{1-A_2}{1-A_1}, \qquad k^2 = \frac{\sigma_2}{\sigma_1}\,\frac{\sigma_1-(1-A_1)}{1-A_2},$$

pour le rapport des éclats intrinsèques et celui des dimensions en fonction des surfaces occultées aux deux conjonctions.

Remarque I. — La définition que nous avons donnée de la conjonction inférieure entraîne la condition

$$\gamma < \frac{\sigma_1}{\sigma_2},$$

c'est-à-dire que le rapport de l'éclat intrinsèque de l'étoile dite *compagnon* à celui de l'étoile principale est toujours moindre que le rapport des surfaces occultées à la conjonction inférieure et à la conjonction supérieure.

Remarque II. — Si

$$\gamma = \frac{\sigma_1}{\sigma_2},$$

les deux éclats minima sont égaux et l'une ou l'autre des deux conjonctions peut être prise comme conjonction inférieure; on a d'ailleurs

$$k^2 = \frac{\sigma_1-(1-A_1)}{1-A_1},$$

qui donne une expression simple du rapport des rayons, et d'où l'on déduit les deux inégalités spéciales à ce cas,

$$\sigma_1 > 1-A_1, \qquad \gamma\sigma_2 < 1-A_1.$$

VII. — Détermination des éléments.

417. *Excentricité. Longitude du périastre. Première méthode.* — Pour les étoiles dans lesquelles on a, comme pour Algol, constaté une variation périodique dans la durée de la période, et elles sont jusqu'à présent deux dans ce cas

U Céphée, où . . . . $t = T_0 + nP + 130^m \sin(0^\circ,06\,n + 300^\circ)$,

U Ophiuchus, où . $t = T_0 + nP + 80^m \sin(0^\circ,023\,n - 140^\circ)$,

la détermination de ces éléments est pour ainsi dire immédiate :

en effet, ces formules deviennent identiques à la formule théorique si l'on fait pour

U Céphée..... $\frac{P}{\pi} e = 130^m$, $\alpha = 300°$,

U Ophiuchus..... $\frac{P}{\pi} e = 80^m$, $\alpha = 140°$,

valeurs d'où l'on déduit pour chacune des étoiles

U Céphée..... $e = 0,113$ $\alpha = 300°$
U Ophiuchus..... $e = 0,218$ $\alpha = 140°$

Seconde méthode. — Si t est le temps correspondant à une longitude w (n° 388) du compagnon,

$$nt + c = w - 2e \sin(w - \alpha), \qquad t = -\frac{c}{n} + \frac{w}{n} - 2\frac{e}{n}\sin(w - \alpha),$$

ou, si l'on pose

$$T_0 = -\frac{c}{n},$$

$$T = T_0 + \frac{w}{n} - 2\frac{e}{n}\sin(w - \alpha);$$

et comme

$w_1 = 2m\pi$, à la conjonction inférieure,
$w_2 = (2m + 1)\pi$, à la conjonction supérieure,

on aura pour époques des maxima correspondants de l'éclipse,

$$T_1 = T_0 + \frac{2m}{n}\pi + 2\frac{e}{n}\sin\alpha, \qquad \text{à la conjonction inférieure,}$$

$$T_2 = T_0 + \left(\frac{2m+1}{n}\right)\pi - 2\frac{e}{n}\sin\alpha, \qquad \text{à la conjonction supérieure,}$$

ou

$$T_1 = T_0 + mP - \frac{e}{\pi}P\sin\alpha, \qquad \text{à la conjonction inférieure,}$$

$$T_2 = T_0 + \frac{2m+1}{2}P - \frac{e}{\pi}P\sin\alpha, \qquad \text{à la conjonction supérieure,}$$

On en déduit, comme relation entre e, α et des quantités connues

$$(1) \quad \begin{cases} T_2 - T_1 = P\left(\frac{1}{2} - \frac{2e}{\pi}\sin\alpha\right). \\ T_3 - T_2 = P\left(\frac{1}{2} + \frac{2e}{\pi}\sin\alpha\right). \end{cases}$$

Ainsi que nous l'avons indiqué plus haut, pour toute orbite elliptique et toute valeur de α différente de zéro, les intervalles qui, dans une période, séparent deux conjonctions ou minima successifs diffèrent d'une demi-période, et de la même quantité en sens contraire dans les deux cas; en général, les maxima ne se succéderont donc pas à intervalles égaux.

Maintenant, si la différence des durées des éclipses est assez forte, on obtiendra par (1) du n° **412** une première valeur approchée de e, et par la relation précédente une valeur correspondante de α.

Appliquées à la variable RS Sagittaire, ces formules donnent le système approché

$$e_0 = 0,23, \qquad \alpha_0 = 1^\circ,6$$

dont il faut déduire des valeurs exactes de ces éléments.

Or, au moment du milieu de chacune des éclipses, l'anomalie vraie est

$$-\alpha \qquad \text{ou} \qquad (180^\circ - \alpha),$$

les anomalies moyennes correspondantes sont

$$M_1 = -\alpha + 2e\sin\alpha, \qquad M_2 = 180^\circ - \alpha - 2e\sin\alpha,$$

et au commencement et à la fin de chaque éclipse

$$M'_1 = -\alpha + 2e\sin\alpha - n\delta_1, \qquad M'_2 = 180^\circ - \alpha - 2e\sin\alpha - n\delta_2,$$
$$M''_1 = -\alpha + 2e\sin\alpha + n\delta'_1, \qquad M''_2 = 180^\circ - \alpha - 2e\sin\alpha + n\delta'_2;$$

on aura les anomalies vraies correspondantes par

$$(1) \qquad v = M + 2e\sin M$$

et les valeurs de w par

$$(2) \qquad w = v + \alpha.$$

Ceci posé, à un moment quelconque de l'éclipse, on a pour la distance D des centres des deux astres projetés,

$$D = a(1 - e^2)\frac{\sqrt{1 - \cos^2 w \cos^2 \varphi}}{1 + e\cos v},$$

et comme, au commencement et à la fin de chaque éclipse, elle est égale à la somme $R + R'$ de l'étoile principale et du compagnon,

on aura, pour l'un quelconque des contacts externes,

$$\frac{R + R'}{a(1 - e^2)} = \frac{\sqrt{1 - \cos^2 w_1 \cos^2 \varphi}}{1 + e \cos v_1},$$

équation qui, à notre degré d'approximation ($\cos\varphi = 1$), se réduit à

$$(3) \qquad \frac{R + R'}{a} = \frac{(1 - e^2)\sin w_1}{1 + e\cos(w_1 - \alpha)}.$$

Si bien qu'en définitive les quatre rapports

$$(4) \qquad \begin{cases} \dfrac{(1 - e^2)\sin w_1}{1 + e\cos(w_1 - \alpha)}, & \dfrac{(1 - e^2)\sin w'_1}{1 + e\cos(w'_1 - \alpha)} \\[2ex] \dfrac{(1 - e^2)\sin w_2}{1 + e\cos(w_2 - \alpha)}, & \dfrac{(1 - e^2)\sin w'_2}{1 + e\cos(w'_2 - \alpha)} \end{cases}$$

doivent avoir la même valeur numérique lorsque les nombres que l'on y introduit pour e et α sont exacts. De part et d'autre de e_0, on prendra des valeurs de e distantes de 0,05 en 0,05; on calculera par (1) et (2) les valeurs correspondantes de v et w et enfin par (4) les expressions numériques de ces quatre rapports. La suite de ces quantités rangées en Tableau (avec les auxiliaires ayant servi à leur détermination) montrera immédiatement entre quelles deux valeurs de e se trouve l'égalité de ces rapports. On recommencera le calcul pour des valeurs de e distantes de 0,01 en 0,01 dans leur intervalle, d'où l'on tirera deux nouvelles valeurs limitatives de e et ensuite, par une simple interpolation, les valeurs exactes de e et de α.

Si la différence des durées de l'éclipse était trop faible pour qu'on en puisse déduire une valeur approchée de e, on arriverait au but par le même genre de calcul, mais en partant d'une série d'excentricités distante de 0,05 depuis 0,0 jusqu'à 0,4.

Appliquons ceci au système binaire formé par R. S. Sagittaire, nous aurons pour e et α les valeurs

$$e = 0{,}247, \qquad \alpha = 1^\circ{,}50$$

avec les rapports (4) égaux à

$$0{,}518, \quad 0{,}519, \quad 0{,}521, \quad 0{,}519$$

tandis que, avec les valeurs premières e_0 et α_0, ces rapports étaient

$$0{,}512, \quad 0{,}512, \quad 0{,}526, \quad 0{,}522$$

La comparaison de ces nombres ainsi que des deux systèmes de valeurs de e et α nous renseigne complètement sur le profit apporté par cette seconde approximation et l'utilité qu'il y a à l'effectuer.

418. *Dimension des étoiles. Éclats relatifs. Inclinaison.* — Faisons maintenant une hypothèse et supposons que, au moment du minimum I, le compagnon projeté soit tangent intérieurement à l'étoile principale, la distance D sera alors égale à la différence $(R - R')$ des rayons (on prend $a = 1$), et si l'on peut la calculer, on aura les rayons eux-mêmes, puisque les rapports (4) donnent leur somme $(R + R')$.

On l'obtient comme il suit :

Soient r_1 et r_2 les rayons vecteurs, d_1 et d_2 les distances des centres aux moments des deux minima, on aura

$$\frac{d_2}{d_1} = \frac{r_2}{r_1} \qquad \text{ou} \qquad \frac{d_2}{R - R'} = \frac{1 + e\cos\alpha}{1 - e\cos\alpha},$$

ou encore

$$d_2 = m(R - R'),$$

si, pour abréger, on pose

$$m = \frac{1 + e\cos\alpha}{1 - e\cos\alpha},$$

qui est une donnée de l'observation.

D'autre part, dans l'hypothèse précédente, les formules du n° 416 deviennent, puisque alors $\sigma_1 = k^2$,

$$(5) \qquad A_1 = \frac{1 + k^2\gamma - k^2}{1 + k^2\gamma},$$

$$(6) \qquad A_2 = \frac{1 + k^2\gamma - \gamma\sigma_2}{1 + k^2\gamma};$$

d'où

$$(7) \qquad \frac{A_1}{A_2} = \frac{1 - k^2(1 - \gamma)}{1 + \gamma(k^2 - \sigma_2)},$$

où le premier membre est aussi une donnée d'observation.

D'autre part, la surface σ_2 est donnée (n° 390) par les équations

$$2\sigma_2 = R^2\{(2x - \sin 2x) + R'^2[(2y - \sin 2y)]\}$$
$$R\sin x - R'\sin y = 0, \qquad R\cos x - R'\cos y = d_2 = m(R - R').$$

Dès lors, pour chaque valeur arbitrairement donnée à $(R - R')$, nous pourrons calculer k, σ_2 et γ; et, si cette valeur était la valeur exacte de la différence, l'introduction de ces nombres dans (7) rendrait ce rapport égal au rapport expérimental des éclats.

La méthode de calcul s'ensuit : on prendra à partir de 0,0 une série de valeurs de $(R - R')$ variant de 0,05 en 0,05 et, pour chacune d'elles, on fera le calcul que nous venons d'indiquer jusqu'à ce que l'on ait obtenu deux valeurs successives de $(R - R')$ qui donnent au rapport (7) deux valeurs, l'une plus grande, l'autre plus petite que la valeur observée.

On recommencera ces calculs en faisant varier $(R - R')$ de 0,01 en 0,01 dans l'intervalle de ces deux valeurs limitatives : on obtiendra ainsi deux nouvelles valeurs limitatives, avec lesquelles, et par une simple interpolation, on aura les valeurs de k et de γ avec une approximation aussi grande qu'on le voudra.

On a, en outre, l'inclinaison φ par l'équation

$$R - R' = r_1 \sin\varphi, \qquad \text{d'où,} \qquad \sin\varphi = \frac{1 + e\cos\alpha}{1 - e^2}(R - R').$$

Appliqué à R. S. Sagittaire ce procédé donne

$$\frac{R}{a} = 0{,}275, \quad \frac{R'}{a} = 0{,}243, \quad k = 0{,}88, \quad \gamma = \frac{2}{5} \quad \text{et} \quad \varphi = 2^\circ{,}40.$$

Si l'on trouvait ainsi une valeur sensible de l'inclinaison, on devrait procéder à une nouvelle approximation de e et α par la méthode du n° **417** en y employant pour φ cette valeur elle-même.

En réunissant dans un même énoncé tout ce que nous avons obtenu sur cette variable, nous conclurons que : R. S. *Sagittaire forme un système binaire dont les composantes sont à fort peu près de même dimension avec des éclats à fort peu près doubles l'un de l'autre, et dont l'une circule dans une orbite relative d'excentricité égale à* 0,25 *dont la ligne des apsides coïncide presque avec la ligne de visée, dont le plan fait avec cette ligne un petit angle d'environ* 2°, *et dont le grand axe est sensiblement quadruple du diamètre commun de chacune des composantes.*

419. *Durée de l'éclipse.* — Au commencement et à la fin d'une éclipse, les longitudes correspondantes sont données par

la relation

$$(1) \qquad \frac{R + R'}{a(1 - e^2)} = \frac{\sqrt{1 - \cos^2\varphi \cos^2 w}}{[1 - e\cos(w - \alpha)]},$$

où w seule est inconnue, et, ces valeurs déterminées, on aurait les époques par les équations (2), n° **412**. Mais il est plus simple de procéder comme il suit.

Prenons comme premières valeurs approchées de w les valeurs $\mp w_0$, définies par l'équation

$$\frac{a(1 - e^2)}{R + R'} = \sqrt{1 - \cos^2\varphi \cos^2 w_0},$$

l'équation (1) deviendra

$$(1 - \cos^2\varphi \cos^2 w_0)[1 + e\cos(w - \alpha)]^2 = (1 - \cos^2\varphi \cos^2 w),$$

d'où, en négligeant e^2 et $e\sin^2\varphi$,

$$\sin^2 w = \sin^2 w_0[1 + 2e\cos(w - \alpha)] + \sin^2\varphi = \sin^2 w_0\left[1 + 2e\cos(w - \alpha) + \frac{\sin^2\varphi}{\sin^2 w_0}\right]$$

et en supposant $\frac{\sin^2\varphi}{\sin^2 w_0}$ négligeable par rapport à $2e\cos(w - \alpha)$,

$$\sin^2 w = \sin^2 w_0[1 + 2e\cos(w - \alpha)].$$

En remplaçant ensuite dans la parenthèse w par sa valeur approchée w_1 et extrayant les racines, il vient

$$\sin w = \sin w_0 + e\cos(w_0 - \alpha)\sin w_0;$$

posons

$$e\cos(w_0 - \alpha)\sin w_0 = b.$$

Cette relation prend la forme connue

$$\sin w = \sin w_0 + b,$$

d'où, à notre degré d'approximation, l'on tire par la formule d'Encke [1]

$$(2) \quad \begin{cases} w_1 = -w_0 + e\,\mathrm{tang}\,w_0\cos(w_0 + \alpha) & \text{comm}^t \\ w_1'' = -w_0 + e\,\mathrm{tang}\,w_0\cos(w_0 - \alpha) & \text{fin} \end{cases} \Big\} \text{ conjonct. infér.}$$
$$\begin{cases} w_2' = \pi - w_0 + e\,\mathrm{tang}\,w_0\cos(w_0 - \alpha) & \text{comm}^t \\ w_2'' = \pi + w_0 - e\,\mathrm{tang}\,w_0\cos(w_0 + \alpha) & \text{fin} \end{cases} \Big\} \text{ conjonct. supér.}$$

[1] ENCKE, *Einige Reihenentwickelungen der sphärischen Astronomie* (*Astronomische Nachrichten*, vol. XXIV, p. 162).

Pour passer aux heures correspondantes, nous introduirons la longitude moyenne; soit W celle du compagnon comptée à partir de OX, laquelle ne diffère de l'anomalie moyenne que par une constante, de sorte que

$$W = nt + c,$$

on aura

$$w = W + 2e\sin(W - \alpha).$$

d'où, avec la même approximation,

$$W = w - 2e\sin(w - \alpha),$$

et par suite, en général,

$$nt + c = w - 2e\sin(w - \alpha),$$

$$t = -\frac{c}{n} + \frac{w}{n} - \frac{2e}{n}\sin(w - \alpha),$$

et en posant

$$t_0 = -\frac{c}{n},$$

on aura l'expression générale

$$t = t_0 + \frac{2w}{n} - 2e\sin(w - \alpha).$$

Si donc on désigne par $\mathfrak{T}'_1$ et $\mathfrak{T}''_1$, $\mathfrak{T}'_2$ et $\mathfrak{T}''_2$ les heures du commencement et la fin de l'éclipse aux conjonctions I et II, il viendra

$$\mathfrak{T}'_1 = t_0 + \frac{w'_1}{n} - \frac{2e}{n}\sin(w'_1 - \alpha), \qquad \mathfrak{T}'_2 = t_0 + \frac{w_2}{n} - \frac{2e}{n}\sin(w'_2 - \alpha),$$

$$\mathfrak{T}'_1 = t_0 + \frac{w''_1}{n} - \frac{2e}{n}\sin(w''_1 - \alpha), \qquad \mathfrak{T}''_2 = t_0 + \frac{w''_2}{n} - \frac{2e}{n}\sin(w_2 - \alpha).$$

d'où, pour les durées θ_1 et θ_2 des deux éclipses,

$$\theta_1 = \mathfrak{T}''_1 - \mathfrak{T}'_1 = \frac{w''_1 - w'_1}{n} - \frac{2e}{n}[\sin(w''_1 - \alpha) - \sin(w'_1 - \alpha)],$$

$$\theta_2 = \mathfrak{T}''_2 - \mathfrak{T}'_2 = \frac{w''_2 - w'_2}{n} - \frac{2e}{n}[\sin(w''_2 - \alpha) - \sin(w'_2 - \alpha)].$$

Remplaçons les lettres w''_1, w'_1, w''_2, w'_2 par leurs valeurs tirées des équations (2) et négligeons les termes qui contiennent e^2 en

facteur, nous aurons aisément

$$(3)\qquad n\theta_1 = 2w_0 - 2e\sin w_0\cos\alpha,\qquad n\theta_2 = 2w_0 + 2e\sin w_0\cos\alpha,$$

d'où, la différence des durées,

$$n(\theta_2 - \theta_1) = 4e\sin w_0\cos\alpha.$$

Appliquée à R. S. Sagittaire, cette formule donne $\theta_2 - \theta_1 = 5^h,1$, au lieu de $4^h,8$ qu'indique l'observation.

On a ainsi une idée de l'erreur que l'on peut commettre dans l'appréciation du commencement ou de la fin d'un intervalle de constance d'éclat.

420. *Temps d'accroissement et de décroissement de lumière.* — D'autre part, les différences

$$t_1 - \mathfrak{T}'_1,\qquad \mathfrak{T}''_1 - t_1,\qquad t_2 - \mathfrak{T}'_2,\qquad \mathfrak{T}''_2 - t_2$$

donnent pour chaque éclipse les durées des intervalles de décroissement et d'accroissement de l'éclat. En remplaçant ces lettres par leurs valeurs, on aura les expressions théoriques de ces durées : en se bornant au même degré d'approximation, on trouve ainsi pour les différences δ_1 et δ_2 du temps d'accroissement et de décroissement dans chaque éclipse

$$(4)\qquad n\delta_1 = \frac{8e\sin\alpha\sin^4\frac{w_0}{2}}{\cos w_0},\qquad n\delta_2 = -\frac{8e\sin\alpha\sin^4\frac{w_0}{2}}{\cos w_0},$$

toutes choses étant égales d'ailleurs, ces deux expressions ont leur plus grande valeur numérique lorsque $\alpha = 90^\circ$; de son côté, w_1 est relativement petit, puisque la durée de l'éclipse n'est jamais qu'une fraction de la période, et les nombres du Tableau de la page 18° montrent que pour Algol, par exemple, il n'atteint jamais la valeur 45° qui rendrait maximum la fraction précédente. Or, pour $\alpha = 90^\circ$, $w_1 = 45^\circ$ et $e = 0,2$, valeur plus grande que toutes celles trouvées, on a

$$n\delta_1 = \frac{360^\circ}{4P}\,0,0446;$$

en outre, la plus courte période connue, celle de U Ophiuchus,

est à fort peu près de 1200 minutes; l'angle correspondant à la différence maximum des deux durées serait donc de

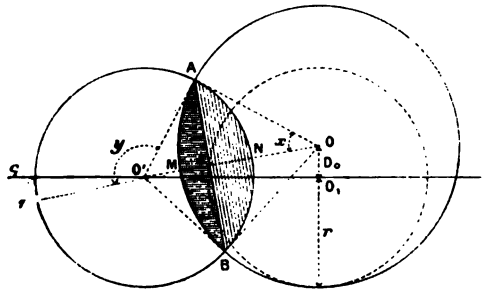
$$18',$$

et, par suite, dans tous les cas pratiquement nul.

421. *Coordination de ces éléments.* — Les éléments ayant été partagés par groupes résolus indépendamment n'ont pas été obtenus avec la même précision; en particulier, l'inclinaison et le rapport du rayon de l'étoile principale à celui de l'orbite ne sont sans doute que peu approchés. Il paraît donc convenable de comprendre tous ces éléments dans une opération d'ensemble qui les régularise : cela est possible lorsque l'on possède une courbe de lumière de la variable, on procède alors comme on l'a fait plus haut pour Algol.

Partant des valeurs précédentes et à l'aide des auxiliaires x et y (n° 383), dans l'utilisation desquelles il sera tenu compte de la

Fig. 69.



différence de leur situation relative (*fig.* 69 et *fig.* 70) dans les deux phases de l'éclipse, on calculera pour chaque éclipse une éphéméride lumineuse théorique; sa comparaison avec la courbe de lumière, rapportée à la même échelle, donnera pour chaque époque de l'éphéméride une correction $d\mathrm{M}$ à l'éclat théorique M.

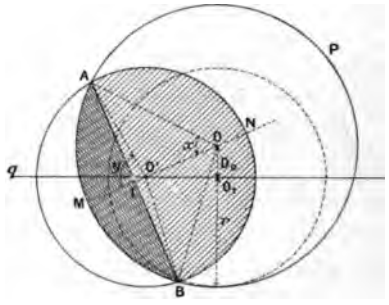
Or cet éclat M étant une fonction des éléments, sa différentielle peut être mise sous la forme

$$d\mathrm{M} = \mathrm{A}\,de + \mathrm{B}\,d\varphi + \mathrm{C}\,d\alpha + \mathrm{D}\,d\mathrm{R} + \mathrm{E}\,d\mathrm{R}' + \mathrm{F}\,d\gamma,$$

où A, B, ... sont des coefficients calculés à l'aide des éléments

adoptés et où de, $d\varphi$, ... représentent les corrections de ces derniers. On aura ainsi entre les corrections des éléments et des

Fig. 70.



quantités connues autant d'équations que d'époques choisies pour comparaison : leur ensemble, traité par la méthode des moindres carrés, conduira aux valeurs les plus probables des corrections et, par suite, des éléments. On trouvera un exemple de ce calcul dans le travail d'Harting sur Algol ([1]); mais l'application de ce procédé, quoique longue et pénible, n'apporte pas en général d'amélioration bien sensible aux valeurs adoptées; les détails de ce calcul ne sont donc utiles que pour la conduite de recherches spéciales analogues, et même dans ce cas il y a lieu de le limiter, comme nous l'avons fait plus haut pour Algol, aux seuls éléments R, R′, γ et φ; aussi croyons-nous devoir renvoyer le lecteur au Mémoire original.

VIII. — Inégalités périodiques de la période.

422. *Faits constatés.* — C'est ici le moment de revenir sur les inégalités périodiques constatées par Chandler dans les époques minima des étoiles doubles photométriques, Algol, U Céphée et U Ophiuchus.

Bornée à sa partie importante (et seule bien démontrée), l'ex-

([1]) HARTING, *loc. cit.*, p. 47 et suiv.

pression qui donne ces époques se réduit pour chacune d'elles à la forme

$$T = T_0 + P_0 n + A \sin(p + qn),$$

où A est une durée, p et q des constantes; soient N le nombre de périodes de l'année

$$NP = 365^j,25,$$

t le nombre d'années écoulées depuis t_0, d'où

$$n = Nt,$$

et posons

$$qN = q_1,$$

nous aurons l'expression équivalente

$$T = T_0 + P_0 n + A \sin(p + q_1 t).$$

Rappelons encore que pour

Algol.....	$A = 173^m,$	$\alpha = 202^\circ,30,$	$q_1 = 2,55:$
U Céphée....	$A = 130,$	$\alpha = 300,00,$	$q_1 = 8,76:$
U Ophiuchus.	$A = 80,$	$\alpha = 140,00,$	$q_1 = 10,42:$

les périodes de ces inégalités seraient donc d'environ

140 ans pour Algol,
41 ans pour U Céphée,
34 ans pour U Ophiuchus.

On a donné de l'existence de cette inégalité deux explications différentes.

423. *Chandler. Ces étoiles constituent des systèmes triples.* — Chandler l'attribue à un déplacement alternatif de l'étoile par rapport à nous et dû à ce que le système double formé par Algol parcourt une orbite de grandes dimensions autour d'une étoile relativement obscure et restée invisible jusqu'ici. Cette orbite sensiblement circulaire et située dans un plan incliné de 20° sur la ligne de visée, serait parcourue en 131 ans à une distance du centre de gravité du système égale à 19 unités astronomiques, exactement la distance d'Uranus au Soleil. Dans ces conditions, les éclipses d'Algol seraient en effet alternativement avancées ou

retardées suivant que cette étoile se rapprocherait ou s'éloignerait de la Terre.

Un ordre de considération tout à fait différent vient à l'appui de cette théorie : La comparaison des observations méridiennes d'Algol depuis 1753 paraît mettre en évidence un mode ondulatoire de progression de ses ascensions droites et, au moyen d'une série d'observations méridiennes différentielles avec des étoiles voisines, entreprise en vue de serrer de plus près la question, Searle a cru pouvoir conclure ([1]) que, conformément à la théorie précédente, l'ascension droite d'Algol va en augmentant depuis 1885, et qu'une valeur de $2'',7$ pour le grand axe de l'orbite autour de l'étoile inconnue rendrait suffisamment compte des faits observés. Or, avec la parallaxe $0'',07$ que Pritchard a obtenue (photographiquement) pour Algol, cette valeur correspondrait à 40 unités astronomiques, c'est-à-dire précisément la longueur adoptée par Chandler.

Cependant, il y a lieu d'ajouter que Bauschinger ayant repris en 1894 ([2]) la discussion des observations utilisées par Searle arrive à la conclusion que les irrégularités annoncées par ce dernier dans les ascensions droites de β Persée n'existent pas.

424. *Tisserand. L'étoile principale est aplatie.* — L'hypothèse de Chandler manquant ainsi de vérification expérimentale, il y avait lieu de chercher aux irrégularités des périodes de ces étoiles une explication nouvelle. Tisserand a proposé la suivante ([3]) : « Le système d'Algol ne renferme qu'un seul satellite obscur, mais l'étoile principale est légèrement aplatie et cet aplatissement imprime au grand axe de l'orbite un mouvement angulaire direct et uniforme. »

Dans ces conditions, la longitude du périastre variera proportionnellement au temps, $\lambda = \lambda_0 + \lambda_1 t$, et l'intervalle entre les milieux de deux éclipses successives sera soumis à des variations

---

([1]) A. Searle, *Relative places of β Persée and comparaisons stars* (*Annals of Harward College Observatory*, t. XXIX; 1893).

([2]) *Vierteljahresschrift der Astronomischen Gesellschaft*, 29e année, p. 196 et suiv.

([3]) F. Tisserand, *Sur l'étoile variable β de Persée* (*Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. CXX, p. 125 et suiv.).

périodiques telles que l'époque d'un minimum d'ordre m sera représentée par

$$(1) \qquad T = T_0 + mP + \frac{P}{\pi} e \sin(\lambda_0 - \lambda_1 t),$$

l'expression théorique [1] de λ_1 étant donnée par

$$(2) \qquad \lambda_1 = nJ \frac{M}{M+M'} \frac{R^2}{a^2} \qquad \text{avec} \qquad J = \varepsilon - \frac{1}{2}\chi,$$

où l'on désigne par :

n, le moyen mouvement du satellite,
R, le rayon équatorial de l'étoile principale supposée homogène,
ε, son aplatissement superficiel,
χ, le rapport de la force centrifuge équatoriale à la pesanteur.

Sur Algol seule nos connaissances sont assez complètes pour que nous puissions soumettre ces expressions au contrôle de l'observation; en identifiant (1) à la formule de Chandler on trouve

$$(3) \qquad e = 0,132, \qquad \lambda_0 = 205^\circ, \qquad \lambda_1 = 2^\circ,6,$$

d'où, en égalant les valeurs (2) et (3) de λ_1,

$$\varepsilon - \frac{1}{2}\chi = \frac{M+M'}{M} \left(\frac{a}{R}\right)^2 \frac{2,6}{365,25 \times n};$$

en prenant

$$\frac{M}{M'} = \frac{1}{2}, \qquad \frac{a}{R} = 5, \qquad n = 126^\circ,5,$$

on aura

$$\varepsilon - \frac{1}{2}\chi = \frac{1}{480},$$

et comme l'étoile est supposée homogène et que, par suite, d'après un théorème de Clairaut,

$$\varepsilon = \frac{3}{4}\chi,$$

il viendra, en définitive,

$$\varepsilon = \frac{1}{288},$$

---

[1] TISSERAND, *Mécanique céleste*, t. II, p. 210. On admet que le plan de l'orbite est situé dans le plan de l'équateur de l'étoile principale.

aplatissement tout à fait comparable à celui de la Terre et qui n'a donc rien que de très probable; mais son existence entraîne une conséquence qu'il faut signaler.

L'étoile principale ne se projettera plus suivant un disque circulaire sur le plan perpendiculaire à la ligne de visée; son grand axe étant presque parallèle à ce dernier sa projection sera très sensiblement une ellipse et la formule (1) (n° 416), à l'aide de laquelle nous avons calculé les surfaces occultées, n'est plus exacte. Il conviendrait donc de reprendre ces calculs avec cette donnée nouvelle et d'en comparer les résultats à ceux de la courbe de lumière de Schönfeld; il y a lieu de penser qu'on ferait ainsi disparaître les derniers petits écarts entre les deux systèmes de nombres, et cela beaucoup mieux qu'en cherchant à modifier les éléments adoptés pour l'orbite.

425. *Les mêmes formules sont applicables aux deux hypothèses.* — L'expression (1) qui donne l'époque d'un minimum d'époque t convient d'ailleurs aux deux hypothèses : en effet, le système qui constitue l'étoile variable ne peut évidemment tourner d'ensemble autour d'un troisième astre sans que pendant le temps de cette révolution nouvelle le grand axe de son orbite n'effectue dans son plan une rotation complète de 0° à 360°; admettre l'existence de l'un c'est admettre celle de l'autre, et, dès lors, nous pouvons considérer les époques des minima successifs comme régies uniquement par la position du grand axe.

Si donc on suppose la rotation de celui-ci comme s'effectuant d'un mouvement uniforme, ce qui ne peut être bien éloigné de la vérité, l'angle α qu'il fait au temps t avec la ligne de visée sera donné par

$$\alpha = \lambda_0 + \lambda_1 t,$$

et la formule (1) du n° 417 deviendra

$$T = T_0 + nP_0 + \frac{P_0 e}{\pi} \sin(\lambda_0 + \lambda_1 t),$$

identique à celle de Tisserand.

426. *Variation de la durée des éclipses.* — Quelle que soit la cause réelle de la révolution de la ligne des nœuds, il en ré-

sultera pour la durée de l'éclipse une variation périodique. Remplaçons en effet, dans les expressions (3) (n° **419**), l'angle α par la valeur que nous venons de lui trouver

$$\alpha = \lambda_0 + \lambda_1 t;$$

nous aurons, par exemple,

$$n\theta_1 = 2w_1 - 2e \sin w_1 \cos(\lambda_0 + \lambda_1 t),$$

qui montre bien que ces durées sont soumises à des variations périodiques.

Pour Algol, en particulier, on aura

$$\begin{aligned} n\theta_1 &= 2w_1 - 2e \sin w_1 \cos(202^\circ,5 + 2^\circ,55t) \\ &= 2 \times 23^\circ,35 - 1^h 13^m \cos(202^\circ,5 + 2^\circ,55t), \end{aligned}$$

d'où l'on déduit que depuis 1800, époque moyenne des observations de Wurm, à 1864, époque moyenne de celles de Schönfeld, la durée θ_1 aurait augmenté de $1^h,63$. Or, Wurm donne $\theta_1 = 6^h,5$ et Schönfeld $\theta_1 = 9^h,0$, soit une augmentation de $2^h,5$; la variation observée est donc bien de même sens et peu différente de la variation calculée.

427. *Comparaison des hypothèses de Chandler et Tisserand.* — Avec les données dont nous disposons actuellement, il est bien difficile de décider entre ces deux modes d'explication.

L'addition au système d'un second compagnon invisible, agissant comme astre perturbateur, se présente naturellement à l'esprit comme un cas particulier de la belle conception de Bessel.

428. Quant à l'aplatissement de l'astre principal, il doit satisfaire à deux conditions :

1° Être assez petit pour ne pas produire de variations sensibles pour nous dans la surface suivant laquelle se projette l'étoile sur le plan de visée et, par suite, permettre la constance de son éclat apparent en dehors des éclipses;

2° Être assez grand néanmoins pour produire les irrégularités observées.

Il semble bien qu'il en soit ainsi pour le nombre de Tisserand.

D'autre part, nous verrons bientôt (n° **454**) que pour expliquer la continuité de la variation d'éclat des étoiles doubles photométriques que nous rapportons au type β Lyre, on a été amené à leur supposer aussi une forme ellipsoïdale, d'ailleurs d'aplatissement plus grand que celui d'Algol; il y a là un argument considérable en faveur de l'hypothèse de Tisserand.

CHAPITRE XVIII.

ÉTOILES DOUBLES PHOTOMÉTRIQUES A VARIATION LUMINEUSE CONTINUE.

I. — Notions générales.

429. *Caractères généraux.* — Les étoiles de ce type sont caractérisées par une *variation continue* de lumière pendant toute la durée de leur période; leurs courbes de lumière sont, d'ailleurs, fort différentes de l'une à l'autre, depuis la double oscillation de β Lyre, jusqu'à l'oscillation unique de ζ Gémeaux, en passant par toutes les formes intermédiaires; mais elles sont soumises à quelques lois générales.

En général, le passage du minimum au maximum de lumière est plus rapide que le passage inverse du maximum au minimum; ainsi, sur les 35 étoiles où ce rapport est connu, la durée de l'accroissement de lumière égale celle du décroissement seulement pour trois d'entre elles, X Carène, U Petit Renard et S Pompe; mais pour les 32 autres le rapport de ces deux durées est inférieur à l'unité et parfois même inférieur de beaucoup, comme pour U Carène où l'accroissement de lumière est six fois plus rapide que le décroissement, si bien que la valeur moyenne du rapport pour ces 32 étoiles est de

$$0,57.$$

La variation d'éclat est, en général, régulière et constante pour les périodes successives, et, d'ailleurs relativement peu considérable; ainsi, sur les 45 étoiles de notre liste, 23 ont leur variation totale moindre que 1^{gr}, pour 20 elle est comprise entre 1^{gr} et 2^{gr},

et pour les 2 restantes, R Couronne australe et S Couronne australe, elle est de $2^{gr},6$ et $3^{gr},5$.

Cette variation d'éclat est sans relation apparente avec la durée de la période. X Sagittaire ayant une période de $7^{j},0$ avec une amplitude de $2^{gr},0$ tandis que U Carène, pour laquelle cette amplitude est presque la même ($1^{gr},8$), la période est de $38^{j},6$.

Le Tableau ci-dessous renferme, d'ailleurs, la liste de ces étoiles avec les éléments principaux de leurs variations :

Étoiles.	Rougeur.	Grandeur max.	Grandeur min.	Grandeur Diff.	Période P. j	Intervalle de m à M.	Intervalle de M à m.	Rapport.	Type.
T Licorne	2	6,1	7,8	1,7	27,0	7,9	19,1	0,41	III
W Gémeaux	»	6,8	7,6	0,8	7,7	2,6	5,1	0,52	I
ζ Gémeaux	2	3,7	4,5	0,8	10,2	5,0	5,2	0,96	I
V Poupe	»	4,4	5,2	0,0	2,3	»	»	»	
V Carène	»	7,2	8,0	0,8	6,7	3,0	3,7	0,81	
T Voiles	»	7,4	8,5	1,0	4,6	1,8	2,8	0,64	
W Carène	»	7,5	8,5	1,0	4,4	0,9	3,5	0,26	
S Pompe	»	6,7	7,3	0,6	0,3	0,2	0,2	1,00	I
N Voiles	2	3,4	4,4	1,0	4,2	»	»	»	
Y Carène	»	7,8	8,6	0,8	3,6	0,9	2,7	0,34	I
U Carène	»	6,7	8,5	1,8	38,6	6,0	32,6	0,19	
S Mouche	»	6,5	7,3	0,8	9,7	3,5	6,2	0,56	
T Croix	»	6,8	7,6	0,8	6,7	2,7	4,0	0,67	
R Croix	»	6,8	8,0	1,2	5,8	1,4	4,4	0,32	
R Mouche	»	6,6	7,4	0,8	0,9	0,3	0,6	0,52	
S Croix	»	6,6	7,8	1,2	4,7	1,5	3,2	0,47	
W Vierge	»	9,0	10,1	1,1	17,3	8,2	9,1	0,90	
V Centaure	»	6,7	7,6	0,9	5,5	2,5	3,0	0,82	
T Triangle austral	»	6,9	7,4	0,5	1,0	»	»	»	
R Triangle austral	»	6,7	7,7	1,0	3,4	0,8	2,6	0,32	
S Triangle austral	»	6,5	7,4	0,5	1,0	»	»	»	
U Triangle austral	»	7,7	8,7	1,0	2,6	0,8	1,8	0,42	
S Règle	»	6,5	7,4	0,9	9,7	»	»	»	
RV Scorpion	6	6,8	7,6	0,8	6,2	2,0	4,2	0,48	
X Sagittaire	1	4,0	6,0	2,0	7,0	2,9	4,1	0,70	
Y Ophiuchus	»	6,2	7,0	0,8	17,1	6,2	10,9	0,57	
W Sagittaire	1	4,8	5,8	1,0	7,6	3,0	4,6	0,65	
Y Sagittaire	0	5,8	6,6	0,8	5,8	1,8	4,0	0,45	
d Serpent	»	5,0	5,7	0,7	8,7	»	»	»	
U Sagittaire	1	7,0	8,3	1,3	6,7	3,0	3,3	0,79	
β Lyre	1	3,4	4,5	1,1	12,9	»	»	»	I

es.	Rougeur.	Grandeur max.	Grandeur min.	Grandeur Diff.	Période P. j	Intervalle *m* à M.	Intervalle M à *m*.	Rapport.	Type.
.....	»	4,0	5,5	1,5	9,1	4,0	5,1	0,73	I
australe.....	»	9,5	13,0	3,5	6,0	»	»	»	I
australe.....	»	10,6	13,2	2,6	13,2	»	»	»	II
.....	0	6,4	7,1	0,7	7,0	2,2	4,8	0,45	I
ırd	»	6,9	7,6	0,7	8,0	4,0	4,0	1,00	I
. .....	»	6,6	7,4	0,8	3,8	0,9	2,9	0,31	I
.....	2	3,5	4,7	1,2	7,2	2,2	4,9	0,46	I
.....	0	5,6	6,4	0,8	8,4	3,4	5,0	0,68	I
.....	0	6,4	7,5	1,1	16,4	6,8	9,6	0,71	II
rd.....	0	5,5	6,5	1,0	4,4	1,4	3,0	0,46	I
.....	2	3,7	4,9	1,2	5,3	1,6	3,7	0,43	I
.....	5	7,3	8,3	1,0	6,4	3,0	3,4	0,88	
.....	0	9,0	9,7	0,7	0,2	»	»	»	I

ıs y ajouterons les détails suivants sur celles d'entre elles nt le mieux étudiées.

II. — Histoire de β Lyre.

ı. *Argelander. Éclats. Heures tropiques.* — La variabilité ıyre a été découverte par Pigott en 1784 et observée au siècle ɜr par Goodricke et Westphal; mais nos connaissances sur ırıations ont surtout pour origine les nombreuses observa- d'Argelander et les discussions approfondies qu'il fit de mble de toutes celles connues à son époque ([1]).

ıdant une période, l'éclat de β Lyre varie de la grandeur à la grandeur $3^{gr},4$ en suivant la marche qu'indique le Ta- suivant dû à Argelander et où les éclats sont exprimés en s d'une échelle où x Lyre $= 2^{d},6$ et γ Lyre $= 12^{a},7$ ([2]).

W. ARGELANDER, *De stella β Lyræ variabili disquisitio* (1844).

ARGELANDER, *De stella β Lyræ variabili : Commentatio secunda* (1859).

Argelander (*Commentatio secunda*, p. 23) donne les éclats d'heure en pendant toute la durée de la période; nous nous sommes borné à une ɜe de 4^{h}.

Changements d'éclat de β Lyre.

Temps après le minimum.	Éclat en degrés.	Temps après le minimum.	Éclat en degrés.	Temps après le minimum.	Éclat en degrés.	Temps après le minimum.	Éclat en degrés.
j h		j h		j h		j h	
0. 0	3,35	3. 8	12,24	6.10	8,56	9.20	12,32
4	3,41	12	12,21	16	8,69	10. 0	12,27
8	3,69	16	12,16	20	8,95	4	12,19
12	4,65	20	12,08	7. 0	9,38	8	12,09
16	6,28	4. 0	11,98	4	9,86	12	11,96
20	7,68	4	11,86	8	10,32	16	11,82
1. 0	8,81	8	11,72	12	10,70	20	11,64
4	9,68	12	11,56	16	11,03	11. 0	11,43
8	10,37	16	11,38	20	11,32	4	11,16
12	10,85	20	11,19	8. 0	11,55	8	10,83
16	11,18	5. 0	10,96	4	11,74	12	10,35
20	11,45	4	10,71	8	11,89	16	9,58
2. 0	11,66	8	10,40	12	12,02	20	8,41
4	11,84	12	10,00	16	12,12	12. 0	6,75
8	11,99	16	9,51	20	12,20	4	5,11
12	12,10	20	9,02	9. 0	12,27	8	4,15
16	12,19	6. 0	8,71	4	12,32	12	3,67
20	12,25	4	8,58	8	12,35	16	3,44
3.0	12,26	8	8,54	12	12,36	20	3,35
4	12,26			16	12,35		

L'éclat de cette étoile (*fig.* 71) est donc soumis à une double oscillation et, pendant chaque période, il passe par deux maxima et deux minima. Le premier maximum a lieu $3^j 2^h$ après le minimum principal et est un peu moins intense que le second. $6^j 12^h$ après le premier minimum en vient un second beaucoup moins marqué que l'autre, et enfin le maximum principal a lieu $9^j 12^h$ après le minimum principal.

Ainsi, les degrés représentatifs des éclats des points tropiques et les intervalles qui les séparent seraient, d'après Argelander :

	d		j
Min. I.....	3,35	Min. I à max. I...	3,08
Max. I.....	12,27	Max. I à min. II...	3,30
Min. II.....	8,54	Min. II à max. II..	3,37
Max. II.....	12,36	Max. II à min. I...	3,16

L'élévation du minimum I vers le maximum I serait donc un peu

plus courte que la descente du maximum I vers le minimum II,

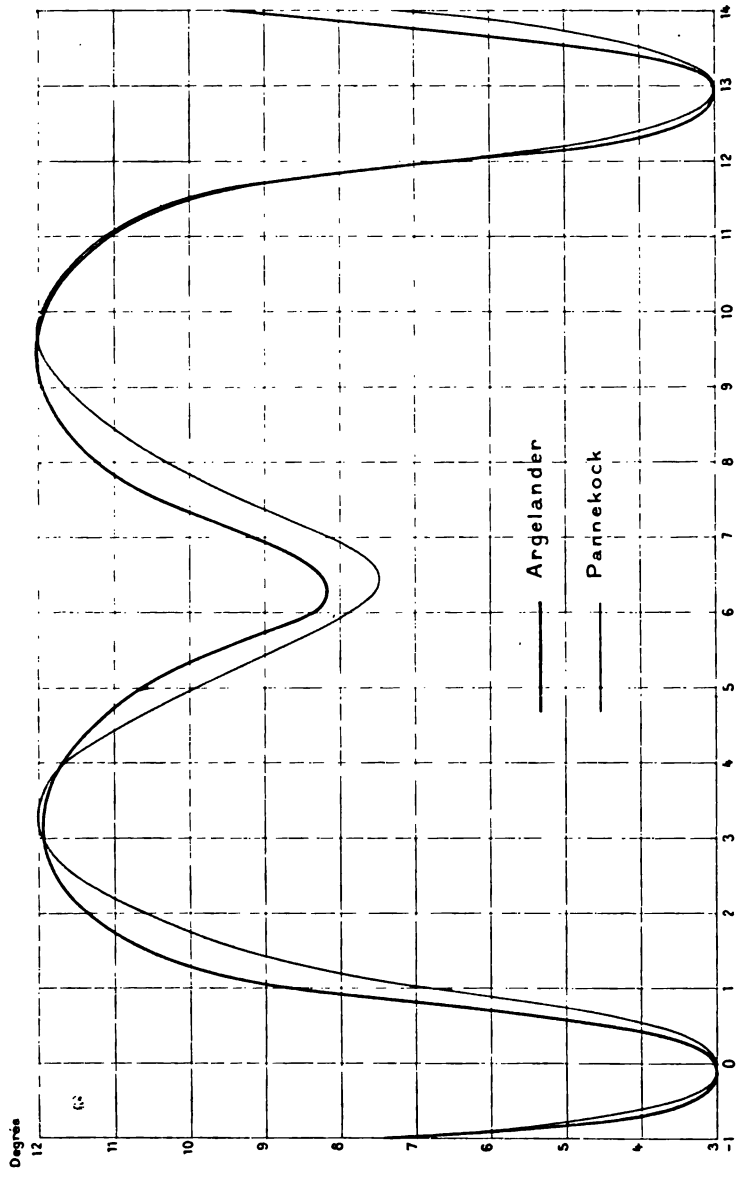


Fig. 71.

l'inverse aurait lieu du minimum II au maximum II et de celui-ci

au minimum I; les durées des périodes de même espèce seraient au contraire les mêmes dans les deux parties de la double oscillation.

431. *Durée de la période.* — Quant à la durée de la période elle ne serait pas constante et aurait augmenté d'une façon continue depuis Goodricke, si bien qu'évaluée à

$$12^j 21^h 24^m 11^s$$

par cet astronome en 1784, elle aurait été trouvée de

$$12^j 21^h 47^m 17^s$$

par Argelander en 1855 : d'après ce dernier, l'augmentation de la durée ne serait d'ailleurs pas uniforme, et l'ensemble des observations serait convenablement représenté par la formule (temps moyen de Bonn)

$$(1)\quad \left\{\begin{array}{l} m_1 = 1855.\ \text{Janv.}\ 6 + 14^h 57^m 4^s,9 + 12^j 21^h 47^m 16^s,837\,n \\ \qquad\qquad + 0^s,303977\,n^2 - 0^s,0000149154\,n^3, \\ \text{ou, en jours et fractions du jour,} \\ m_1 = 1855.\ \text{Janv.}\ 6 + 0^j,622973 + 12^j,907834\,n \\ \qquad\qquad + 0^j,0000036\,n^2 - 0^j,0000000007774\,n^3. \end{array}\right.$$

Cette durée augmenterait donc de $0^s,3$ par période, soit d'environ huit secondes par an. Depuis Argelander de nombreux matériaux, dus surtout à Oudemans (1), Schönfeld (2), Plassmann et Lindemann (3), Schur (4) et Pannekock (5), ont été ajoutés à ceux

(1) OUDEMANS, *Zweijährige Beobachtungen der meisten jetzt bekannten verändlichen Sterne* (*Verhandlungen Akademie,* Amsterdam, 1856).

(2) SCHÖNFELD, *Resultate aus Untersuchungen über den Lichtwechsel von β Lyræ und δ Cephei* (*Astronomische Nachrichten,* n° 1777, 1869).

(3) LINDEMANN, *Ueber den Lichtwechsel von β Lyræ nach Beobachtungen von Herrn J. Plassmann* (*Mélanges mathématiques et astronomiques,* vol. VII).

(4) W. SCHUR, *Beobachtungen der verändlichen Sterne δ Cephei, η Aquilæ und β Lyræ* (*Astronomische Nachrichten,* n°s 3282 et 3283) : ces observations ont été faites de 1877 à 1886 avec une jumelle de théâtre de $0^m,03$ d'ouverture, grossissant 2,25 fois.

(5) A. PANNEKOCK, *Untersuchungen über den Lichtwechsel von β Lyræ* (*Astronomische Nachrichten,* n° 3456). Cet article est un résumé du beau Mémoire inséré dans *Verhandelingen der Koninklyke Akademie von Wetenschappen te Amsterdam,* (vol. V, n° 7), et où l'auteur soumet à une discussion d'ensemble toutes les observations faites de 1784 à 1895.

qu'il avait mis en œuvre ; nous donnons ici les conclusions principales de cet ensemble de travaux.

432. *Éclats relatifs.* — Les principales déterminations d'éclats relatifs dans les points tropiques, faites depuis Argelander, sont les suivantes :

	m_1		M_1		m_2		M_2	
	Degrés.	Éclats.	Degrés.	Éclats.	Degrés.	Éclats.	Degrés.	Éclats.
1855. Argelander ..	3,35	0,358	12,27	1,000	8,54	0,651	12,36	1,010
1857. Pickering....		0,442		1,000		0,648		0,929
1863. Schönfeld ...	3,62	0,352	12,70	1,000	8,88	0,644	12,40	0,966
1881. Schur.....	3,12	0,346	12,33	1,000	7,80	0,594	12,32	1,000
1894. Pannekock ..	3,35	0,357	12,29	1,000	7,85	0,600	12,36	1,008
1898. Luizet.....	3,36	0,346	12,57	1,000	7,30	0,545	12,06	0,943

où la colonne Éclats a été formée, sauf pour Pickering, en attribuant au degré d'Argelander la valeur $1^d = 0^{gr},126$ et, par suite, en remplaçant le coefficient 0,4 par 0,050 pour employer directement les degrés observés. Les différences avec le minimum principal m_1 sont dans le même ordre :

	$M_1 - m_1$.	$m_2 - m_1$.	$M_2 - m_1$.	$M_1 - M_2$.
Argelander	8,92	5,19	9,01	— 0,09
Pickering.....			»	
Schönfeld	9,08	5,26	8,78	+ 0,30
Schur	9,21	4,68	9,20	+ 0,01
Pannekock	8,94	4,50	9,01	— 0,07
Luizet.....	9,21	3,94	8,70	+ 0,51

Il est bien difficile de reconnaître par l'examen de ces différents nombres si, depuis Argelander, les éclats extrêmes ont varié ou s'ils sont restés constants : il est assez remarquable cependant que les résultats de la discussion de Pannekock, l'une des plus récentes, soient très sensiblement les mêmes que ceux de l'astronome de Kœnigsberg.

Nous donnons en terminant le Tableau comparatif des éclats d'Argelander et de Pannekock, ramenés à l'éclat 3,00 pour le minimum I, nombres que nous avons également représentés graphiquement dans la *fig.* 71.

Phase.	Argelander.	Pannekock.	Phase.	Argelander.	Pannekock.
j	d	d	j	d	d
0,0	3,00	3,00	6,5	8,23	7,50
0,5	4,31	3,77	7,0	9,05	8,12
1,0	8,18	6,75	7,5	10,38	9,28
1,5	10,53	9,40	8,0	11,23	10,32
2,0	11,34	10,62	8,5	11,70	11,09
2,5	11,78	11,52	9,0	11,95	11,62
3,0	11,94	11,93	9,5	12,04	11,94
3,5	11,89	11,96	10,0	11,95	11,94
4,0	11,66	11,61	10,5	11,64	11,66
4,5	11,24	10,87	11,0	11,11	11,15
5,0	10,64	9,90	11,5	10,03	9,98
5,5	9,68	8,84	12,0	6,41	6,45
6,0	8,38	7,90	12,5	3,32	3,45

433. *Époques tropiques; leurs intervalles.* — Quant aux époques des minima I successifs, Pannekock a corrigé la formule d'Argelander de la quantité

$$(2)\quad \left\{\begin{array}{l} +0^j,001 + 0^j,000175\,n + 0^j,000000337\,n^2 - 0^j,0000000000126\,n^3 \\ \quad \text{ou, en heures, minutes et secondes,} \\ 1^m 25^s,400 + 15^s,120\,n + 0^s,0291\,n^2 - 0^s,0000109\,n^3, \end{array}\right.$$

de sorte que la formule définitive est

$$(3)\quad \left\{\begin{array}{l} m_1 = 1855.\ \text{Janv.}\ 6,604 + 12^j,908009\,n + 0^j000003855\,n^2 \\ \qquad\qquad + 0^j,0000000000047\,n^3 \\ \quad \text{ou, en heures, minutes et secondes,} \\ m_1 = 1855.\ \text{Janv.}\ 6,\ 14^h 29^m 45^s,5 + 12^j 21^h,47^m 31^s,978\,n \\ \qquad\qquad + 0^s,3331\,n^2 + 0^s,0000041\,n^3. \end{array}\right.$$

D'autre part, les valeurs successivement obtenues par les différents observateurs pour les intervalles séparant à leur époque les maxima et minima d'une même période, intervalles comptés à partir du minimum I, sont

Observateur.	Date.	Max. I.	Min. II.	Max. II.
		j	j	j
Goodricke.....	1784	3,58	6,58	9,58
Argelander.....	1842	3,07	6,47	9,45
»	1849	3,12	6,36	9,39
»	1857	3,08	6,38	9,75
Schönfeld.....	1856	»	6,51	»
»	1865	3,14	6,38	9,50
Oudemans.....	1855	3,16	6,37	9,45
Schmidt.....	1849	»	6,25	»
»	1861	»	6,34	»
»	1867	»	6,47	»
»	1874	»	6,56	»
»	1881	»	6,52	»
Sawyer.....	1881	3,22	6,53	9,55
Schur.....	1881	3,35	6,60	9,60
Schwab.....	1878	»	6,15	»
Plassmann.....	1891	3,30	6,42	9,65
Pannekock.....	1894	3,40	6,44	9,70
Glasenapp.....	1894	3,10	6,45	10,00
Menze.....	1895	3,55	6,65	10,05
Luizet (1).....	1898	3,26	6,49	9,84

Partageons ces nombres, depuis 1842, en deux parties, suivant qu'ils sont antérieurs ou postérieurs à 1870, nous aurons, en moyenne :

	Max. I.	Min. II.	Max. II.
	j	j	j
1842-1870.....	3,12	6,40	9,54
1870-1895.....	3,32	6,48	9,73

De son côté, Lindemann avait déduit de sa discussion

1891.....	$3^j,50$	$6^j,65$	$9^j,68$

de sorte que, depuis 1856 jusqu'à 1883, ces intervalles paraîtraient avoir augmenté de

$0^j,20 = 4^h,8$	pour le maximum I,
$0,08 = 1,9$	pour le minimum II,
$0,19 = 4,6$	pour le maximum II.

(1) LUIZET, *Observations de β Lyre* (*Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. CXXIX, p. 269).

Si la variation de $0^j,08 = 1^h,9$ de l'intervalle (max. I — min. II) peut être justement attribuée soit aux erreurs d'observation, soit à l'*équation personnelle du dessinateur* de chacune des courbes moyennes [1], il ne paraît pas probable qu'il en puisse être de même pour les deux autres intervalles, et la majeure partie de leurs variations doit être considérée comme réelle; d'où cette conclusion que les *intervalles entre les maxima et le minimum principal de lumière de l'étoile β Lyre ont augmenté depuis l'époque des observations d'Argelander;* c'est là un fait très important.

Revenons maintenant sur les formules (1), (2) et (3); la correction, apportée par Pannekock à la durée moyenne de la période, l'augmente de 15^s par chacune d'elles : de sorte que les minima calculés par la formule d'Argelander seraient, par ce seul fait, en retard aujourd'hui de quatre heures environ sur l'époque observée.

III. — Autres étoiles à variations continues.

434. *U Pégase* (9,3 *à* 9,9). *Pickering. Chandler.* — La variabilité de cette étoile télescopique a été découverte en 1891, à l'aide de la méthode des degrés, par Chandler.

En raison de la faible amplitude de sa variation d'éclat, sa courbe de lumière fut l'objet de longues hésitations. Elle fut d'abord classée par Chandler dans le type Algol avec une période de $2^j,06$, puis en 1895 dans le type β Lyre [2] avec une durée de $5^h 32^m$ et ne devint définitive qu'après une série remarquable de déterminations photométriques faite par Yendell [3]

---

[1] Il est clair, en effet, que deux observateurs différents ne trouvent pas, en général, la même courbe au milieu de la série des points qui représentent les observations; ces courbes donneront donc des époques différentes pour les points tropiques.

[2] C'est à cette occasion que Chandler constata l'existence de l'équation personnelle spéciale dont nous avons parlé plus haut (n° 410) : dans le cas actuel, il l'exprime par $0^{sr},6\,p$, p étant l'angle parallactique, et montre qu'elle fait parfois varier d'au moins une demi-heure l'instant observé d'une époque tropique.

[3] Il opérait avec un photomètre polarisant de Pickering fixé à l'équatorial de 15 pouces ($0^m,38$) de l'observatoire d'Harward College; ces observations, faites en cinq soirées, les plus voisines possibles, embrassent une durée de trente heures.

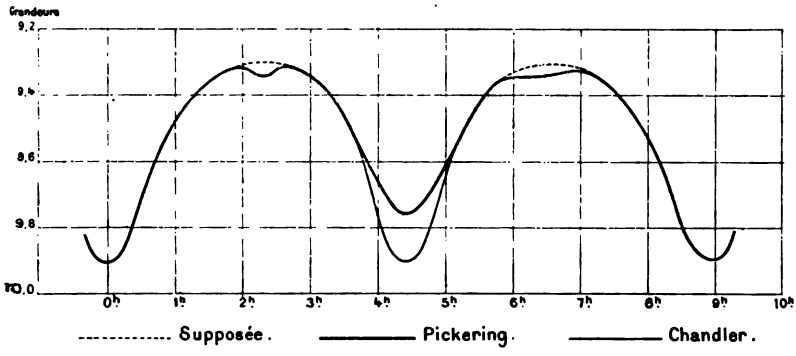
en 1897 et la discussion par Pickering [1], en 1898, de toutes les mesures alors connues.

La variation lumineuse de U Pégase est continue et la durée de sa période ne saurait s'éloigner beaucoup de $4^h 30^m$ ou de son double; mais comme, d'autre part, les minima pairs et impairs n'ont pas la même intensité, le premier étant de $9^{gr},90$ et le second de $9^{gr},75$, tandis que le maximum est de $9^{gr},30$ il faut doubler la durée précédente, ce qui conduit Pickering à prendre pour période

$$8^h 59^m 41^s,$$

la courbe de lumière de U Pégase (*fig.* 72) serait ainsi sem-

Fig. 72.



blable à celle de β Lyre. Si l'on prend, dans chaque cas, l'éclat maximum pour unité, les éclats relatifs aux époques tropiques sont :

	Min. I.	Max. I.	Min. II.	Max. II.
U Pégase.....	0,581	1,000	0,660	1,000

la différence des éclats relatifs aux moments des minima, qui est de 0,206 pour β Lyre, soit $\frac{1}{5}$ de l'éclat maximum, n'est, pour U Pégase, que de 0,08, soit un peu moins de $\frac{1}{12}$ du même éclat; c'est, à fort peu près, la même différence relative qui, dans β Lyre, sépare les éclats des deux maxima.

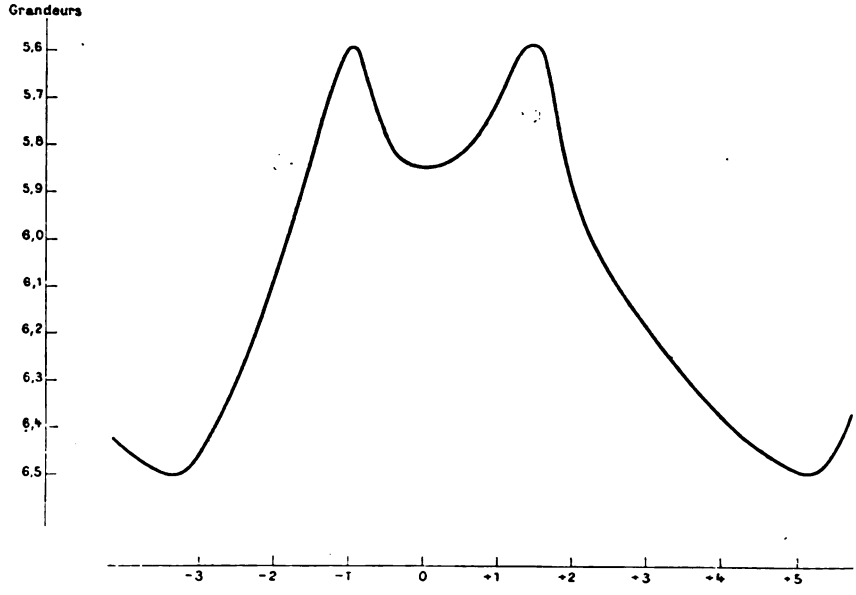
---

[1] E. Pickering, *The variable U Pegasi* (*Astrophysical Journal*, fév. 1898).

J'ajoute que Chandler, un des observateurs d'étoiles variables les plus dignes de confiance, n'admet pas l'inégalité des minima indiquée par Pickering et réduit la courbe de lumière de U Pégase à une seule oscillation, ce qui la rendrait semblable à celles de W Vierge et ζ Gémeaux que nous étudierons plus loin.

435. *S Flèche* ($5^{gr},6$-$6^{gr},5$). — La variabilité de cette étoile a été annoncée par Gore (1) en 1885 et étudiée depuis par Chandler (2), Reed, Yendell (3) et Sawyer (4). D'après ces derniers, la durée de sa période est de $8^{j},38$, et sa courbe de lumière (*fig.* 73)

Fig. 73.



à double oscillation comme celle de β Lyre; les maxima sont sensiblement égaux (Sawyer trouve le premier supérieur de $0^{gr},16$), les minima notablement différents et correspondent aux gran-

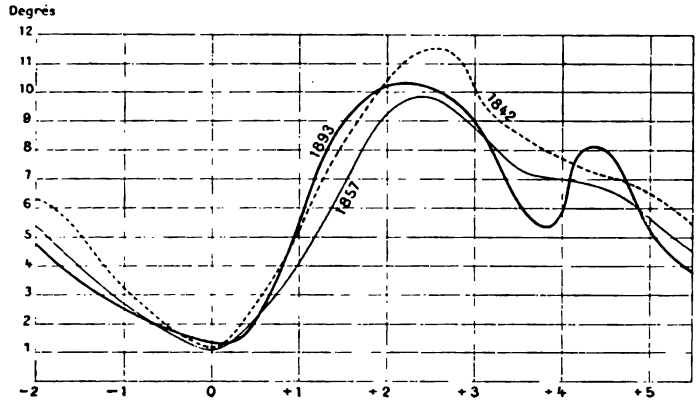
(1) Gore, *Monthly Notices of the Royal astronomical Society*, vol. XLVI, p. 106.
(2) *Astronomische Nachrichten*, vol. CXV, p. 217.
(3) *Astronomical Journal*, vol. VIII, p. 146; vol. XIV, p. 67.
(4) *Astronomical Journal*, vol. VII, p. 182; vol. XIV, p. 189.

deurs 6,5 et 5,8. L'allure de cette courbe est d'ailleurs, pour ainsi dire, inverse de celle de β Lyre (n° 430); l'élévation du minimum principal m_1 au premier maximum M_1 y est, en effet, deux fois plus longue que la descente de M_1 au minimum secondaire m_1, tandis que le temps de montée de m_2 à M_2 n'est pas tout à fait la moitié de l'intervalle ($M_2 - m_3$).

436. η *Aigle* ($3^{gr},5$-$4^{gr},7$). — On doit à Pigott la découverte de la variabilité de cette étoile et les premières notions sur les variations de son éclat (1). Elle a été ensuite observée par Westphal et sérieusement étudiée pour la première fois par Argelander (2) et Schönfeld (3), qui donnent à sa période (1857) une durée de $7^j 4^h 13^m 59^s,4$ ($7^j,176435\,2$).

D'après les observations de Schur, sa courbe de lumière est encore à double oscillation, mais les deux branches qui la composent sont très nettement dissymétriques (*fig.* 74); pour passer

Fig. 74.



du minimum principal ($4^{gr},7$) au maximum principal ($3^{gr},5$), elle emploie $2^j 6^h$; après un intervalle de $1^j 15^h$, elle atteint le mini-

(1) *Philosophical Transactions for* 1785, p 127, and *for* 1786, p. 217.

(2) ARGELANDER, *Neue Tafeln für den Lichtwechsel von η Aquilæ* (*Astronomische Nachrichten,* n° 1063; 1857).

(3) SCHÖNFELD, *Beobachtungen von veränderlichen Sternen* (*Sitzungsberichte der Wiener Akademie,* II. Classe, p. 146; 1860).

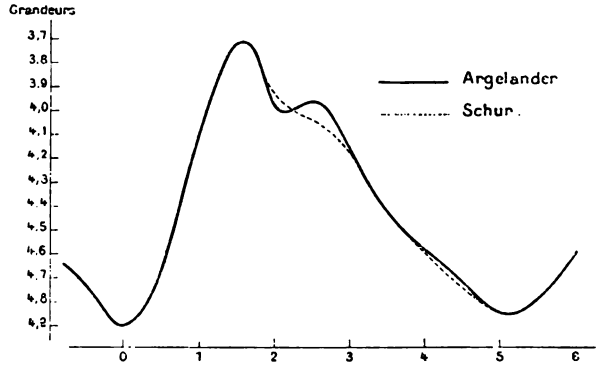
mum secondaire ($4^{gr},1$), met ensuite 13^h à remonter au maximum secondaire ($3^{gr},8$) et enfin, au bout de 2^j18^h, elle est redescendue au minimum principal.

Tel est l'ensemble des résultats obtenus par Schur en 1893; mais, en outre, la combinaison de ses observations avec toutes les observations antérieures l'a conduit, pour 1895, à une période de $7^j4^h13^m59^s,318$ ($7^j,1763810$), soit une diminution de $0^j,0000543 = 4^s,7$ dans la durée de celle-ci [1], et une variation annuelle de $9^m,76$ pour l'époque du minimum prévu d'après Schönfeld.

Nous avons représenté dans la *fig.* 74 les courbes de lumière de η Aigle, obtenues successivement par Argelander (1842), Schönfeld (1857) et Schur (1893); l'inflexion très faible qu'Argelander avait notée dans la partie descendante, devient plus visible dans la courbe de Schönfeld, et Schur la transforme en une véritable oscillation secondaire produisant deux nouveaux points tropiques.

437. δ *Céphée* ($3^{gr},7$-$4^{gr},9$). — La découverte de la variabilité de cette étoile remonte à 1785 et appartient à Goodricke [2]; elle

Fig. 75.



fut constatée presque en même temps par Pigott et, du 19 octobre 1784 au 27 septembre 1785, ces deux astronomes en poursui-

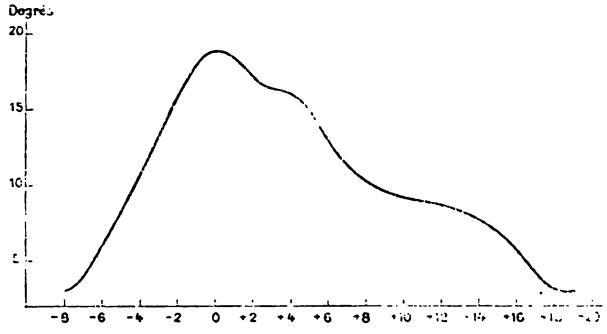
[1] *Astronomische Nachrichten*, n° 3283.
[2] *Philosophical Transactions for* 1786.

virent simultanément l'étude; vinrent ensuite, au siècle actuel, les observations de Westphal, Oudemans, auquel on doit sa première courbe de lumière, Schönfeld, Heis et Argelander, puis leur discussion d'ensemble par cet illustre astronome (1).

La durée de la période de cette étoile était alors de $5^j 8^h 47^m 39^s,974$, et les éclats extrêmes des grandeurs $3^{gr},7$ et $4^{gr},9$; en partant de ce minimum, l'éclat augmente d'une façon régulière et continue pendant $1^j 14^h$ jusqu'à atteindre son maximum principal ($3^{gr},7$); à partir de là, il décroît d'abord régulièrement, mais vingt heures environ après le maximum, Argelander signale dans ce décroissement une interruption (*fig.* 75) correspondant à l'oscillation secondaire de η Aigle; cependant la position de cette inflexion n'est pas certaine. Oudemans la place trois jours après le maximum et Schur la trouve beaucoup moins accentuée que ses prédécesseurs. Quoi qu'il en soit, la diminution d'éclat reprend ensuite sa marche régulière et le minimum est atteint $3^j 19^h$ après le maximum. D'un autre côté, en combinant les observations récentes de Schönfeld (1873), de Plassmann (1886) et les siennes (1880), Schur (2) arrive à conclure que la période d'Argelander est trop longue de $1^s,03$, en sorte que les minima arrivent aujourd'hui *une heure et demie plus tôt* que ne le font prévoir les éléments de ce dernier.

438. *T Licorne* ($6^{gr},6$-$7^{gr},3$). — Cette étoile, dont la variabilité

Fig. 76.

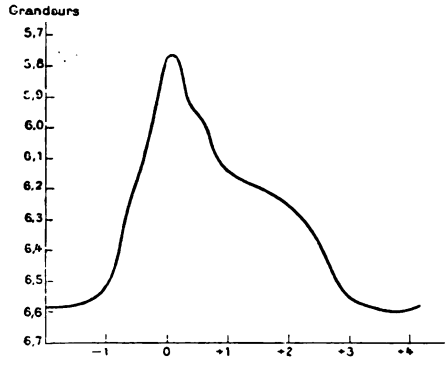


(1) *Astronomische Beobachtungen zu Bonn*, vol. VII, p. 365.
(2) *Astronomische Nachrichten*, n° 3283.

fut découverte par Davis, a été particulièrement étudiée par Gould, Schönfeld et Sawyer ([1]); la durée de sa période est de $27^j,0$; l'accroissement du minimum au maximum dure $8^j,25$ et est très sensiblement régulier; le décroissement de ce point au minimum, à peu près deux fois et demie moins rapide, dure $18^j,75$ et n'est pas régulier, il est interrompu pendant la moitié de sa durée par une inflexion sensible marquant la trace d'une oscillation secondaire (*fig.* 76).

439. *Y Sagittaire* ($5^{gr},8$-$6^{gr},6$). — C'est Sawyer qui a annoncé la variabilité de cette étoile et qui a donné (1886) ([2]) les premiers éléments de sa courbe de lumière (*fig.* 77); la durée de la

Fig. 77.



période qui est de $5^j,7752$, se partage en $1^j,94$ pour l'accroissement et $3^j,83$ pour le décroissement, de sorte que pendant la première partie la variation de l'éclat est d'environ $0^{gr},45$ par jour et pendant la seconde de $0^{gr},22$.

440. *U Aigle* ($6^{gr},3$-$7^{gr},3$). — La découverte de la variabilité de cette étoile est due à Sawyer et date du 25 octobre 1886; la

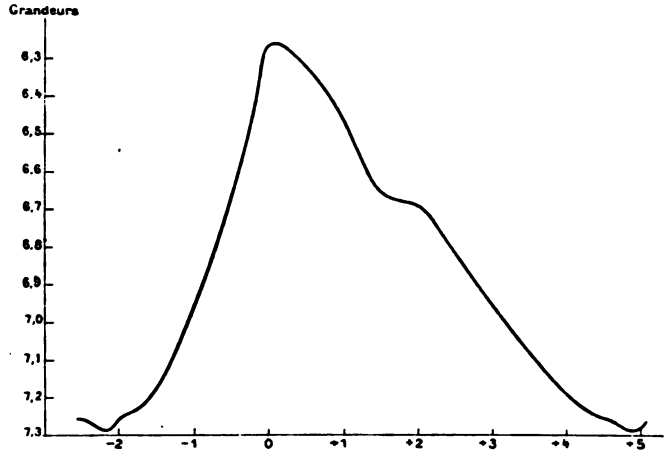
---

([1]) SAWYER, *Observations of variable Stars in* 1884 (*Astronomische Nachrichten*, n° 2660).

([2]) *Astronomical Journal*, n°s 145 et 148.

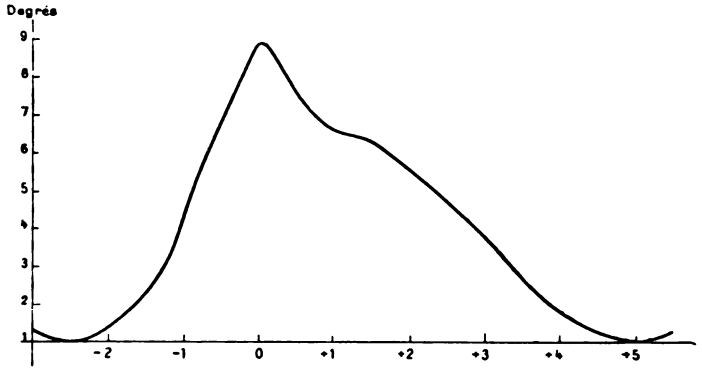
durée de sa période est de $7^j,03$, dont $2^j,12$ pour l'accroissement et $4^j,91$ pour le décroissement (*fig.* 78).

Fig. 78.



441. W *Gémeaux* ($6^{gr},8$-$7^{gr},6$). — La variabilité de cette étoile est encore due à Sawyer (1896); la durée de sa période est de $7^j,75$, dont $2^j,65$ pour l'accroissement d'éclat et $5^j,10$ pour le décroissement (*fig.* 79); cette étoile est légèrement colorée.

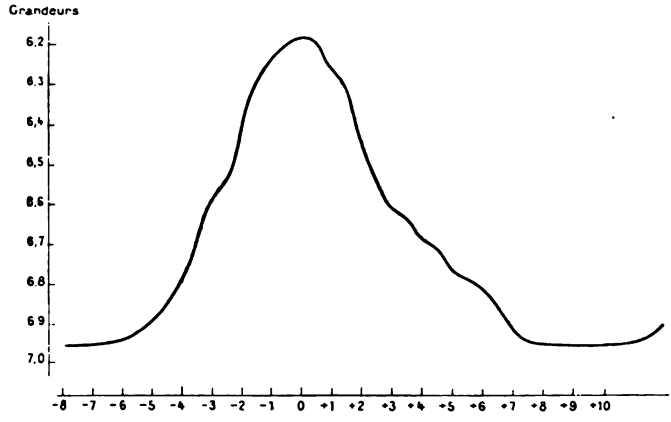
Fig. 79.



2. Y *Ophiucus* ($6^{gr},2$-$7^{gr},0$). — C'est en janvier 1896 que er a signalé cette étoile comme étant à courte période; elle

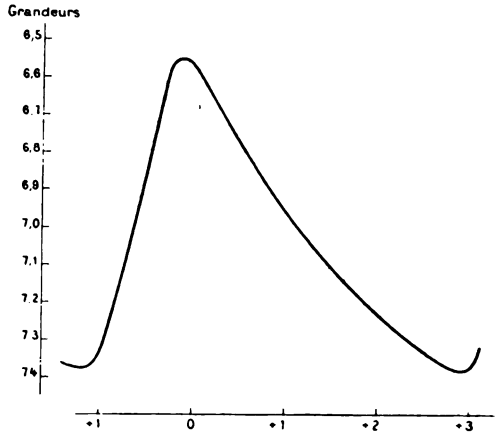
effectue, en effet, sa variation complète d'éclat en $17^j,12$, sur lesquels l'éclat augmente pendant $6^j,22$ pour diminuer ensuite pendant $10^j,92$ et revenir au minimum primitif (*fig.* 80).

Fig. 80.



Le minimum d'éclat est singulièrement étendu, celui-ci paraissant sensiblement constant pendant environ trois jours; sa période ne peut donc être déterminée que par les maxima qui sont d'ailleurs très nets.

Fig. 81.

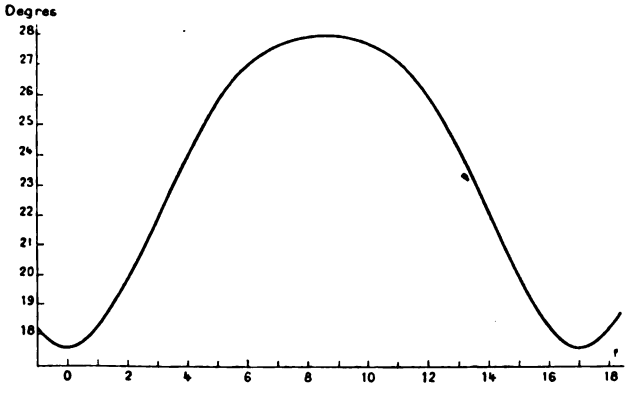


443. S. U. *Cygne* ($6^{gr},6$-$7^{gr},4$). — MM. Müller et Kempf ont signalé la variabilité de cette étoile en mars 1898; la durée de

la période est de 4 jours, et la période d'accroissement est beaucoup plus courte ($0^j,9$) que celle du décroissement ($3^j,0$) [1]; sa courbe de lumière (*fig.* 81) a donc quelque analogie avec celle de δ Céphée.

444. W *Vierge* ($9^{gr},0$-$10^{gr},1$). — La variabilité de cette étoile a été annoncée par Schönfeld en mai 1866 [2], il la suivit ensuite assidûment d'avril 1866 à mai 1868. Voici les résultats de cette étude : la période est de $17^j,3$ comprenant un seul maximum et un seul minimum; la variation de lumière est absolument régulière (*fig.* 82), mais la portion ascendante de la courbe est d'une

Fig. 82.



durée un peu moindre que la portion descendante ($8^j,3$ et $9^j,0$), et aussi le maximum est moins nettement déterminable que le minimum [3].

445. U *Petit Renard* ($6^{gr},9$-$7^{gr},6$). — Müller et Kempf en ont annoncé récemment (8 mars 1898) la variabilité; sa durée

---

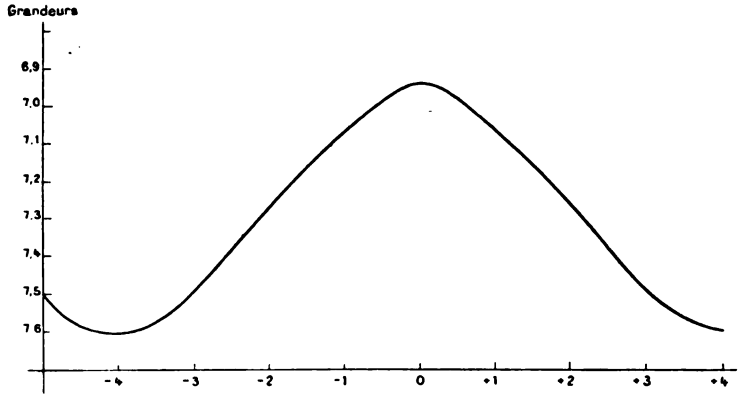
(1) Muller et Kempf, *Zwei neue Veränderliche von kurzer Periode* (*Astronomische Nachrichten*, n° 3483).

(2) *Astronomische Nachrichten*, n° 1586.

(3) Schönfeld, *Beitrage zur Kenntniss des Lichtwechsels verändlicher Sterne* (*Astronomische Nachrichten*, n° 1729, p. 13).

de période est de 8 jours et sa courbe de lumière (*fig.* 83) sensiblement symétrique par rapport au maximum, de telle sorte que le temps d'accroissement est à peu près égal à celui du décroisse-

Fig. 83.



ment. Sa courbe de lumière est analogue à celle de ζ Gémeaux que nous étudierons plus loin.

446. S *Pompe* ($6^{gr},7-7^{gr},3$). — La variabilité de cette étoile a été annoncée par Paul en avril 1882; et, rangée tout d'abord aussi bien par lui que par Sawyer, Chandler et Yendell dans le type Algol, elle appartient réellement au type à variation continue et se rapproche beaucoup de ζ Gémeaux. C'est ce qu'ont démontré, d'une part, les déterminations photométriques de E. Pickering (1) et la belle série d'observations, par la méthode des degrés, due à E. Sperra (2). La durée, fort courte, de sa période est de 7^h8^m et le temps d'accroissement de lumière est sensiblement le même (rapport 0,51) que celui du décroissement; sa

(1) E.-C. Pickering, *Photometric light curves of U Cephei and S Antliæ* (*Astronomische Nachrichten*, n° 3385).

(2) E. Sperra, *On the nature of the light variations of S Antliæ* (*Astronomical Journal*, n° 413). Ces observations, au nombre de 194, comprennent une première série de 62 faites au printemps de 1895 en six nuits consécutives, et de 132 échelonnées du 25 octobre 1896 au 16 mai 1897. La première série est un modèle à suivre pour les variables à si courte période.

courbe de lumière serait donc absolument symétrique. Cette variable est intéressante à ce double titre.

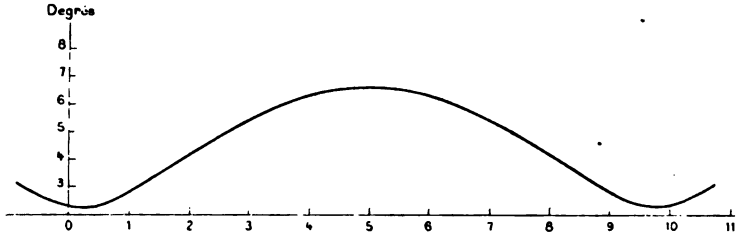
447. ζ *Gémeaux* ($3^{gr},7$-$4^{gr},5$). — L'annonce de la variabilité de cette étoile est déjà ancienne et remonte à l'année 1844, elle est due à Schmidt [1]; Heis et lui l'observèrent ensuite assez assidûment; mais l'étude la plus étendue est due à Argelander (1847 à 1864) qui, outre ses nombreuses observations, a fait une discussion complète de toutes celles qui étaient alors connues. D'après lui, la durée moyenne de la période serait de

$10^j 3^h 42^m\ 2^s,60 \pm 16^s,43$ à l'aide d'un intervalle de 879 minima,
$10^j 3^h 43^m 16^s,01 \pm 17^s,55$ à l'aide d'un intervalle de 879 maxima;

Cette petite différence entre les résultats doit, sans doute, être attribuée à la difficulté de déterminer les maxima avec autant de précision que les minima.

Pendant cette période, la variation très simple et très régulière de l'éclat de ζ Gémeaux se borne (*fig.* 84) à une seule oscilla-

Fig. 84.



tion composée de deux branches symétriques par rapport au maximum et correspond à une variation totale de $0^{gr},8$.

La discussion d'Argelander l'avait conduit, en outre, à cette conclusion que la durée de la période de ζ Gémeaux ne serait pas constante; voici, en effet, la série des valeurs qu'il avait déduites de l'ensemble des observations; les époques sont le nombre de

---

[1] *Astronomische Nachrichten*, n° 624.

périodes écoulées depuis le premier minimum observé (1844. janvier 24) ou le premier maximum observé (1844. février 20).

Minima.		*Maxima.*	
Époque.	Période.	Époque.	Période.
	j h m s		j h m s
22	10.3.32.19,6	20	10.3.32.19,1
101	37.57,0	118	33.21,9
180	35.26,9	207	39.37,3
277	42.23,8	293,5.....	43.53,0
374	41.40,4	380	44. 4,1
468	41.42,7	463,5.....	42.51,5
569	43.27,8	547	44.42,0
720,5.....	44.23,6	713	43.38,5

Depuis Schmidt jusqu'en 1864 la durée de la période semble donc avoir augmenté à peu près progressivement, et en supposant cette augmentation régulière elle aurait été de 1s par période : si la période a continué ainsi à croître, elle doit être aujourd'hui bien différente de ce qu'elle était à l'époque du travail d'Argelander; c'est ce que ne confirment pas les observations les plus récentes, une discussion nouvelle s'impose donc. Dans ce but, M. Loizet et moi avons partagé le temps écoulé depuis Schmidt en une série d'intervalles à peu près égaux, et avons déterminé pour chacun d'eux la valeur de la durée moyenne de la période. Voici les époques prises pour origines des intervalles successifs :

Minima.

1854. Juillet	8,8854	}	Époque moyenne des observations d'Argelander et Schmidt.
1864. Février	10,0910	}	Époque moyenne des observations d'Argelander et Schmidt.
1873. Mars	15,2140	}	Époque moyenne des observations de Schmidt.
1882. Décembre	27,2590	}	Époque moyenne des observations de Schmidt.
1898. Février	10,4327	}	Époque moyenne des observations de Luizet (Lyon).

Maxima.

1854. Août	3,3952	Époque moyenne des observations d'Argelander et Schmidt.
1864. Janvier	16,3220	Époque moyenne des observations d'Argelander et Schmidt.
1873. Mars	20,2718	Époque moyenne des observations de Schmidt.
1882. Janvier	1,3665	Époque moyenne des observations de Schmidt.
1898. Janvier	26,3037	Époque moyenne des observations de Luizet (Lyon) (1).

Les valeurs moyennes de la période pour chacun de ces intervalles successifs et le nombre de périodes qu'ils comprennent sont :

Minima.		*Maxima.*	
Nombre de périodes.	Durée moyenne.	Nombre de périodes.	Durée moyenne.
	j h m s		j h m s
345.....	10.3.42. 4,6	340.....	10.3.45. 9,9
327.....	45.11,8	330.....	42.19,3
352.....	41. 5,0	352.....	41.53,1
544.....	42.48,7	542.....	42.59,9

La variation annoncée par Argelander ne semble donc pas être réelle; nous admettrons, au contraire, que la durée de la période de ζ Gémeaux est sensiblement constante; sa valeur moyenne étant de

$10^j 3^h 42^m 44^s,3$ (par 1568 minima de 1854, juillet 8, à 1898, février 10),
$10^j 3^h 42^m 43^s,5$ (par 1564 maxima de 1854, août 3, à 1898, janvier 26),

soit en moyenne de

$$10^j 3^h 42^m 43^s,9.$$

448. *Conclusions.* — Les courbes de lumière de ces trois dernières étoiles sont absolument de même forme. Elles se bornent

(1) Ces observations encore inédites sont ramenées au méridien de Berlin.

à une seule oscillation, partagée en deux parties à peu près symétriques : toute trace d'ondulation a maintenant disparu et l'on semble être arrivé à la limite obtenue par la diminution progressive du minimum secondaire de β Lyre.

Les variables de ce type forment donc une échelle continue, dont β Lyre occuperait l'une des extrémités et ζ Gémeaux l'autre, échelle dans laquelle les variations d'intensité lumineuse se modifieraient d'une façon continue par la disparition graduelle du minimum secondaire et du second maximum de chacune des périodes de β Lyre, depuis une double ondulation symétrique par rapport à l'un des minima jusqu'à une ondulation simple symétrique par rapport à son maximum.

IV. — Ces étoiles sont des systèmes binaires.

449. β *Lyre. Pickering. Vogel. Lockyer.* — Le fait le plus important de l'histoire de ces étoiles variables est qu'elles constituent en réalité des systèmes binaires. La première démonstration date de juin 1891 et a été faite par E. Pickering (1) sur β Lyre au moyen de la méthode spectrographique; l'étude de 25 plaques s'étendant à un intervalle de quatre années, c'est-à-dire à plus de 130 périodes, lui fit reconnaître un déplacement oscillatoire des lignes brillantes du spectre de β Lyre, de période absolument concordante avec celle de ses variations d'éclat. Ces résultats ont été complétés trois ans plus tard par Vogel (2) et N. Lockyer (3).

450. *Conclusions déduites de son spectre par ces astronomes.* — Les conclusions de ces astronomes sont résumées dans les propositions suivantes :

1° Le spectre est constant à même distance du minimum principal.

(1) E. Pickering, *Spectrum of β Lyræ* (*Astronomische Nachrichten*, n° 3051).

(2) C. Vogel, *On the spectrum of β Lyræ* (*Astronomy and astrophysics*, p. 358 et suiv.; 1894).

(3) N. Lockyer, *The spectrum changes in β Lyræ* (*Astronomy and astrophysics*, p. 578 et suiv.; 1894).

2° On constate des changements périodiques dans les intensités relatives des lignes, des doublements périodiques de quelques lignes obscures et des changements périodiques des lignes brillantes par rapport aux lignes obscures.

3° Il y a dans β Lyre deux sources de lumière donnant les spectres à lignes obscures et se déplaçant l'une par rapport à l'autre dans la direction de la ligne de visée; quand le mouvement relatif suivant cette ligne est nul, aucune ligne n'est dédoublée; c'est ce qui se présente aux époques des deux minima.

4° La vitesse relative maximum des deux composantes à lignes obscures est d'environ 250^{km}.

5° L'une des composantes à lignes obscures comporte une grande ressemblance avec Rigel, l'autre avec Bellatrix, sans cependant qu'on puisse affirmer leur complète identité; mais ces deux étoiles sont, parmi les mieux connues, celles qui leur ressemblent le plus; nous appellerons donc R et B ces deux composantes.

Les lignes spéciales à chaque composante sont toujours simples et pendant toute la période elles conservent la même position relative par rapport aux lignes de l'hydrogène communes aux deux spectres.

6° En outre des lignes obscures, sont plusieurs lignes brillantes qui changent leurs positions par rapport aux lignes obscures.

Les conditions lors du premier maximum ne sont pas aussi simples que celles du second, quoiqu'il soit cependant bien évident qu'à ce point de la courbe de lumière la composante R s'éloigne de B.

Entre le minimum principal et le minimum secondaire, les lignes brillantes sont du côté le moins réfrangible par rapport aux lignes obscures; au maximum secondaire, les lignes brillantes sont presque bissectées par les lignes obscures, tandis que du minimum secondaire au minimum principal les lignes brillantes sont du côté le plus réfrangible par rapport aux raies obscures.

En ce qui concerne les déplacements des lignes brillantes par rapport aux raies obscures de la composante R, on voit qu'elles sont toujours dans la même direction que celles de la composante B par rapport à R; ainsi, dans la première moitié de la période, les lignes brillantes aussi bien que les lignes obscures de B sont moins réfrangibles que celles de R, tandis que dans la seconde moitié elles sont plus réfrangibles.

7° Les différences d'intensité autour des deux minima des lignes obscures spéciales à R et à B indiquent que, près du minimum principal, R est partiellement éclipsé par B. Si nous laissons les lignes brillantes hors de cause, on constate en effet que près du minimum principal le spectre de β Lyre ressemble considérablement à celui de Bellatrix, indiquant ainsi que la composante B est située entre nous et la composante R; mais l'éclipse n'est que partielle, car les lignes qui joignent le spectre de β Lyre à celui de Bellatrix indiquent alors les principales lignes de la composante R.

8° Il y a accroissement d'éclat des lignes brillantes un demi-jour environ après le minimum secondaire.

L'ensemble de ces observations met donc hors de doute ce fait *qu'il se produit une éclipse partielle quand les deux corps se trouvent sur la direction de la ligne de visée.*

451. *Son orbite, par Belopolsky.* — Mais c'est seulement dans l'été de 1897 qu'on obtint pour β Lyre une courbe de vitesses radiales permettant de déterminer l'orbite relative du compagnon; elle est due à Belopolsky et résulte de ses observations spectrographiques au grand équatorial ($0^m,76$) de l'observatoire de Poulkowa [1].

Ces vitesses obtenues par la mesure des déplacements de la raie obscure λ 4482 et exprimées en kilomètres sont données dans le Tableau suivant où le temps est compté en jours et heures à partir du minimum principal.

Les époques de vitesses radiales nulles correspondent donc très sensiblement à celles des deux minima et de même les vitesses radiales maxima sont à peu près simultanées avec les époques des maxima de lumière.

---

[1] A. Belopolsky, *New investigation of the spectrum of β Lyræ* (*The astrophysical Journal*, vol. VI, p. 328 et suiv.).

Temps écoulé.	Vitesse relative au Soleil.	Temps écoulé.	Vitesse relative au Soleil.
j h	km	j h	km
0.3	— 19,3	6.4	— 65,6
0.7	— 7,7	6.5	— 68,9
1.3	— 78,8	7.5	+ 14,0
2.3	—141,1	8.2	+105,1
2.4	—161,8	8.4	+ 97,6
2.7	—151,1	8.5	+ 94,8
3.5	—191,8	9.5	+156,1
3.6	—191,5	10.3	+158,7
4.4	—190,5	10.4	+179,2
4.6	—174,2	11.1	+135,6
5.4	—157,8	12.4	+ 76,7
6.3	— 82,7	12.5	+ 75,0

On déduit de cette courbe pour les éléments de l'orbite de l'étoile au spectre de laquelle appartient la raie précédente,

$$e = 0{,}07, \qquad \lambda = 83^\circ{,}4,$$
$$a \sin i = 32000000^{km}, \qquad \Omega = 0^\circ{,}4,$$

avec la durée P, donnée par la courbe de lumière

$$P = 12^j{,}91.$$

Une autre ligne du spectre d'ensemble, brillante cette fois d'ailleurs, a donné aussi une vitesse radiale périodique : c'est la ligne F; mais, tandis que pour λ4482 la vitesse est négative après le minimum principal, celle de la ligne brillante F est au contraire positive dans les mêmes circonstances. L'étoile à laquelle appartient cette deuxième raie se rapproche donc de la Terre pendant que l'autre s'en éloigne; quant aux dimensions de son orbite, elles sont données par

$$a' \sin i = 16000000^{km}.$$

Les deux composantes du système sont ainsi décelées; c'est l'étoile dont le spectre renferme la raie λ4482 qui est éclipsée au moment du minimum principal, celle à laquelle appartient la raie F est au contraire éclipsée lors du minimum secondaire.

D'autre part, la distance moyenne des deux composantes est de 48000000^{km}, soit environ six fois le rayon du Soleil, et leurs

vitesses orbitales atteignent des valeurs considérables; on a, en effet,

$$A = 182^{km},5 \quad \text{et} \quad B = 179^{km},6;$$

quant au mouvement propre du système il a une vitesse de

$$-14^{km},8$$

dont la valeur diffère peu de la valeur moyenne des étoiles des premières grandeurs (n° 165).

452. *δ Céphée, η Aigle et ζ Gémeaux; Belopolsky.* — La belle découverte de Pickering a été étendue depuis par Belopolsky à d'autres étoiles de ce groupe. Ses premières observations sont relatives à δ Céphée et leurs résultats ont été publiés en 1894 (¹); ils donnent pour l'orbite relative les éléments suivants :

$e = 0,46$, $\quad a \sin i = 1\,300\,000^{km}$,
$\lambda = 272^{\circ},3$, $\quad = 0,009$ la distance du Soleil à la Terre,
$T = +1^{j},09$ (²), $\quad = 2$ fois le rayon du Soleil,
$P = 5^{j}9^{h}$ (déduit de la courbe de lumière);

avec les vitesses

Vitesse maximum.....	$+20^{km},5$
Vitesse minimum.....	$+0^{km},5$
Vitesse du mouvement propre du système....	$-18^{km},4$

En 1897 (³), cet astronome obtint de la même manière douze spectrogrammes de η Aigle qui, par comparaison avec le spectre solaire et celui d'une source artificielle, lui fournirent une courbe des vitesses conduisant aux éléments suivants de son orbite relative :

$e = 0,163$, $\quad a \sin i = 1\,382\,000^{km}$,
$\lambda = 90^{\circ}$, $\quad = 0,009$ la distance du Soleil à la Terre,
$T = +2^{j},0$, $\quad = 2$ fois le rayon du Soleil,
$P = 7^{j}4^{h}$ (déduit de la courbe de lumière);

(¹) A. Belopolsky, *Das Spectrum von δ Cephei* (*Astronomische Nachrichten*, n° 3257; 1894).

(²) Compté à partir du minimum de lumière.

(³) A. Belopolsky, *Researches on the spectrum of the variable star η Aquilæ* (*The astrophysical Journal*, vol. IV, p. 393 et suiv.).

avec les vitesses

Vitesse maximum.....	$+16^{km},3$
Vitesse minimum.....	$+16^{km},3$
Vitesse du mouvement propre du système....	$-13^{km},7$

Cette étoile nous a servi d'exemple (n° 371) pour les orbites où, les vitesses maxima étant égales, l'excentricité a néanmoins une valeur sensible.

Tout récemment, enfin (mars 1899), Belopolsky démontrait la périodicité de la vitesse radiale de ζ Gémeaux; ses observations ne sont point encore assez nombreuses pour qu'on en puisse déduire avec sécurité les éléments de son orbite, mais elles suffisent pour démontrer que la durée de révolution est d'entre 9 et 10 jours, résultat suffisamment concordant avec la valeur que donnent les observations d'éclat (1).

ζ Gémeaux, terme extrême de notre liste, dont la variation lumineuse forme une oscillation unique et régulière, est donc bien certainement, elle aussi, une étoile double, comme β Lyre, dont la courbe de lumière est si différente. Cette démonstration, qui fait de toutes les étoiles de ce type un ensemble homogène, est de la plus haute importance.

Il faut remarquer d'ailleurs que, pour ces trois étoiles, δ Céphée, η Aigle et ζ Gémeaux, les époques de vitesse nulle sont en retard sur celles du minimum de lumière.

V. — Explication de la continuité de la variation de lumière.

453. *Aplatissement des étoiles. Myers.* — Nous avons démontré (n° 451) que β Lyre forme un système binaire et que, à chaque révolution, il y avait éclipse de l'une des composantes par l'autre; il est dès lors bien probable que c'est à ces éclipses que sont dues les variations de son éclat.

La courbe de lumière doit donc, comme pour les étoiles du type Algol, pouvoir servir à obtenir des valeurs assez approchées

(1) *Ueber die Bewegung von ζ Geminorum in der Gesichtlinie*, von BELOPOLSKY (*Astronomische Nachrichten*, n° 3565).

des éléments de l'orbite relative; mais ici la difficulté nouvelle est d'expliquer la continuité de la variation lumineuse. C. Myers [1] l'a essayé tout récemment en faisant intervenir l'existence d'un certain aplatissement pour chacune des deux étoiles; il reprenait et complétait ainsi la belle vue théorique que Tisserand avait émise à propos des changements périodiques de la période d'Algol.

454. *L'aplatissement détermine sans éclipse une variation continue de lumière sur le plan de projection.* — Il est, en effet, facile de montrer qu'avec des étoiles d'éclat constant et homogène on aura alors, sans qu'une éclipse soit nécessaire, un éclat continuellement variable sur un plan perpendiculaire à la ligne de visée.

Imaginons que les deux composantes du système de β Lyre soient des ellipsoïdes de révolution semblables, ayant leurs équateurs dans le plan de l'orbite et leurs durées de rotation égales à celle de la période, $P = 12^j,91$. Dans ces conditions, les grands axes de ces ellipsoïdes seront constamment dirigés suivant la ligne des centres des deux composantes et leur position dans le plan de l'orbite sera définie par sa longitude w comptée à partir de la ligne des nœuds, longitude dont la valeur au temps t est donnée par

$$w = \frac{2\pi}{P} t.$$

Soient R′ et R le demi grand axe et le demi petit axe de l'ellipsoïde principal, dont l'ellipticité est définie par le rapport

$$\frac{R}{R'} = q'.$$

sur le plan de visée il se projettera suivant une ellipse dont le petit axe est constant et égal à R et dont le grand axe R'_t a pour expression

$$(1) \qquad R'_t = \frac{RR'}{\sqrt{R'^2 \sin^2 w + R^2 \cos^2 w}} = R \frac{1}{\sqrt{\sin^2 w + q'^2 \cos^2 w}} = Rf,$$

[1] C. Myers, *Untersuchungen über den Lichtwechsel des Sternes β Lyræ*. München, 1896.

de sorte que la surface de cette projection sera

$$S = \pi R^2 \frac{1}{\sqrt{\sin^2 w + q'^2 \cos^2 w}},$$

qui variera constamment avec w, c'est-à-dire avec le temps.

Si B′ et B sont les axes du petit ellipsoïde, on aura de même

$$S' = \pi \frac{B'B^2}{\sqrt{B'^2 \sin^2 w + B^2 \cos^2 w}} = \pi B^2 \frac{1}{\sqrt{\sin^2 w + q'^2 \cos^2 w}},$$

et la surface lumineuse totale sera

$$\pi \left(\frac{R'R^2}{\sqrt{R'^2 \sin^2 w + R^2 \cos^2 w}} + \frac{BB'^2}{\sqrt{B'^2 \sin^2 w + B^2 \cos^2 w}} \right).$$

Les minima simultanés des surfaces des deux projections ont lieu pour $w = 90^\circ$ lorsque les grands axes réels sont dirigés suivant la ligne de visée, elles sont alors toutes deux des cercles dont les surfaces sont

$$S_0 = \pi R^2, \qquad S'_0 = \pi B^2,$$

leurs maxima ont lieu pour $w = 0$ alors que les grands axes sont perpendiculaires à la ligne de visée, et l'on a

$$S_1 = \pi R^2 \frac{1}{q'}, \qquad S'_1 = \pi B^2 \frac{1}{q'},$$

et dans l'intervalle de ces deux valeurs la surface totale variera d'une façon continue, de sorte que si 1 et γ sont les éclats intrinsèques des deux astres, S et S′ les surfaces, E et F les éclats des projections à l'instant t, on a

$$E + F = S + S'\gamma,$$

et l'éclat L_t rapporté à l'éclat minimum

$$(2) \qquad L_t = \frac{S + \gamma S'}{S_0 + \gamma S'_0} = \frac{1}{\sqrt{\sin^2 w + q'^2 \cos^2 w}} = f.$$

Or, l'éclat minimum est l'éclat constant produit par deux étoiles identiques à celles du système de β Lyre, mais sphériques ; de sorte que la différence $L_t - 1$ mesure pour chaque instant t la variation

lumineuse produite par le seul fait de la non-sphéricité des étoiles et la donnera dès que l'on connaîtra q'.

On a aisément une valeur approchée de cette constante en s'appuyant sur ce que si l'on remplaçait dans (1) q' par sa valeur exacte, et que l'on retranchât des ordonnées correspondantes de la courbe de lumière les ordonnées déduites de (2) pour une série de valeurs de w équidistantes du maximum, et d'ailleurs peu éloignées de ce point, les différences ainsi obtenues devraient représenter l'éclat constant minimum. On calculera donc de 4^h en 4^h, c'est-à-dire de 5° en 5° pour w, à partir du maximum de l'éclipse et jusqu'à un jour de distance, les valeurs de L_t pour plusieurs valeurs successives de q', 0,90, 0,85, 0,80 et 0,75 par exemple, on fera les différences Δ entre les nombres de la courbe de lumière et ceux ainsi obtenus, et l'on choisira parmi les valeurs de q' celle qui correspond aux Δ les plus constants, surtout au voisinage immédiat du maximum ($w = 0$ ou $w = 180^\circ$). Myers trouve de cette façon

$$q' = 0{,}833,$$

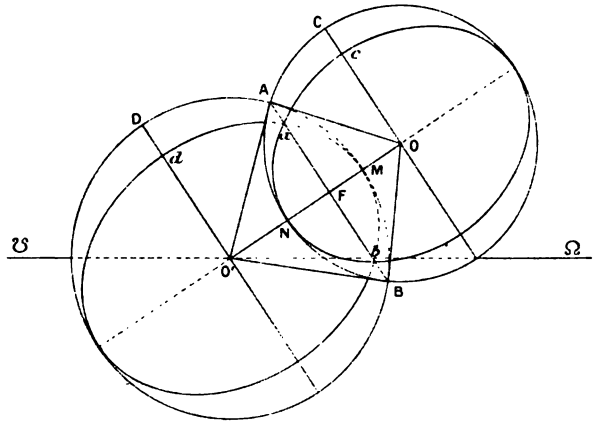
valeur qui correspond à un aplatissement superficiel peu différent de celui trouvé plus haut pour Algol et, par suite, très vraisemblable : avec cette valeur de q' on pourra calculer les grands axes des ellipses suivant lesquelles se projettent les deux astres à une époque quelconque, et, par suite aussi, l'éclat théorique de l'ensemble à tout instant où les projections des deux astres n'empiétant pas l'une sur l'autre, il n'y a pas éclipse.

455. *Éclat théorique pendant l'éclipse.* — Le calcul pour les différents instants d'une éclipse, quoique plus compliqué, est encore relativement simple; il revient à déterminer la surface σ_e de la portion alors commune aux projections des deux astres. Cette surface est la somme des deux segments elliptiques aMb et aNb (*fig.* 86) qui sont eux-mêmes les projections des segments circulaires AMB et ANB correspondants réduits, le premier dans le rapport de Oc à OC, le second dans celui de $O'd$ et O'D; ou, en appelant R'_t et B'_t les grands axes des deux projections à cet instant, réduits dans le rapport

$$\frac{R}{R'_t} = \frac{B}{B'_t} = \frac{1}{f} = \sqrt{\sin^2 w + q'^2 \cos^2 w};$$

dès lors, il suffira de calculer, comme nous l'avons fait (n° 383), la surface σ commune à deux disques circulaires de rayons R'_t et R'_t et de la diviser par L_t pour avoir la surface σ_e cherchée.

Fig. 85.



Mais la surface σ, formée de deux segments circulaires, est donnée par la fraction M de l'aire du cercle de rayon 1; et dans le cas actuel le rayon du cercle auquel les angles auxiliaires x, y (*fig.* 62) se rapportent change à chaque instant; il convient donc de ramener toutes ces fractions à ce qu'elles seraient si le rayon avait été constamment égal à sa valeur maximum; toutes les diminutions d'éclat seront ainsi rapportées à l'éclat maximum.

On obtiendra ce résultat en multipliant les M par

$$\left(\frac{R'_t}{R_t}\right)^2 = \frac{\rho^2}{q^2},$$

ce qui donnera, en appelant M_r la valeur réduite de M,

$$M_r = M\,\frac{1}{\rho}\,\frac{\rho^2}{q^2} = M\,\frac{\rho}{q^2};$$

d'autre part, puisque

$$\frac{E_t}{E_0} = \frac{1 + k^2\gamma - \sigma}{1 + k^2\gamma} = 1 - \frac{\sigma}{1 + k^2\gamma},$$

on a, pour les nombres M_c à comparer aux intensités observées,

$$M_c = \frac{M}{1 + k^2 y} \frac{\rho}{q^2}.$$

On obtiendra ainsi pour chaque instant choisi de l'éclipse les éclats théoriques en fonction de x, y, R, B, γ, et des éléments de l'orbite; il s'agit maintenant de déterminer ces derniers.

456. *Excentricité. Longitude du périastre. Inclinaison.* — Cherchons d'abord l'excentricité. Soient t_1, t_2, t_3 et t_4 les époques tropiques ainsi que w_1, w_2, w_3 et w_4 les longitudes correspondantes; les minima ayant lieu sur une perpendiculaire à la ligne des nœuds et les maxima sur une parallèle à cette ligne, on aura évidemment

$$w_2 - w_1 = 90^\circ, \qquad w_3 - w_1 = 180^\circ, \qquad w_4 - w_1 = 270^\circ;$$

comme la durée de la variation de lumière, c'est-à-dire celle de l'éclipse, est à peu près le quart de la période, le demi-grand axe de l'orbite ne peut contenir le rayon du disque principal qu'un petit nombre de fois, et, par suite, l'excentricité e est peu considérable, en sorte que W étant la longitude moyenne

$$w = W + 2e \sin W,$$

si, d'autre part, nous posons

$$\begin{aligned} 2m_1 &= n(t_2 - t_1) = W_2 - W_1, \\ 2m_2 &= n(t_3 - t_1) = W_3 - W_1, \\ 2m_3 &= n(t_4 - t_1) = W_4 - W_1 \end{aligned}$$

nous aurons, pour déterminer e et W_1, les trois équations

$$(1) \qquad \frac{\pi}{2} = 2m_1 + 4e \cos(W_1 + m_1) \sin m_1,$$

$$(2) \qquad \pi = 2m_2 + 4e \cos(W_1 + m_2) \sin m_2,$$

$$(3) \qquad 3\frac{\pi}{2} = 2m_3 + 4e \cos(W_1 + m_3) \sin m_3,$$

qui combinées donnent les deux systèmes de valeurs

Par (1) et (2).....	$e = 0{,}0184$,	$W_1 = -30^\circ{,}3$
Par (1) et (3).....	$e = 0{,}0196$,	$W_1 = 209^\circ{,}3$

L'excentricité est donc très faible et l'orbite très sensiblement

circulaire; c'est d'ailleurs ce qu'indiquait à première vue la presque égalité des intervalles des points tropiques successifs. Il n'y a donc pas actuellement lieu de chercher à s'inquiéter de la position du périastre et l'on peut supposer provisoirement $\alpha = 0$ [1].

D'autre part, l'inclinaison sur la ligne de visée étant nécessairement toujours petite, nous la supposerons égale à zéro.

457. *Éclats et dimensions.* — Arrivons maintenant aux éclats et aux dimensions relatives. La méthode à suivre est un peu différente de celle exposée plus haut parce que l'on n'a plus ici la relation (1) du n° 418, relative au commencement ou à la fin de l'éclipse; ces phases sont remplacées par le moment du maximum d'éclat

$$S_1 + S'_1\gamma = \frac{\pi}{q'}(R^2 + B^2\gamma) = \frac{\pi}{q'}R^2(1 + k^2\gamma).$$

On a donc, en désignant par E_m l'éclat maximum,

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{1 + k^2\gamma - \gamma\sigma_2}{1 + k_2\gamma - \sigma_1}, \qquad \frac{E_m}{E_1} = \frac{1}{q'}\,\frac{1 + k^2\gamma}{1 + k^2\gamma - \sigma_1};$$

la courbe de lumière donne les valeurs numériques

$$(1) \qquad \frac{E_2}{E_1} = c = 1,8536, \qquad \frac{E_m}{E_1} = m = 2,9123,$$

et l'on a

$$q' = 0,833.$$

Quant aux surfaces σ_1 et σ_2, ce sont ici des sommes différentes de segments circulaires; mais si, dans une première approximation, *nous supposons l'orbite circulaire,* ces deux surfaces seront égales; soit σ leur valeur commune, on aura

$$(2) \qquad c = \frac{1 + k^2\gamma - \gamma\sigma}{1 + k^2\gamma - \sigma}, \qquad mq' = \frac{1 + k^2\gamma}{1 + k^2\gamma - \sigma},$$

ou, en estimant σ en fraction du cercle de rayon B,

$$\sigma = \alpha k^2,$$

$$c = \frac{1 + k^2\gamma - \alpha k^2\gamma}{1 + k^2\gamma - \alpha k^2}, \qquad mq' = \frac{1 + k^2\gamma}{1 + k^2\gamma - \alpha k^2},$$

---

[1] La différence des deux valeurs de W_1 montre bien aussi toute l'indétermination de α.

d'où l'on tire

$$\gamma = \frac{mq' - c}{mq' - 1},$$

ou, en remplaçant q' par sa valeur,

$$\gamma = 0,335.$$

On trouve aussi

$$(3) \qquad \frac{1}{k^2} = \frac{mq'}{mq' - 1}\alpha - \frac{mq' - c}{mq' - 1} = 1,713\alpha - 0,335;$$

cette équation, qui ne peut suffire à calculer k et α, permet de déterminer des limites entre lesquelles k doit varier, limites qui sont déterminées par ce principe qu'en aucun cas la surface σ ne peut être supérieure à celle du disque projeté de l'étoile la plus lumineuse. Si $k < 1$, la limite supérieure de α est donc 1; si, au contraire, $k > 1$, la valeur limite supérieure de α est $\frac{1}{k^2}$; en remplaçant α par ces deux limites dans les équations (3), on a

$$\frac{mq' - 1}{c} < k < \frac{1}{mq' - c},$$

ou, numériquement,

$$0,856 < k < 1,234 \quad (^1).$$

On prendra dans ces limites un certain nombre de valeurs de k, parmi lesquelles on déterminera celle qui convient au problème. Dans ce but, pour chacune de ces valeurs de k, on forme, avec l'angle x pour argument, une table des quantités M, table que l'on transforme en courbe à la même échelle que la courbe de lumière, et par leur comparaison, ou par interpolation si l'on se sert de cette table et de la table d'Argelander (*Commutatio secunda*, p. 23), on détermine les époques t correspondantes qui, comptées à partir du maximum I, donnent les longitudes w par

$$w = \frac{2\pi}{P} t,$$

(1) En réalité, Myers, craignant de ne pas rencontrer dans ces limites la valeur la plus convenable de k, prend pour la calculer une valeur de q' ($q' = 1,275$) un peu plus grande que la valeur obtenue directement et adopte pour limites 0,693 et 2,323.

d'où les valeurs du facteur f de réduction pour l'aplatissement et, par suite, celles de M_c (n° 455) correspondantes. Avec ces valeurs de M_c et la table précédente, on trouve une nouvelle valeur approchée x_0 correspondante et avec celle-ci une nouvelle valeur de M_c. La formule différentielle

$$dx = \frac{dM}{\cos y(1-\cos 2x) + k\cos x(1-\cos 2y)},$$

dans laquelle on remplacera dM par l'écart entre l'éclat calculé et l'éclat observé, donnera la correction à apporter à x_0 pour avoir une valeur plus exacte x_1 qui conduira à une valeur D_1 de la distance des deux astres projetés ou, puisque

$$i = \frac{\pi}{2} \qquad \text{et par suite} \qquad D_1 = a_1,$$

à une valeur du rayon a de l'orbite circulaire. Myers a fait cette série de calculs de 6^h en 6^h, de 0^h à 42^h pour chacune des cinq valeurs qu'il avait attribuées à k; la valeur à choisir entre elles est celle qui donne pour ces huit époques les valeurs de a les moins différentes, cette valeur est 1,5241. Pour la corriger posons

$$\eta = a^2, \qquad \xi = a^2\cos^2 i.$$

Nous aurons pour chaque époque une équation de la forme

$$D_1 = \eta\sin^2 w_1 + \xi\cos^2 w_1,$$

et l'ensemble des huit équations, traité par la méthode des moindres carrés, donnera les valeurs les plus probables de η et ξ, et, par suite de a et i. Myers a trouvé ainsi

$$i = \frac{\pi}{2}, \qquad a = 1,8341.$$

Le rayon de l'orbite circulaire est sensiblement double du rayon équatorial de la plus grande des composantes.

Nous remarquerons que la valeur de k est supérieure à l'unité; dans le système de β Lyre, la composante la moins lumineuse paraît donc avoir des dimensions plus grandes que la plus brillante [1].

---

[1] Dans les calculs ultérieurs Myers a pris comme unité le rayon de ce compagnon afin d'avoir des valeurs de $k < 1$, ce qui est plus commode pour le calcul; le rayon de l'étoile lumineuse est alors 0,656. Les modifications à apporter aux formules précédentes sont d'ailleurs évidentes.

458. *Approximation nouvelle.* — Si, avec ces nouveaux éléments, on recommence le calcul de comparaison, on constate encore entre les valeurs calculées et les valeurs observées des différences supérieures aux erreurs d'observation; il convient donc de chercher une nouvelle approximation. Les écarts entre les nouvelles valeurs calculées et les écarts observés fournissent, entre les corrections des éléments et des quantités connues, qui sont les valeurs numériques des coefficients de leurs différentielles, un ensemble d'équations de la forme

$$\Delta = A\,dk + B\,da + C\,d(\cos^2 i),$$

qui donneront des corrections nouvelles aux valeurs k, a et i des éléments : la comparaison aux observations mettant encore en évidence, pour certains d'entre eux, des écarts supérieurs aux erreurs d'observation, on procédera à une troisième approximation en introduisant l'excentricité e et l'angle α, et procédant de la même manière on arrive finalement aux valeurs suivantes, à côté desquelles nous avons inscrit les premières :

$i = 90°$	au lieu de	$i = 90°$
$\alpha = 203°,0'$	»	$\alpha = 4°,9,$
$k = 0,7258$	»	$k = 0,6541,$
$a = 1,9766$	»	$a = 1,8344,$
$e = 0,0176$	»	$e = 0,0000,$

où la valeur de a représente le rapport du demi-grand axe de l'orbite au demi grand axe de la plus grande composante pris pour unité, et où l'erreur probable de ces déterminations, estimée en éclat, est de

$$\pm 0,0899;$$

à cette valeur de a correspond un temps T de passage au périhélie

$$T = 6^j 15^h,4,$$

à partir de l'époque 1855, janv. $6^j 14^h,95$ du premier minimum d'Argelander, et dont la date réelle est par suite

$$T = 1855, \text{ janv. } 13^j 6^h,3.$$

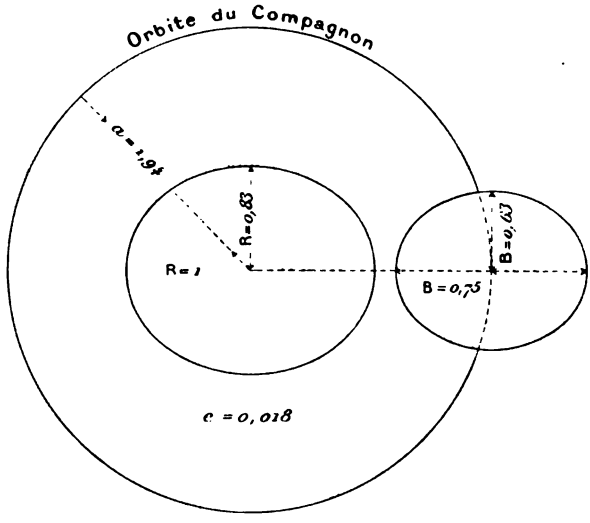
Avec ces éléments, Myers a construit une nouvelle éphéméride lumineuse théorique au moyen de laquelle il a trouvé (¹)

$\gamma = 0,399$	au lieu de	0,335,
$q' = 0,833$	»	0,833.

459. *Conclusion de Myers.* — Myers arrive ainsi aux conclusions suivantes :

A l'*époque* 1855,0 *le système de* β *Lyre se composait de*

Fig. 86.



deux étoiles légèrement aplaties, l'une relativement petite et brillante, l'autre relativement grande et obscure; leurs diamètres étaient dans le rapport de 3 *à* 4 *et leurs éclats intrinsèques dans celui de* 10 *à* 4; *la composante brillante se mouvait dans un plan passant par la ligne de visée suivant une orbite relative sensiblement circulaire et dont le rayon ne surpassait pas le double du sien;* la *fig.* 86 représente la partie géométrique de cette conclusion.

(¹) Ces valeurs diffèrent peu des premières valeurs approchées et s'appliquent évidemment à l'époque 1855,0 de la courbe d'Argelander.

460. *Variation de l'excentricité.* — On a vu (n° 433) que la courbe de lumière de β Lyre a subi depuis Argelander des modifications faibles mais sensibles; ces variations doivent avoir une répercussion sur les éléments de l'orbite.

En effet, les intervalles donnés par Lindemann (1891)

$$\begin{aligned}
\text{Min. I} - \text{Max. I} &= 3^{j}.12^{h},0,\\
\text{Max. I} - \text{Min. II} &= 3.\ 3,6,\\
\text{Min. II} - \text{Max. II} &= 3.\ 1,2,\\
\text{Max. II} - \text{Min. I} &= 3.\ 5,0
\end{aligned}$$

conduisent, pour l'excentricité et la longitude du périastre comptée à partir de la ligne de visée, aux valeurs

$$e = 0,0615 \qquad \alpha = 38^{\circ},3;$$

l'excentricité aurait donc à peu près triplé (0,0176 à 0,0615) *et le périastre se serait déplacé de* 33°,4 (4°,9 à 38°,3).

Il faut d'ailleurs bien prendre garde que pour l'époque d'Argelander l'excentricité est seule déterminée avec quelque exactitude, et qu'en ce qui concerne le périastre la variation calculée ne doit être considérée que comme indiquant son sens, bien plutôt que sa valeur quantitative.

Les observations spectographiques de Belopolsky (1897) conduisent de leur côté aux valeurs

$$e = 0,1076, \qquad \alpha = 10^{\circ},7,$$

sensiblement concordantes avec les précédentes; nous adopterons pour e la moyenne $e = 0,0845$ de ces deux valeurs.

On peut donner à cette proposition une forme plus générale : à une époque quelconque marquée pour la longitude w, on a (n° 417)

$$nt + c = w - 2e\sin(w - \alpha),$$

d'où pour les époques tropiques correspondant aux valeurs e et α de ces deux éléments

$$\begin{aligned}
&\text{Min. I} \ldots\ldots\ldots\ldots \quad t_1 = 0,\\
&\text{Max. I} \ldots\ldots\ldots\ldots \quad t_2 = \frac{\pi}{2} + 2e\cos\alpha,
\end{aligned}$$

et par suite, pour leur différence θ,

$$\theta = t_2 - t_1 = \frac{\pi}{2} + 2e\cos\alpha;$$

en appelant θ' et θ'' ces intervalles en 1855 et 1891, e et e' les excentricités correspondantes, on a

$$\theta'' - \theta' = 2(e' - e)\cos\alpha,$$

d'où

$$\frac{e' - e}{\sin 1''} = \frac{\theta'' - \theta'}{2\cos\alpha};$$

remplaçons $\theta'' - \theta'$ par sa valeur numérique, prenons $\alpha = 0$ ce qui est sensiblement vrai, nous aurons dans le cas actuel

$$e' - e = 0{,}052,$$

valeur qui concorde très suffisamment avec celle

$$0{,}067$$

que donne l'ensemble des observations.

461. *Signification physique des coefficients de la formule empirique.* — Les déplacements progressifs des époques tropiques de la courbe de lumière de β Lyre sont donc dus à deux causes : la variation de l'excentricité et celle du périastre. Appelons e_0, α_0 et P_0 les valeurs de ces éléments et de la période au temps $t = 0$ pris pour origine, et soit pour l'époque t

$$e = e_0 + \varepsilon t, \qquad \alpha = \alpha_0 + \beta t;$$

introduisons ces valeurs dans l'expression générale de l'époque d'un minimum de rang m, nous aurons

$$\begin{aligned} T &= -\frac{c}{n} + mP_0 + \frac{P_0}{\pi}(e_0 + \varepsilon t)(\sin\alpha_0 + \beta t), \\ &= -\frac{c}{n} + mP_0 + \frac{P_0}{\pi}(e_0 + \varepsilon t)\sin(\alpha_0\cos\beta t + \cos\alpha_0\sin\beta t), \end{aligned}$$

Remplaçons $\sin\beta t$ et $\cos\beta t$ par leurs développements, jusqu'à la

troisième puissance inclusivement, posons

$$T_0 = -\frac{c}{n} + \frac{P_0}{\pi} e_0 \sin \alpha_0$$

et soit μ le nombre de périodes contenues dans l'année ($m = \mu t$), nous avons en années comptées à partir de T_0 :

$$T = T_0 + P_0 \left[\mu + (e_0 \beta_0 \cos \alpha_0 + \varepsilon \sin \alpha_0) \frac{1}{\pi}\right] t$$
$$+ \beta \left(\varepsilon \cos \alpha_0 - \frac{e_0 \beta \sin \alpha_0}{2}\right) \frac{P_0}{\pi} t^2 - \beta^2 \left(\frac{e_0}{6} \beta \cos \alpha_0 + \frac{\varepsilon}{2} \sin \alpha_0\right) \frac{P_0}{\pi} t^3,$$

équation qui sera identique à la formule empirique d'Argelander et Pannekock

$$T = D + A m + B m^2 + C m^3$$

si, après y avoir remplacé t par sa valeur en fonction de m, l'on fait

$$D = T_0, \qquad A = \frac{P_0}{\mu} \left[\mu + (e_0 \beta \cos \alpha_0 + \varepsilon \sin \alpha_0) \frac{1}{\pi}\right],$$
$$B = \frac{P_0}{\pi \mu} \beta \left(\varepsilon \cos \alpha_0 - \frac{e_0 \beta \sin \alpha_0}{2}\right), \qquad C = -\frac{P_0}{\pi \mu} \frac{\beta^2}{2} \left(\frac{e_0}{3} \beta \cos \alpha_0 + \varepsilon \sin \alpha_0\right);$$

ces équations donnent la signification physique des coefficients, en même temps qu'elles établissent entre les éléments, leurs variations et des quantités connues, des relations utiles.

462. *Origine des différents types de périodes dans les variables à courte période.* — Nous sommes maintenant en mesure d'indiquer l'origine des différents types de périodes que nous avons reconnues pour les variables à courte période (n° **224**). Toutes ces variables étant des systèmes binaires et leurs variations lumineuses provenant des variations en étendue et en éclat des surfaces que, soit pendant leurs occultations réciproques, soit pendant l'intervalle, elles nous présentent sur le plan de visée, les irrégularités apparentes des époques successives de leurs minima ou maxima sont déterminées par les variations qu'introduisent, dans les valeurs de ces surfaces et leurs positions relativement aux axes de l'orbite, les changements progressifs de position et de forme de

celle-ci; or l'expression générale d'une époque tropique est

$$(1) \qquad T = -\frac{c}{n} + P_0 m + \frac{P_0}{\pi}(e_0 + \varepsilon t)\sin(\alpha_0 + \beta t),$$

dont le dernier terme est après développement

$$P_0(d + at + bt^2 + et^3),$$

et comme on a $\frac{m}{\mu} = t$, il vient

$$T = -\frac{c}{n} + P_0 m + P_0\left(d + \frac{a}{\mu}m + \frac{b}{\mu^2}m^2 + \frac{e}{\mu^3}m^3\right),$$

d'où en définitive, pour l'époque tropique,

$$T = -\frac{c}{n} + P_0 d + P_0\left(1 + \frac{a}{\mu}\right)m + \frac{P_0^2 b}{\mu^2}m^2 + \frac{P_0^3 e}{\mu^3}m^3,$$

ou, en simplifiant l'écriture,

$$T = D + Am + Bm^2 + Cm^3;$$

c'est la formule du type III de notre classification, formule qui comprend évidemment comme cas particulier les types I et II. Quant au type IV, il correspond au cas où la ligne des apsides se déplaçant dans le plan de l'orbite, l'excentricité resterait constante ou tout au moins varierait trop lentement pour que les effets de sa variation fussent devenus appréciables, pendant le court espace de temps que comprend aujourd'hui l'ensemble des observations [1].

463. *U Pégase.* — Une étude de la courbe de lumière de U Pégase, faite suivant la même méthode que celle de β Lyre, a conduit Myers aux conclusions suivantes :

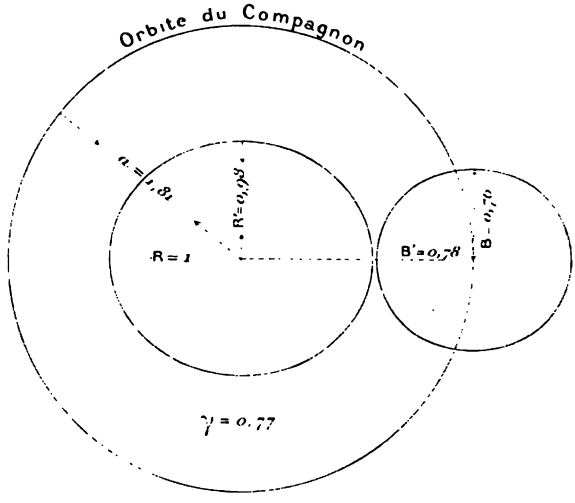
A *l'époque* 1898, la variable U Pégase se compose (*fig.* 87) de *deux étoiles légèrement aplaties, l'une relativement petite et brillante, l'autre relativement grande et obscure; leurs dia-*

---

[1] Cet alinéa doit remplacer le n° 225, où une faute de calcul $\left[\frac{d'-d}{V(n'-n)}\right.$ au lieu de $\frac{d'-d}{V}$ à la dernière ligne de la p. 319$\left.\right]$ m'a induit en erreur. — *Voir* à ce sujet la Note de M. H. Poincaré dans le *Bulletin astronomique* du mois de mars 1899 (p. 126).

mètres et leurs éclats intrinsèques sont dans le rapport de 3 à 4. Le compagnon brillant se meut dans un plan perpendiculaire à la ligne de visée, suivant une orbite relative sensiblement circulaire et dont le rayon ne semble pas devoir surpasser la somme des rayons des composantes.

Fig. 87.



Cette dernière condition est très remarquable; elle suggère l'idée que ces deux composantes ne forment encore, à l'heure actuelle, qu'un seul et même corps affectant la forme particulière d'équilibre connue sous le nom de forme *apiodale*.

VI. — Masses et densités.

464. *β Lyre. U Pégase.* — La masse totale du système de β Lyre, estimée en masse solaire, est (n° **280**)

$$(1) \qquad M + M' = \frac{A^3}{P^2} = 30,56 \quad [1].$$

[1] La forme extérieure et la constitution intérieure des deux astres de ces systèmes binaires étant inconnues, cette relation, vraie pour des corps sphériques ou ellipsoïdaux composés de couches concentriques homogènes, n'est pas nécessairement exacte; mais il est bien clair qu'elle suffit parfaitement ici.

Et comme

$$\frac{M'}{M} = \frac{1}{2,168},$$

on a

$$M = 20,91, \qquad M' = 9,65.$$

Soient toujours A et a les demi-grands axes des orbites relatives et absolues, δ' la densité de l'astre lumineux rapportée à celle de l'astre obscur, on a

$$(2) \qquad \frac{A}{a} = \frac{M+m}{M} = 1 + k^3\delta',$$

$$(3) \qquad \frac{A}{a} = \frac{M+m}{m} = 1 + \frac{\delta'}{k^2},$$

suivant que les mesures de Belopolsky se rapportaient au plus petit ou au plus gros des deux astres; or

$$\frac{A}{a} = 3,168, \qquad k = 0,7528 :$$

on a donc, de (2),

$$\delta' = 5,083$$

et de (3)

$$\delta' = 1,081.$$

Myers, considérant comme invraisemblable que la plus petite de ces deux composantes si voisines l'une de l'autre ait une densité *cinq fois* supérieure à celle de la plus grande, en conclut que Belopolsky était dans le cas (3) et que, par suite, ses mesures ont porté sur le plus grand des deux corps.

Soient maintenant :

S la masse du Soleil et H son demi-diamètre,
R et R′ le demi-grand et le demi-petit axe du grand ellipsoïde,
δ_1 et δ_2 les densités du plus grand et du plus petit ellipsoïde rapportées à celle du Soleil,
q le rapport de R′ à R ;

on a

$$\frac{M}{S} = \delta\,\frac{R'^2 R}{H^3} = \frac{\delta}{q^2}\left(\frac{R}{H}\right)^3,$$

ou, en remplaçant les lettres par leurs valeurs déduites du n° 458,

$$R = \frac{A}{1,94} = 25908000^{km}, \qquad H = 697150^{km},$$

$$\frac{M}{S} = 20,91, \qquad q = 1,9366;$$

en notant que

$$\delta_2 = 1,08\,\delta_1,$$

il vient

$$\delta_1 = 0,00058, \qquad \delta_2 = 0,00063,$$

soit en moyenne

$$\delta_m = 0,0006.$$

On peut obtenir cette densité d'une autre manière : soit p'' la parallaxe de β Lyre, s'' le diamètre apparent du Soleil à cette distance, H'' son diamètre apparent vu de la Terre, on a

$$s'' = 2p'' \sin H'';$$

soit, d'autre part, A'' la valeur angulaire de A,

$$(4) \qquad M + M' = \left(\frac{A''}{p''}\right)^3 \frac{1}{P^2},$$

et si d'' est la valeur angulaire du diamètre d'une sphère de densité δ_m et de masse $M + M'$

$$(5) \qquad M + M' = \delta_m \left(\frac{d''}{s''}\right)^3 = \delta_m \frac{d''^3}{(0,00933p)^3},$$

de (4) et (5), l'on tire

$$(6) \qquad \delta_m = \left(\frac{A}{d}\right)^3 \frac{(0,00933p)^3}{P^2};$$

d'autre part

$$\left(\frac{d}{2}\right)^3 = RR'^2 + BB'^2 = \frac{R^3}{q^2}(1 + k^2);$$

d'où, avec les données numériques,

$$\delta_m = 0,0006,$$

valeur égale à la précédente.

La densité moyenne du système de β Lyre est donc les six dix-millièmes de la densité du Soleil ou, à fort peu près, le *millième de celle de l'eau,* c'est-à-dire fort sensiblement *neuf*

fois la densité de l'hydrogène et les six dixièmes de celle de l'air.

Le système binaire de β Lyre constitue donc un cas absolument remarquable : *sa masse est trente fois plus considérable que celle du Soleil, tandis que sa densité n'est guère supérieure à la moitié de celle de l'air atmosphérique pris à la surface de la Terre; et, d'autre part, ses deux composantes sont presque en contact l'une avec l'autre.*

Il est d'ailleurs probable que le système de U Pégase lui est fort analogue, mais avec un contact plus assuré des deux composantes.

Avec d'aussi faibles densités moyennes, ces deux systèmes sont probablement encore à l'état nébuleux; leurs atmosphères se confondent et, se mêlant à une certaine distance des noyaux stellaires, se distribuent en surfaces équipotentielles différant de plus en plus de la forme sphérique et affectant les formes si bien étudiées par l'éminent géomètre Poincaré.

465. δ *Céphée.* η *Aigle.* — Nous connaissons malheureusement peu de chose sur les autres systèmes photométriques à variation d'éclat continue; deux seules d'entre elles, η Aigle et δ Céphée, ont été soumises à l'investigation spectrographique, et les mesures de Belopolsky donnent entre leurs masses totales et l'inclinaison les relations numériques

$$\delta \text{ Céphée} \ldots\ldots\ldots \quad (M + M')(\sin i)^3 = 0{,}01,$$
$$\eta \text{ Aigle} \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (M + M')(\sin i)^3 = 0{,}0025.$$

Pour que ces deux systèmes aient des masses comparables à celle du Soleil, le double par exemple, il faudrait que les inclinaisons fussent

$$\delta \text{ Céphée} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad i = 10^\circ$$
$$\eta \text{ Aigle} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad i = 6^\circ$$

ce qui est incompatible avec l'existence démontrée de déplacements relatifs considérables suivant la ligne de visée : néanmoins, il convient de chercher à analyser de près les conséquences qui résultent des relations précédentes.

Avec ces inclinaisons, les demi-grands axes des orbites seraient, en rayons solaires,

δ Céphée..... $a = 11,5$ rayons solaires
η Aigle..... $a = 19,0$ »

ces orbites seraient donc beaucoup plus resserrées que celle de β Lyre, et cependant les vitesses orbitales réelles sont très sensiblement les mêmes dans les trois systèmes; d'autre part, en supposant aux deux composantes de chaque système la densité moyenne de β Lyre et des rayons égaux, la valeur commune de celui-ci serait

$$R = 12 \text{ rayons solaires}$$

(on a trouvé, n° 464, 37 pour β Lyre).

Ainsi, ou bien les deux composantes se pénétreraient beaucoup plus profondément pour δ Céphée (par moitié) que pour η Aigle (un quart), ou bien la densité moyenne serait, pour δ Céphée, beaucoup plus grande (0,01 au lieu de 0,0006) que pour η Aigle.

D'un autre côté, les époques des maxima de lumière ne coïncident ni dans l'un ni dans l'autre avec celles où la vitesse radiale est nulle; elles les précèdent de un cinquième de la période pour δ Céphée et de un quart pour η Aigle, et prouvent ainsi l'addition aux éclipses d'une autre cause de variation lumineuse.

Enfin, les spectres, d'ailleurs absolument ressemblants, de ces deux couples n'indiquent pas de différence sensible entre les constitutions des deux composantes, *ces systèmes paraissent formés de nébulosités de constitution très sensiblement identique;* et, quoique ignorant le mode de distribution de la matière dans les nébuleuses complexes qui constituent chacun d'eux, nous devons admettre que *leurs composantes se pénètrent beaucoup plus que celles de β Lyre et U Pégase.*

VII. — Nature des étoiles doubles photométriques.

466. *Opinion de Myers.* — Myers avait conclu de sa discussion que β Lyre, et très probablement aussi U Pégase, nous montrent un système stellaire double en formation, tandis que δ Céphée et ζ Gémeaux nous feraient, au contraire, assister à la naissance d'une étoile simple comme notre Soleil.

Il explique la variation continue de l'éclat en admettant que le grand axe de l'ellipsoïde très allongé, formé par la réunion des deux composantes, est très incliné sur le plan de l'orbite; et cette hypothèse n'a rien d'invraisemblable, puisqu'on constate pareille chose dans le système des satellites d'Uranus.

Une inclinaison convenable du grand axe sur la ligne des nœuds pourrait, de son côté, expliquer les différences considérables des éclats correspondant aux deux maxima.

Enfin, on comprendrait ainsi la transformation progressive des courbes de lumière des étoiles de ce groupe : les premières, comme celle de β Lyre, se rapportant à la formation d'un système binaire; et les dernières, comme celle de ζ Gémeaux, marquant la naissance d'un système stellaire, simple comme notre Soleil, et où les variations d'éclat seraient dues uniquement à l'aplatissement considérable qui existerait encore dans l'atmosphère entourant les deux noyaux primitifs en voie de réunion.

467. *Les variables du type β Lyre sont des systèmes binaires en formation.* — Mais quelque séduisantes que soient ces conjectures; et en retenant néanmoins les considérations qui les suivent, nous ne pouvons nous y associer complètement. Il nous paraît plus conforme aux faits d'admettre que ces systèmes sont tous des couples stellaires en formation, mais d'autant moins avancés dans la segmentation de la nébuleuse primitive que la courbe de lumière s'éloigne plus du type de β Lyre. Les systèmes de β Lyre et U Pégase seraient des étoiles doubles à la veille de la séparation complète de leurs composantes; δ Céphée, η Aigle et ζ Gémeaux seraient, au contraire, des étoiles doubles à l'état où, par une cause qui nous est d'ailleurs à l'heure actuelle absolument inconnue, commence dans la nébuleuse originelle le travail de segmentation qui doit aboutir à sa dislocation complète.

468. *Les variables du type Algol sont des systèmes binaires formés.* — Revenons maintenant sur les étoiles du type Algol. Elles constituent bien évidemment des systèmes binaires où les composantes sont entièrement formées, toujours nettement séparées quoique très serrées; mais il y a entre ces divers systèmes des différences considérables que nous mettrons en évidence par le calcul de leurs densités.

Si l'on pose

$$r = \rho a, \quad \text{et} \quad r' = \rho' a, \qquad \frac{M'}{M} = K \quad \text{et} \quad \frac{M}{M'} = K',$$

on a aisément (nos 291 et suiv.) pour densités de chacune de leurs composantes

$$D = \frac{(0,00933)^3}{P^2}\,\frac{1}{\rho^3(1+K)}, \qquad D' = \frac{(0,00933)^3}{P^2}\,\frac{1}{\rho'^3(1+K')};$$

or, $\frac{1}{1+K}$ et $\frac{1}{1+K'}$ sont toujours moindres que l'unité, et une seule de ces fractions peut lui devenir égale, puisque, lorsque $K = 0$, $K' = \infty$ et inversement, de sorte que chacune des deux expressions

$$l = \frac{(0,00933)^3}{P^2}\,\frac{1}{\rho^3}, \qquad l' = \frac{(0,00933)^3}{P^2}\,\frac{1}{\rho'^3}$$

représente une limite que la densité correspondante, rapportée à celle du Soleil, ne peut dépasser.

Lorsque, comme pour X Carène, R S Sagittaire et S Voiles, l'observation a donné ρ et ρ', on a les valeurs numériques de l et l' qui sont [1]

X Carène.....	(	$\rho' = 0,71$),		$l' = 0,25$
R S Sagittaire.....	($\rho = 0,48$,	$\rho' = 0,44$),	$l = 0,16$,	$l' = 0,21$
S Voiles.....	($\rho = 0,17$,	$\rho' = 0,46$),	$l = 0,61$,	$l' = 0,03$

Les densités limites des deux premiers systèmes sont comparables à celles des composantes d'Algol et moindres que celle du Soleil; mais la densité de la composante la plus large et la moins brillante de S Voiles est vingt fois moindre que celle de la plus brillante.

On peut d'ailleurs avoir aisément une valeur approchée de la densité moyenne D_m de chacun de ces systèmes. En effet,

$$D_m = \frac{M + M'}{\frac{4}{3}\pi(r^3 + r'^3)},$$

[1] A. Roberts, *Density of close double stars* (*The astrophysical Journal*, vol. X, p. 308 et suiv.; 1899).

ou (n° 280)

$$(1) \qquad D_m = \frac{a^3}{P^2} \cdot \frac{3}{4\pi} \cdot \frac{1}{r^3 + r'^3};$$

d'ailleurs

$$r^3 + r'^3 > \frac{1}{4}(r + r')^3;$$

d'autre part, en supposant l'orbite réelle circulaire et appelant 2θ la durée d'une éclipse, la projection du compagnon sur le plan de son orbite apparente se déplace depuis le commencement jusqu'au milieu de l'éclipse d'une longueur égale à

$$a \sin \frac{2\pi\theta}{P},$$

laquelle est évidemment moindre que l'hypoténuse $(r + r')$ du triangle rectangle formé par l'étoile principale et les projections du compagnon à ces deux instants; d'où

$$r + r' > a \sin \frac{2\pi\theta}{P};$$

et, en combinant l'équation (1) avec les inégalités précédentes,

$$D_m < \frac{3}{\pi P^2 \sin^3 \frac{2\pi\theta}{P}}.$$

La densité moyenne est donc toujours moindre que le second membre de cette inégalité.

Dans les limites d'approximation où nous nous plaçons, nous admettrons qu'on l'en peut déduire, pour chacun des systèmes binaires, en multipliant par un même facteur ce second membre variable pour chacun d'eux, de sorte qu'en désignant par β une constante à déterminer, on a

$$D_m = \beta \frac{1}{P^2 \sin^3 \frac{2\pi\theta}{P}}.$$

Quant à la valeur de β, on l'obtient en appliquant cette formule Algol, dont la densité moyenne nous est connue (n° 294) et

égale à 0,23 (¹); on a ainsi

$$\beta = 37,$$

d'où

$$D_m = 37 \frac{1}{P^2 \sin^3 \frac{2\pi\theta}{P}}.$$

En calculant D_m pour chacune des étoiles doubles photométriques du type Algol dont nous avons les éléments (n° 402), on a les résultats suivants (²) :

Étoiles.	D_m.	Étoiles.	D_m.
U Céphée	0,082	R Autel	0,122
Algol	0,230	U Ophiuchus	0,250
λ Taureau	0,119	Z Hercule	0,611
R Grand Chien	0,307	R S Sagittaire	0,072
X Carène	0,219	W Dauphin	0,143
S Écrevisse	0,019	Y Cygne	0,173
S Voiles	0,051	D M + 12°,3557	0,265
δ Balance	0,050	B D + 45°,3062	0,064
U Couronne	0,115		

En général, ces densités limites sont comparables à celles des composantes d'Algol, mais pour un certain nombre d'entre elles, S Écrevisse et δ Balance par exemple, elles sont beaucoup plus faibles et se rapprochent de la valeur trouvée plus haut pour l'une des composantes de S Voiles. Il y a lieu de remarquer que ces étoiles à faible densité moyenne sont aussi celles dont les durées d'éclipses sont les plus longues; cette durée est, en effet, en moyenne de $9^h,8$ pour l'ensemble de la liste et de $13^h,7$, au contraire, pour les six étoiles dont la densité moyenne est inférieure à 0,1.

On paraît être en droit d'en conclure que, comme dans le système de S Voiles, la composante la moins lumineuse est plus large que l'autre en même temps que d'une densité beaucoup plus faible.

(¹) Il faut employer ici, pour la durée 2θ, la valeur $6^h,5$ admise par Vogel (*Astronomische Nachrichten*, n° 2497) et au moyen de laquelle il a obtenu les nombres conduisant à cette densité moyenne 0,23; on prend d'ailleurs l'heure pour unité de temps.

(²) *Voir*, sur ce sujet, H. Russell, *The densities of the variable stars of the Algol type* (*The astrophysical Journal*, vol. X, p. 315 et suiv.; 1899).

Il semble donc que, pour un certain nombre de ces systèmes, la condensation de la composante relativement obscure n'est point encore assez avancée pour la rendre aussi brillante que l'autre. Ce serait l'inverse de ce que nous avons constaté dans Algol, où l'une des composantes est au contraire une étoile presque éteinte.

469. *Conclusion générale.* — Si nous rassemblons et rapprochons toutes ces données, nous arrivons à la conclusion suivante :

Les variables à courtes périodes sont des systèmes binaires très serrés dont les composantes se meuvent dans des plans en général fort peu inclinés sur la ligne de visée. Leur grand intérêt est qu'elles nous présentent, par leur réunion, tous les stades d'évolution, tous les âges des systèmes binaires : ζ Gémeaux et W Vierge nous font presque assister à la segmentation d'une nébuleuse, à la naissance d'un système binaire; β Lyre et U Pégase nous montrent une segmentation presque accomplie; dans S Voiles et S Écrevisse la séparation est complète, mais le travail de condensation commence à peine pour l'une des composantes ; dans Y Cygne, les composantes semblent s'être développées parallèlement et être deux étoiles jumelles; Algol enfin, qui forme le dernier anneau de la chaîne, a l'une des composantes presque complètement éteinte et sans doute proche du terme final de son existence comme astre lumineux, tandis que l'autre forme encore un Soleil radieux.

Quoique très probables, ces vues ne sont encore que conjecturales; quoi qu'il en soit, toute cette étude démontre de la façon la plus évidente l'immense intérêt qui s'attache à l'observation, soit photométrique ([1]), soit spectroscopique, des variables de ces deux groupes : la combinaison de leurs résultats doit, en effet, nous conduire à une connaissance très approfondie du mode de formation de l'Univers stellaire.

([1]) Je signale à ce point de vue les Cartes spéciales à chaque variable, dont M. J. Hagen vient de commencer la publication et dont une première série de cinquante sont publiées (*Probekarte aus dem Atlas stellarum variabilium.* Berlin, Félix Dames).

CHAPITRE XIX.

ÉTOILES MULTIPLES.

I. — Généralités.

470. *Définitions.* — Les systèmes complexes que nous venons d'étudier sont loin d'être les seuls que forment les étoiles : l'observation attentive du Ciel a fait connaître des groupes serrés de trois, quatre, cinq . . . étoiles, et même des agglomérations, dans une petite étendue de la sphère, d'un nombre considérable d'entre elles. On appelle les premiers *étoiles* ou *systèmes multiples* et les seconds, *amas stellaires*.

471. *Ce sont des systèmes physiques.* — La première question à résoudre est de savoir si ces groupements constituent des systèmes physiques ou simplement de pures coïncidences optiques dues à la presque identité de direction des rayons visuels aboutissant à des étoiles très différemment éloignées de nous. Prenons comme exemples les étoiles triples et, pour préciser, supposons que la plus faible composante du groupe soit au moins de 8e grandeur et que la distance angulaire maximum soit, comme pour les étoiles doubles, de 32″, c'est-à-dire que sur la sphère les trois composantes soient comprises à l'intérieur d'un cercle de 32″ de diamètre; un raisonnement analogue à celui du n° **248** montre que le nombre probable des groupes optiques de cette espèce est une fraction négligeable de l'unité. Pratiquement, on doit donc considérer comme physiques tous les systèmes de cette classe. Cette conclusion acquiert plus de force avec le nombre des étoiles qui constituent le groupe; et, si sa certitude diminue lorsque la distance angulaire augmente, on ne doit pas moins considérer

comme très probable que la grande majorité des groupements, qui dans la lunette nous paraissent constituer une réunion d'étoiles, forment en réalité des systèmes physiques dont les composantes sont liées les unes aux autres.

Il y aura d'ailleurs toujours lieu de se reporter aux mouvements propres de ces diverses composantes, afin d'en constater l'identité ou d'en déterminer les différences.

Nous commencerons par l'étude des étoiles triples.

II. — Étoiles triples.

472. *Leur division en brillantes et restantes.* — Les principales sources de renseignements sur ces étoiles triples, et les systèmes multiples en général, sont : pour l'hémisphère boréal, le Catalogue donné par W. Struve dans les *Mensuræ micrometricæ,* où il compléta les observations de W. Herschel; pour l'hémisphère austral, la Liste de J. Dunlop (1) et surtout le grand Catalogue déduit par J. Herschel de ses observations au Cap de Bonne-Espérance (2). Dans aucun d'eux on ne s'est d'ailleurs limité à la distance maximum de 32″ adoptée pour les étoiles doubles, et l'on est allé parfois jusqu'à 2′; mais, pour pouvoir utiliser au mieux les données alors existantes de la statistique stellaire, il convient de maintenir cette division ainsi que celle des *brillantes* (toutes les composantes d'éclat au moins égal à $8^{gr},0$) et des *restantes,* établie par W. Struve.

Ceci posé, nous trouvons dans la réunion de ces Catalogues :

1° Pour les étoiles triples de distance maximum inférieure à 32″ :

---

(1) J. Dunlop, *Approximate places of double stars in the southern hemisphere, observed at Paramatta in New South Wales* (*Memoirs of the Royal Astronomical Society*, Vol. III, Part. II, p. 257 et suiv.). Liste de 253 étoiles doubles ou triples.

(2) *Results of astronomical observations made at the Cape of Good Hope,* Chap. II, p. 165 et suivantes.

a. 5 *brillantes* qui sont

Étoiles.	Grandeurs.	Distances à la plus brillante.
i Cassiopée	4,2-7,1-8,1	1",9-7",6
11 Licorné	5,0-5,5-6,0	2,5-6,1
12 Lynx	5,2-6,1-7,4	1,5-8,7
ζ Écrevisse	5,0-5,7-5,5	1,1-5,4
ξ Balance	4,9-5,2-7,2	1,2-7,0

dont deux dans l'hémisphère austral et trois dans l'hémisphère boréal, tous assez serrés.

b. 87 *restantes*.

2° Pour les étoiles triples à distance maximum plus grande que 32", mais inférieure à 2' :

c. 10 *brillantes* qui sont (1)

Étoiles.	Grandeurs.	AR.	Distances à la plus brillante.
		h m	° ′
An 17 D	7 -8 -8	3.57	— 54.49
An 861 Σ	7,8-8,0-8,0	6.0	— 37.46
258 Argus	7 -8- 8	7.50	— 43.54
An 1350 Σ	7,2-7,3-8,0	9.18	— 67.31
An 1474 Σ	6,9-8,0-7,7	10.39	— 14.21
κ Chêne (de Charles)	5 -7 -8	10.46	— 57.56
An 139 D	6 -7 -8	13.29	— 57.10
An 2278 Σ	6,8-7,5-7,8	17.59	— 55.26
An 2705 Σ	7,6-7,6-7,6	20.29	— 14. 8
An 2944 Σ	7,0-7,5-8,0	22.39	5. 8

dont 6 appartiennent à l'hémisphère boréal et 4 à l'hémisphère austral.

d. 26 *restantes*, dont deux sont assez remarquables par l'éclat de l'étoile principale : β Grue, où elle est de 3e grandeur, et 172 Eridan, où elle est de 5e grandeur (ces deux étoiles sont australes).

(1) Les positions se rapportent à 1826 : D indique le Catalogue de Dunlop : Σ le Catalogue des *Mensuræ micrometricæ*.

III. — Étoiles quadruples.

473. *Systèmes doublement binaires.* — On rencontre parfois, dans une étendue angulaire fort petite, deux systèmes binaires formant un système quadruple, tels sont :

219 *Andromède* ($7^{gr},0$-$10^{gr},5$ à $3'',0$) et ($10^{gr},8$-$10^{gr},7$ à $4'',8$),

dont la distance est de 29″;

Σ 757 ($8^{gr},0$-$8^{gr},2$ à $1'',7$) et Σ 758 ($8^{gr},5$-$9^{gr},0$ à $11''$).

dont la distance est de 51″;

Σ 3012 ($8^{gr},7$-$8^{gr},8$ à $2'',6$) et Σ 3013 ($7^{gr},8$-$9^{gr},3$ à $2'',5$),

dont la distance est de 52″;

Σ 2472 ($7^{gr},5$-$6^{g},2$ à $17'',1$) et Σ 2473 ($9^{gr},0$-$9^{gr},2$ à $6'',2$),

dont la distance est de 75″;

Σ 1087 ($7^{gr},0$-$9^{gr},0$ à $11'',1$) et Σ 1088 ($8^{gr},2$-$11^{gr},5$ à $19'',9$),

dont la distance est de 112″,3.

Il arrive fréquemment aussi qu'entre les deux systèmes binaires ainsi associés se montrent quelques étoiles beaucoup moins brillantes; il en est ainsi pour les couples suivants :

Σ 482 ($6^{gr},1$-$6^{gr},2$ à $18'',0$) Σ 485 ($9^{gr},0$-$9^{gr},5$ à $5'',4$).

dont la distance est de 50″, et entre lesquels se trouve une petite étoile de 9e grandeur, à peu près au milieu de leur distance.

Mais l'exemple le plus frappant est celui de ε Lyre : deux systèmes binaires très serrés et brillants,

ε_1 *Lyre* ($5^{gr},0$-$6^{gr},5$ à $3'',2$) et ε_2 *Lyre* ($5^{gr},0$-$5^{gr},5$ à $2'',5$),

sont situés à 3′20″ de distance, et entre les deux sont trois petites étoiles, une de 10e et les deux autres de 13e grandeur : ε_1 et ε_2 ont le même mouvement propre, et par suite constituent bien un système physique; on leur soupçonne, en outre, un mouvement orbital autour de leur centre de gravité commun.

474. *Étoiles quadruples.* — La plupart du temps, le groupement des composantes d'un système quadruple est plus uniforme, et aucune d'elles ne paraît plus spécialement liée à une autre : c'est ainsi que se présentent les quatorze autres étoiles quadruples contenues dans les Catalogues précédents et qui sont :

Étoiles.	Composantes.	Distance maxim.
Σ 263.....	8,0, 9,0, 10, 11,2.....	39″
41 Bélier.....	3,0, blanc; 13, bleu; 11, bleu sombre; 9, gris perle.	126
52 Bélier.....	6,5, bleu; 7, bleu pâle; 15, bleu; 13 lilas.....	105
ζ Persée.....	35 blanc; 10, bleu pâle; 11, bleu; 12 cendrée.....	32
H_1 3662.....	8, 9, 14 et 15.....	20
124 Taureau..	8,5 grenat; 8 et 9 bleues; 10, bleuâtre.....	146
H_1 4087.....	8,8, 14 et 15.....	30
H_1 4876.....	8,8, 8 et 12.....	15
h Sagittaire...	8,8, 8 et 12.....	25
d^2 Capricorne.	3, jaune pâle; 11,11 et 9,5 (1).....	154
Σ 2673.....	8,0; 8,0, jaune pâle; 9,5 et 11,7.....	75
Σ 2681.....	7,5, 8,0, 10,8, 11,0.....	42
Σ 2681.....	7,3, 10,8, 8,0, 11,0.....	31
β Dauphin....	4, grisâtre; 5, 11 et 10.....	32
8 Lézard.....	6,5 et 6,5, blanches; 11, verdâtre; 10, bleue.....	81

IV. — Étoiles quintuples.

475. *Étoiles quintuples.* — Parmi les étoiles quintuples indiquées dans les mêmes Catalogues, nous citerons les suivantes :

β *Lyre*.... (3, blanche; 8, gris pâle; 13; 8,5, jaune pâle; 9, lilas),

dont les cinq étoiles sont contenues dans une étendue angulaire de 86″.

β *Petit Cheval*.... (5,5, blanche; 14; 13; 16 et 14),

ce système, trouvé quadruple par J. Herschel, était recommandé par lui comme test optique : avec l'équatorial de Chicago (0^m,47),

(1) J. Herschel a appelé l'attention des astronomes sur l'étoile de 9e,5 grandeur de ce groupe, étoile qu'il croit n'être pas brillante par elle-même, mais seulement par réflexion.

Burnham a dédoublé la plus brillante en 1877; ce compagnon serait de 14e grandeur. Nous terminerons par le groupe

$$H_1\ 3780\ldots\ldots\ (7,7,\ 8,8,\ 8),$$

qui est, d'après J. Herschel, l'un des plus beaux du Ciel austral.

V. — Étoiles multiples.

Dans un assez grand nombre de cas, l'augmentation de puissance optique des instruments a permis de constater, au milieu de systèmes que l'on croyait triples ou quadruples, la présence d'étoiles plus faibles et très rapprochées de l'une ou l'autre des premières composantes. Ils sont ainsi devenus pour nous des *étoiles multiples;* nous citerons, parmi eux, les exemples suivants :

476. 45 *Lièvre.* — Décrit par J. Herschel comme un système quintuple brillant (7-7-8-8-8), il a été reconnu plus complexe par Burnham, qui y a trouvé, dans une étendue angulaire de 126″, neuf étoiles dont les grandeurs sont : 6,8-8,3-9,3-9,7-8-8,5-8,5-13-10.

477. γ *Poupe.* — D'après J. Herschel, ce beau groupe se compose de trois étoiles brillantes (2^{gr}, 6^{gr} et 8^{gr}) accompagnées de trois autres petites étoiles (11^{gr}, 11^{gr} et 14^{gr}) exactement disposées en ligne droite.

478. β *Gémeaux* (*Pollux*). — La belle étoile, orange foncé, qu'on appelle *Pollux*, est accompagnée de cinq étoiles formant avec elle un groupe physique; d'après Burnham, leurs éclats sont

A, 2^{gr}, B, 13^{gr},5, C, 12^{gr},5, *c*, 13^{gr}, D, 9^{gr},5, E, 9^{gr}.

Les deux étoiles C, *c* forment un système très serré, fort difficile à dédoubler dans l'équatorial de 0^{m},47, avec lequel Burnham l'a découvert. Pollux est en outre suspectée de variabilité.

479. 212 *Piazzi* (XIV H). — Cette étoile, signalée par Smyth comme triple, avec des composantes de 6^{gr} couleur paille, 8^{gr}

jaune orpiment et 16^{gr} rouge pâle (la dernière, constituant la limite de visibilité de l'instrument de Smyth) a été reconnue beaucoup plus complexe par Burnham, qui donne le système comme sextuple, les trois étoiles ajoutées ayant cependant à peu près le même éclat que la faible de Smyth.

C'est l'un des systèmes les plus intéressants du Ciel; il vient immédiatement après la 61e du Cygne pour la grandeur des mouvements propres des deux principales composantes; ces mouvements ne semblent d'ailleurs pas avoir absolument la même valeur pour les deux et les faibles étoiles ne paraissent pas y participer, quoique la distance maximum à la plus brillante ne soit que de 120″.

480. H, 3795. — C'est un groupe très serré, découvert par J. Herschel et situé dans la petite nuée de Magellan : les grandeurs de ses composantes sont 9-12-13-13-14-16 et leurs distances à la plus brillante 9″, 12″, 12″, 18″, 20″, 25″.

481. α *Croix*. — Autour des deux magnifiques étoiles de la Croix du Sud, J. Herschel en a rencontré quatre autres, dont l'une de 5^{gr}, formant ainsi un groupe sextuple des plus remarquables. Les éclats des composantes sont 1,5-2-5-13-13-14, et leurs distances à la plus brillante 5″, 120″, 60″, 100″ et 130″.

482. σ *Orion*. — Ce système multiple a été désigné par W. Herschel comme formant un système doublement triple, ensemble de deux groupes triples, à fort peu près de même configuration : depuis, Barlow l'a appelé doublement quadruple, car il a ajouté une petite étoile à chacun des deux groupes d'Herschel. Les composantes principales sont :

A, 4^{gr}, blanc brillant (avec un compagnon de 11^{gr}),
B, 8^{gr}, bleu,
C, 7^{gr}, rouge vineux,
D, 8^{gr},5, rouge sombre (avec un compagnon de 12^{gr}),
E, 9^{gr}, blanc,
F, 8^{gr}, gris pâle;

la composante D, la plus éloignée de A, en est à une distance de 211″.

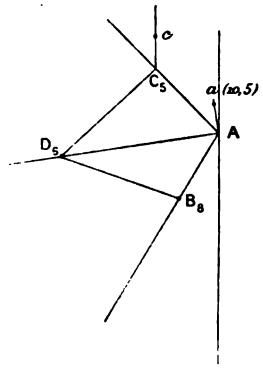
483. *θ' Orion*. — Ce système multiple, situé dans la « Gueule du Poisson » de la grande nébuleuse d'Orion, a été découvert en 1787 par W. Herschel, lorsque, pour premier essai de son télescope de 40 pieds, il le dirigea vers ce remarquable objet. Il le trouva composé de quatre étoiles rapprochées qui, rangées par ordre d'ascension droite, sont

A, $7^{gr},5$ grenat, B, 8^{gr}, rougeâtre, C, 6^{gr}, blanc pâle, D, 7^{gr}, lilas pâle,

et, à cause de la forme géométrique de leur configuration, il l'appela *Trapèze d'Orion,* nom qu'on a conservé depuis malgré les additions ultérieures. Ces quatre étoiles, dont la plus grande distance est 21″, ont, en outre, d'après Mædler, le même mouvement propre : elles constituent donc certainement un système physique.

Cinquante ans après W. Herschel, W. Struve (1826) trouva, avec un objectif de $0^m,32$, tout au voisinage de A, une cinquième étoile *a*, qu'il estima de $10^{gr},5$; on l'a observée depuis avec des instruments de $0^m,10$, et même de $0^m,07$ d'ouverture (*fig*. 88).

Fig. 88.



En 1830, J. Herschel découvrit avec une ouverture de $0^m,31$ et tout près de C une sixième étoile *c* qu'il estima de 12^{gr} : Warren de la Rue l'a vue depuis avec un objectif de $0^m,10$ et Burnham avec une ouverture de $0^m,09$ (¹).

(¹) En outre, deux étoiles très faibles (13^{gr}) ont été vues par J. Herschel très près du Trapèze, et, d'après lui, font partie du même groupe.

Il est difficile d'admettre que, si, à l'époque de W. Herschel, ces deux dernières étoiles avaient eu leur éclat actuel, elles aient pu échapper à son œil exercé; aussi est-on porté à les considérer comme des variables à longue période, qui depuis lors auraient augmenté progressivement d'intensité lumineuse.

Ajoutons que ce système complexe est l'un des plus serrés, la distance à A de la composante la plus éloignée n'atteignant pas 22″ (21″,4).

CHAPITRE XX.

SYSTÈMES MULTIPLES ET AMAS IRRÉGULIERS.

Ces étoiles multiples ne sont que les miniatures de certains groupements étendus auxquels leur isolement au milieu du Ciel étoilé et le rapprochement de leurs composantes avaient, dès la plus haute antiquité, fait assigner des noms spéciaux : ce sont les Pléiades, les Hyades, Prœsepé ou la Crèche et la Chevelure de Bérénice.

Leur examen télescopique a montré depuis qu'ils comprenaient à leur intérieur un très grand nombre d'étoiles plus petites; et, en même temps, l'étude méthodique du Ciel faisait découvrir un certain nombre de groupements analogues, fort étendus aussi, mais purement télescopiques.

Tous rentrent dans ce que nous appelons les *amas stellaires irréguliers;* nous en étudierons quelques-uns qui ont, à des titres divers, une importance considérable.

I. — Pléiades.

484. *Description générale.* — Dans nos climats, aux altitudes moyennes, et par un ciel sans Lune, les vues ordinaires distinguent autour et tout près de la belle étoile η Taureau 5 étoiles d'un éclat moindre qui forment le groupe des *Pléiades.* On leur a donné des noms particuliers; ce sont par ordre d'éclat :

1° Alcyone (η Taureau) (3,0),	4° Atlas (5,5),
2° Electre (4,5),	5° Taygète (5,5),
3° Maïa (4,5),	6° Mérope (5,5),

dont la première est de 3e grandeur et la dernière de 5gr, 5. Nombre

de personnes en distinguent aisément une septième d'éclat un peu supérieur à la 6e grandeur que l'on appelle *Pléione*. Il en a d'ailleurs été ainsi de toute antiquité, ainsi qu'en témoigne ce vers d'Ovide relatif à ce groupe d'étoiles :

Quæ septem dici, sex tamen esse solent.

Kepler (1) cite le fait de Michel Mœstlin qui, sous le ciel de Tubingue (26 décembre 1579), a non seulement distingué à l'œil nu 11 étoiles dans les Pléiades, mais aussi en a déterminé, avec les instruments de l'époque, les positions avec assez d'exactitude pour que nous puissions les identifier avec celles de nos Catalogues modernes.

Par un ciel très pur, Heis voyait 10 étoiles dans ce groupe; M. Luizet, à l'observatoire de Lyon, et M. Marchand, à celui du Pic du Midi, en séparent ordinairement onze; enfin Airy cite (2) un membre de sa famille qui, voyant d'ordinaire 7 étoiles dans les Pléiades, en distingua, le 15 février 1863, douze assez nettement pour en faire une carte. Ces 5 étoiles supplémentaires sont :

8° Cæleno (6,0),
9° Asterope, groupe formé par 21 *k* et 22 *l* de Flamsteed (6,5) et (7,0),
10° 24 *p* de Flamsteed (7,0),
11° 18 *m* de Flamsteed (6,3),
12° Anonyme 28 de Bessel (7,3),

Mais le caractère réel de groupe stellaire fort nombreux n'a été formellement reconnu aux Pléiades qu'après la découverte des lunettes. Ainsi la Carte qu'en donne Galilée dans le *Nuncius Sidereus* (1653) contient déjà 37 étoiles; leur nombre a été peu à peu en augmentant depuis, si bien qu'en 1874 M. C. Wolf, avec une lunette de $0^m,31$, a pu dénombrer et déterminer les positions de 571 étoiles, de la 3e à la 14e grandeur incluse, dans un intervalle de 135′ d'ascension droite et de 90′ de déclinaison autour de η Taureau.

---

(1) *Opera collecta*, Vol. II, p. 500. *Voir* à ce sujet WINNECKE, *On the visibility of stars in the Pleiades to the naked eye* (*Monthly Notices*, Vol. XXXIX, p. 146).

(2) G-B. AIRY, *On the visibility of stars in the Pleiades to the unarmed eye* (*Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Vol. XXIII, p. 175).

Depuis Galilée, ce groupe a, en effet, été souvent étudié. La Hire, en 1693, Cassini et Maraldi en 1708, Le Monnier en 1748 en ont publié des Cartes; celle de Le Monnier contient les positions de 35 étoiles déduites de l'observation (observations méridiennes); vient ensuite celle de Jeaurat (1760) où, sur 64 étoiles marquées, 9 seulement ont leurs positions déterminées directement (observations méridiennes) : dans ce siècle, Piazzi, Baily, Rumker publièrent les positions d'un nombre plus ou moins grand d'étoiles des Pléiades observées par eux; mais la précision de ces observations ne surpasse pas celle commune aux observations méridiennes de l'époque, et de plus elles ne se rapportent qu'à un petit nombre d'étoiles.

485. *Triangulation de Bessel.* — Notre connaissance exacte du groupe des Pléiades n'a commencé qu'en 1841 lors de la publication par Bessel du Catalogue des 53 étoiles les plus brillantes qui se trouvent dans un cercle de 47′ à 48′ de rayon autour de η Taureau (Alcyone) (¹); et cette connaissance des positions exactes d'un nombre assez grand d'étoiles de ce groupe était d'après lui de nature à rendre aux astronomes d'importants services.

Au premier rang, et comme d'intérêt le plus actuel, Bessel met la précision avec laquelle, une fois ces positions bien connues, l'observation méthodique des occultations de ces étoiles par la Lune permettrait d'obtenir la différence des longitudes de deux

---

(¹) F.-W. Bessel, *Verzeichniss von 53 Plejadensternen aus Beobachtungen mit dem Königsberger Heliometer abgeleitet* (*Astronomische Nachrichten*, n° 430).

Cependant, l'étoile *m* de Flamsteed comprise dans ce catalogue est plus éloignée de η Taureau :

$$\Delta\mathfrak{R} = -35'21'',$$
$$\Delta\mathfrak{D} = +43'35'',$$

et celle que Bessel appelle « Anonyme 16 » n'est pas plus brillante que beaucoup d'autres du groupe.

Cette communication de Bessel ne renferme que le Catalogue conclu; le Mémoire complet parut un peu plus tard dans les *Astronomische Untersuchungen*, Vol. I, p. 209; puis dans la réédition des œuvres de Bessel, par Engelmann (*Abhandlungen von F.-W. Bessel*, herausgegeben von R. Engelmann, Vol. II, p. 299 et suiv.). Engelmann a ajouté une Carte de l'intervalle de 3^h36^m à 3^h43^m, et de $+22°35'$ à $+24°40'$, où sont marquées toutes les étoiles aisément visibles dans une lunette de $0^m,11$, c'est-à-dire jusqu'à la $10^{gr},5$.

observatoires, puisque le résultat donné par leur combinaison serait ou complètement, ou à fort peu près, indépendant des erreurs qui subsistent dans les éléments admis pour la construction des Tables lunaires.

En Astronomie pratique, Bessel donnait comme usage de ces positions la détermination d'un certain nombre de constantes instrumentales fort importantes, comme la valeur du pas et l'étude de ses irrégularités dans les vis micrométriques; celle du coefficient de température de ces mêmes micromètres. Enfin, au point de vue théorique, il indiquait ces mesures comme seules propres, par les variations de leurs résultats, à résoudre dans l'avenir avec certitude la question de savoir si les étoiles des Pléiades formaient bien un groupe physique et alors de faire connaître la nature et les conditions du lien qui les unit.

Le Catalogue de Bessel donne les grandeurs et les positions pour 1840 des 53 étoiles dont nous avons parlé, ainsi que les mouvements propres, en Æ et ⊙, de neuf d'entre elles (pour 3 autres, il donne seulement le mouvement en Æ); il résulte de la combinaison de deux sortes d'observations :

1° Observations différentielles héliométriques fort nombreuses des 10 étoiles les plus brillantes avec l'étoile principale η Taureau, et observations identiques, mais moins nombreuses, des quarante-deux autres. Ces observations ont été faites par Bessel, Plantamour et Schlüter; et, les combinaisons de ces deux séries de mesures ont fourni les positions différentielles par rapport à Alcyone.

2° Les nombreuses observations faites de 1820 à 1830 par Bessel, puis de 1830 à 1840 par Busch, au cercle méridien de Reichenbach de l'observatoire de Kœnigsberg : la réduction de toutes ces observations à 1825 a donné les positions absolues pour cette date de 27 étoiles des Pléiades, et la comparaison des résultats à ceux des *Fundamenta Astronomiæ* a fait connaître les mouvements propres de neuf d'entre elles.

Quant aux grandeurs de ces étoiles, Bessel les déterminait par l'estime jusqu'à la demi-grandeur, comme il l'avait fait pour ses zones (n° 59); mais, en raison de la difficulté de comparer exactement la nuit, dans une lunette, les éclats des grosses étoiles, il avait fait cette comparaison pendant le jour (18 juin 1839) :

Schlüter classa les étoiles télescopiques pendant la nuit du 15 mars 1841.

Malheureusement, la courte durée de l'intervalle où se produisent les occultations des Pléiades pendant chaque révolution du nœud de la Lune (4 ans environ sur 18), empêche qu'on ait tenté sérieusement d'appliquer le premier point de son programme, relatif à la détermination des différences de longitude que l'on obtient actuellement par d'autres méthodes avec beaucoup de précision; néanmoins l'importance des étoiles des Pléiades n'a pas diminué, car les mêmes observations donnent inversement les corrections des éléments de notre satellite.

Le second point, au contraire, relatif à la détermination des constantes instrumentales, est devenu d'une application courante dans la pratique de l'Astronomie d'observation; et quant au troisième, il fallait évidemment laisser s'écouler un certain temps avant d'espérer pouvoir mettre en évidence des changements sensibles dans les positions des étoiles cataloguées par Bessel.

486. *Intervention de la Photographie. Rutherfurd.* — Aussi est-ce seulement en 1865 que fut faite la première tentative de détermination de ces changements, tentative remarquable parce qu'elle marque l'apparition en Astronomie de la Photographie comme méthode de mesures de précision.

C'est, en effet, le 21 février de cette année que Rutherfurd employa pour la première fois, dans son observatoire de New-York, à la description des amas stellaires, le célèbre objectif photographique de $0^m,29$ qu'il avait fait lui-même. Un an plus tard, cet astronome avait construit le premier micromètre photographique, et mesurait les coordonnées relatives à Alcyone des étoiles des Pléiades, mesures que discutait et réduisait B.-A. Gould, alors à ses débuts; elles le conduisaient à la détermination au dixième de seconde d'arc aussi bien en ascension droite qu'en déclinaison des positions relatives de 39 des étoiles de Bessel [1].

Dans les années suivantes, Rutherfurd renouvela à plusieurs

---

[1] B.-A. Gould, *Reduction of photographic observations of the Pleiades* (*Annals of the National Academy*, vol. IV) (1886).

époques l'observation photographique des Pléiades; nous y reviendrons plus loin.

487. *Mesures micrométriques. C. Wolf. Pritchard.* — En 1873, M. C. Wolf reprit, avec le micromètre filaire de l'équatorial de $0^m,31$ de l'Observatoire de Paris, les mesures différentielles des positions relatives des étoiles du groupe des Pléiades.

La partie fondamentale de son travail est la formation d'un Catalogue (1) donnant les positions relatives à Alcyone des 79 étoiles les plus brillantes du groupe; on les obtenait par des observations de passages pour les ascensions droites, et par des mesures micrométriques pour les déclinaisons; mais la course de la vis du micromètre étant de beaucoup inférieure aux dimensions focales du groupe à mesurer, on dut, pour ces déclinaisons, partager le champ à explorer en quatre zones reliées entre elles par des repères communs.

Ces 79 étoiles ont ensuite servi d'origine pour déterminer par différence, au moyen d'un micromètre spécial, à déplacement et à lecture très rapides, les positions de 387 étoiles plus petites; et enfin, par différence avec celles-ci, celles de 105 étoiles plus faibles ou oubliées : de sorte que, au total, la description de C. Wolf contient 571 étoiles de la 3e à la 14e grandeur; c'est certainement la plus complète qu'on ait obtenue jusqu'à ce jour par l'observation directe; elle est représentée dans la *Pl. I.*

Il convient de dire cependant que, en 1884, et observant avec l'équatorial de $0^m,38$ d'ouverture de l'observatoire de Bordeaux, G. Rayet a ajouté au Catalogue de C. Wolf les positions relatives de 143 étoiles nouvelles de la 13e à la 15e grandeur (une seule est de grandeur 12,5) (2).

Quelques années après C. Wolf, mais avant la publication de son travail, Pritchard avait aussi entrepris une revision micrométrique du groupe des Pléiades : l'appareil construit par lui en vue

---

(1) C. Wolf, *Description du groupe des Pléiades et mesures micrométriques des positions relatives des principales étoiles qui le composent* (*Annales de l'Observatoire de Paris*, Mémoires, t. XIV, Ire Partie, p. A.1 et suiv.; 1877).

(2) G. Rayet, *Positions d'étoiles télescopiques de la constellation des Pléiades* (*Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, vol. CII, p. 489).

de cette triangulation et qu'il appelle *Duplex micrometer*, repose sur le même principe que le micromètre spécial dont C. Wolf s'était servi pour les étoiles de second ordre; il n'a pas la précision du micromètre filaire, et il n'évite pas l'emploi de repères intermédiaires, qui furent, dans ce cas, Maïa et Atlas. Quoi qu'il en soit, Pritchard détermina avec lui (1878-1879) les différences, par rapport à η Taureau, d'ascension droite et de déclinaison de 40 étoiles, les plus brillantes des Pléiades (1).

488. *Mesures héliométriques. Elkin.* — Viennent ensuite les mesures différentielles faites par Elkin en 1884 et 1885 avec le célèbre héliomètre de Yale, qui lui avait servi dans ses observations simultanées avec Gill pour la détermination de la parallaxe solaire (n° 186) : elles donnent (2) les positions relatives à η Taureau de 69 étoiles de ce groupe.

Il convient de signaler, quoiqu'elles n'aient pas été entreprises dans le but spécial d'étudier les Pléiades, les belles observations faites à Berlin par E. Becker de 1879 à 1883 avec le cercle méridien de Pistor et Martins, de $0^m,19$ d'ouverture. Le Catalogue qui en résulte (3) contient, en effet, les positions pour 1875,0 de toutes les étoiles des Pléiades jusqu'à la $9^{gr},5$, et par suite, non seulement de toutes les étoiles de Bessel, mais d'environ une cinquantaine d'autres.

489. *Mesures photographiques. Jacoby. Turner. Gould. Olsson.* — Les mesures d'Elkin, que la similitude d'instrument et de méthode semblait devoir rendre les plus comparables à celles de Kœnigsberg, ont été, quelques années plus tard, combinées avec celles de Bessel par Jacoby, et ont servi de base à la réduction des mesures qu'il fit en 1891 des clichés pris par Rutherfurd de

---

(1) C. PRITCHARD, *On the proper motions of 40 stars in the Pleiades determined from micrometric and meridional Observations* (*Memoirs of the Royal astronomical Society*, vol. XLVIII, Part II, p. 225 et suiv.; 1884).

(2) W.-L. ELKIN, *Determination of the relative position of the principal stars in the group of the Pleiades* (*Transactions of the astronomical Observatory of Yale University*, vol. I, Part I; 1887).

(3) E. BECKER, *Catalog der Astronomischen Gesellschaft* (10e fascicule, zone de + 20° à + 25°).

1872 à 1874 avec sa nouvelle lunette photographique de $0^m,33$ d'ouverture.

Elles ont conduit à la formation d'un catalogue de 75 étoiles, parmi lesquelles figurent les 53 étoiles de Bessel (1), et dont les positions sont rapportées comme l'avaient été les mesures de Rutherfurd, non plus à Alcyone, mais à $24p$, étoile située près du centre de l'amas et mieux appropriée aux mesures.

En passant, nous devons signaler les photographies des Pléiades prises en 1892 et 1893 sous la direction de Pritchard, avec la nouvelle lunette astrographique de l'observatoire de l'Université à Oxford, quoique, faites surtout en vue de servir à la détermination des parallaxes de quelques-unes des étoiles de ce groupe, elles n'aient pas été utilisées pour la construction d'un Catalogue (2).

Six ans après (1897) parut la description des Pléiades (3) obtenue photographiquement par B.-A. Gould à Cordoba, et qui résulte de la combinaison de 16 clichés de cet amas pris de 1872 à 1882. Le Catalogue de Gould donne les positions relatives pour 1875,0 de 69 étoiles du groupe parmi lesquelles sont 52 des étoiles de Bessel et l'on y est revenu à Alcyone comme étoile centrale afin de faciliter les comparaisons aux travaux antérieurs.

Tout récemment, enfin (1898), C. Olsson a repris (4) l'étude photographique de ce groupe; son but était de chercher à obtenir les positions exactes d'un aussi grand nombre que possible d'étoiles suffisamment brillantes, bien plutôt que d'arriver à la description la plus complète, comprenant même les étoiles les plus faibles. Comme conclusion, Olsson donne les positions pour 1898,0 de 119 étoiles, toutes (sauf une qui est de douzième grandeur) d'éclat supérieur ou égal à celui de la onzième grandeur.

---

(1) H. Jacoby, *The Rutherfurd photographic measures of the group of the Pleiades* (*Contributions from the observatory of Columbia College New-York*, n° 3).

(2) H.-F. Turner, *Some measures of photographs of the Pleiades at the Oxford University Observatory* (*Monthly Notices of the Royal astronomical Society*, Vol. LIV, p. 498).

(3) B.-A. Gould, *Cordoba Photographs*, p. 50 et suiv.

(4) G. Olsson, *Photographische Ausmessung der Plejaden* (*Astronomiska Iakttagelser och undersökningar anstàlda pà Stockholms Observatorium*, Vol. VII, n° 3, 1898).

490. *Mesures héliométriques de Battermann et Ambronn.* — Si l'on ajoute à ces Travaux d'ensemble les triangulations plus restreintes, mais d'une exactitude considérable, de H. Battermann (1) avec l'héliomètre de l'observatoire de Berlin, et de L. Ambronn faite avec l'héliomètre de Göttingue et qui concerne 16 étoiles (2) des plus brillantes, on aura la réunion des documents dont on dispose actuellement pour résoudre la question ouverte à la discussion par Bessel, à savoir celle de la dépendance physique, et par suite des mouvements relatifs produits par leurs actions réciproques, des composantes du groupe des Pléiades.

491. *Comparaison de ces Catalogues. Déplacements relatifs. Poids.* — Avant tout, il faut les rendre comparables entre eux, et, par suite, rechercher les erreurs systématiques qui peuvent exister dans chacune de ces séries de mesures et en corriger leurs résultats (3). Une discussion critique permet ensuite de les ranger par ordre de précision probable ou mieux de déterminer le poids à donner à chacun d'eux dans la combinaison qui permettra de déduire de leur ensemble les positions et mouvements propres relatifs des étoiles qui leur sont communes; le Tableau suivant (4) contient les données de cette discussion pour 67 étoiles du groupe.

---

(1) H. Battermann, *Triangulation zwischen der 8 hellsten Sternen der Plejadergruppe*, 1886-1887 (*Astronomische Nachrichten*, nos 2925-2926). Les observations concernant *g*, *b*, *e*, *c*, *d*, *f*, *n* et *h* sont réduites à 1886,0.

(2) L. Ambronn, *Triangulation der Plejadengruppe* (*Astronomische Mittheilungen von der K. Sternwarte zu Göttingen*, 3e partie, 1894).

(3) Ph. Lagrula, *Sur la comparaison des diverses mesures différentielles des Pléiades* (*Bulletin astronomique*, Vol. XVI, p. 102 et suiv.; 1899).

(4) Les données de ce Tableau m'ont été communiquées obligeamment par M. Lagrula et sont extraites d'un Travail d'ensemble sur les différents Catalogues de ce groupe dont la publication est prochaine.

Les positions pour 1873,0 des trois étoiles adoptées comme fondamentales dans le groupe sont, d'après Newcomb et avec la constante de la précession de Struve :

	AR.	Mouvement propre.	Déclinaison.	Mouvement propre.
	h m	s	° ′ ″	″
17 *b* Électre.....	3.37.20,211	+0,112	23.42.43,67	−5,28
τ Taureau.....	39.56,287	+0,112	42.37,89	−5,28
27 *f* Atlas.....	41.36,815	+0,076	39.47,32	−5,12

En général, les grandeurs sont celles de Lindemann; pour les étoiles marquées

Étoiles.	Gran-deur.	Époque moyenne 1800 +	Δα (1873) * − τ_1.	Δα (1873) Mouvement propre relatif.	Δδ (1873) * − τ_1.	Δδ (1873) Mouvement propre relatif.	ψ.
			m s	s	′ ″	″	°
Wolf 47.....	5,27	83	−3. 5,020	−0,028	+ 1.10,87	−1,70	171
16 *g* Cœleno..	5,27	77	−2.40,888	−0,002	+10.39,18	+0,40	164
17 *b* Électre...	3,66	77	−2.36,073	+0,006	+ 0. 5,79	+0,36	163
Wolf 72.....	8,70*	82	−2.22,523	−0,152	+ 9. 8,55	+0,11	187
Wolf 73.....	8,70*	83	−2.22,186	+0,108	−24.30,80	−0,38	153
18 *m*.....	5,43	75	−2.21,030	−0,038	+43.41,51	−0,02	170
19 *e* Taygète..	4,31	77	−2.17,206	+0,026	+21.22,74	+0,35	154
Wolf 84.....	8,80*	83	−2.10,234	+0,120	+48.40,90	+0,60	147
Anon. 1.....	7,92	74	−2. 2,342	−0,037	− 4.30,41	−1,28	161
Anon. 2.....	8,12	74	−1.55,298	−0,042	+21.12,14	−2,05	173
Anon. 3.....	9,41	75	−1.53,228	−0,080	− 1.36,22	−0,64	177
Anon. 4.....	6,86	74	−1.51,595	−0,080	+13.32,76	−0,59	177
Anon. 5.....	9,23	74	−1.50,106	−0,056	+31. 3,15	−1,97	175
Anon. 6.....	9,07	75	−1.47,870	−0,127	+10.44,53	−0,42	183
20 *c* Maïa.....	4,00	77	−1.39,923	−0,062	+15.30,28	−0,09	157
Anon. 7.....	7,52	74	−1.36,944	−0,040	− 4.13,30	−1,14	172
21 *k* Astérope.	5,69	76	−1.35,609	+0,015	+26.43,42	−0,30	164
22 *l*.....	6,04	76	−1.27,132	−0,003	+25. 8,75	−0,06	165
Anon. 8.....	7,04	75	−1.15,335	−0,016	+ 5.13,45	+2,50	156
Anon. 9.....	7,39	74	−1.13,074	−0,041	− 4.53,76	−0,36	171
23 *d* Mérope..	4,22	77	−1. 8,824	−0,055	− 9.35,02	−0,02	173
Anon. 10.....	6,82	74	−1. 2,036	−0,071	+ 8.50,01	−0,21	175
Wolf 161.....	8,50*	82	−0.53,293	−0,104	−29. 0,21	+1,61	180
Anon. 11.....	8,98	75	−0.49,577	−0,090	− 0.14,23	+0,24	178
Anon. 12.....	6,40	76	−0.30,787	−0,057	+24.49,52	−0,15	173
Wolf 188.....	8,40*	81	−0.27,538	+0,056	+42.49,07	−0,14	156
Anon. 13.....	8,09	74	−0.24,462	−0,051	− 6.39,26	−0,72	173
Wolf 196.....	10,00**	83	−0.19,468	−0,035	+10.14,97	−2,69	173
Anon. 14.....	8,94	75	−0.17,861	−0,185	−19.30,71	+4,60	[232]
Anon. 15.....	8,28	74	−0.12,530	−0,104	+ 1.21,49	+0,66	179
Anon. 17.....	6,55	74	−0.10,283	−0,350	−22.46,12	+2,62	[232]
Anon. 18.....	8,18	74	−0. 9,786	−0,019	+ 2. 0,68	+0,21	167

d'un astérisque, elles sont tirées du Catalogue de l'*Astronomische Gesellschaft*, et du Catalogue de C. Wolf pour celles qui ont deux astérisques.

Les sept étoiles dont les angles sont entre crochets ne paraissent pas appartenir au système physique des Pléiades.

ψ est l'angle de position de la direction du mouvement propre apparent de l'étoile.

Étoiles.	Gran-deur.	Époque moyenne 1800 +	Δα (1873) ★ − η.	Δα (1873) Mouvement propre relatif.	Δδ (1873) ★ − η.	Δδ (1873) Mouvement propre relatif.	ψ.
			m s	s	″	″	°
24 *p*	5,98	74	−0. 8,046	−0,017	+ 0.39,41	−4,10	144
Anon. 19.....	6,67	74	−0. 7,195	+0,046	−18. 7,37	−0,72	161
Anon. 20.....	7,13	74	−0. 6,424	−0,116	+28.59,10	+0,32	182
Anon. 22.....	6,97	74	−0. 4,087	−0,027	−11.21,37	−0,42	170
Anon. 21.....	8,31	74	−0. 3,965	−0,170	+33. 6,92	+2,86	[200]
Anon. 23.....	7,47	74	−0. 1,003	+0,007	−25.36,73	+0,19	163
Anon. 24.....	6,35	74	−0. 0,142	−0,018	+10.59,78	+0,01	167
η Taureau....	3,05	»	0. 0,000	−0,000	0.00,00	0,00	165
Anon. 25.....	7,43	75	+0. 8,965	+0,225	−29.42,56	−1,35	146
Anon. 26.....	8,57	73	+0.14,853	−0,221	−33.41,33	+2,39	[210]
Wolf 249.....	9,50	81	+0.23,886	−0,110	− 9.46,08	+2,30	181
Jacoby 50....	7,10*	83	+0.35,193	−0,340	+53. 3,19	−1,30	[219]
Wolf 275.....	9, 1*	82	+0.37,901	−0,187	+ 2.18,46	+0,47	193
Anon. 27.....	7,98	74	+0.43,724	+0,019	+12.54,68	+0,57	160
Anon. 28.....	5,38	75	+0.53,586	+0,053	−40.53,68	+0,18	159
Anon. 29.....	6,77	74	+1. 0,131	−0,009	+14.34,58	+0,12	166
Wolf 307.....	8,60*	84	+1. 5,333	−0,239	+ 4.43,90	−0,89	197
265.....	6,04	76	+1.28,056	+0,153	−14.37,52	−1,12	151
27 *f* Atlas....	3,72	77	+1.40,512	−0,012	− 2.50,62	−0,19	172
28 *h* Pléione..	5,25	76	+1.41,726	−0,011	+ 2. 9,70	−0,44	165
Anon. 30.....	7,80	74	+1.46,440	−0,041	−12.49,92	−0,45	171
Anon. 31.....	7,40	76	+1.46,537	−0,047	+17.44,01	+1,14	169
Anon. 32.....	6,51	74	+1.51,514	−0,016	+16.50,25	+0,29	166
Anon. 33.....	7,75	74	+1.56,115	−0,052	+ 8.51,13	+0,53	171
Anon. 34.....	5,90	74	+2.15,209	+0,061	−23.14,94	+0,03	157
Anon. 35.....	9,32	75	+2.16,230	−0,180	+ 8.41,60	+4,55	[235]
Anon. 36.....	9,08	75	+2.24,997	−0,196	+ 7. 5,21	+3,20	[204]
Anon. 37.....	7,40	74	+2.26,352	−0,018	+15. 0,29	+1,23	164
Wolf 420.....	9,50**	80	+2.28,216	−0,240	− 8.48,01	+4,30	[242]
Anon. 38.....	6,55	74	+2.29,278	−0,014	−15. 0,14	+0,16	167
Wolf 436.....	9, 0*	83	+2.44,603	−0,133	+34. 2,95	+4,09	[199]
Anon. 39.....	7,22	73	+2.57,255	+0,089	+23.50,03	+0,43	151
Anon. 40.....	6,47	77	+3.23,151	+0,020	− 8. 5,84	+0,97	159

D'autre part, on a représenté dans la *Pl. II* les mouvements propres relatifs résultants dans un plan perpendiculaire à la ligne de visée, avec la valeur à la même échelle des erreurs moyennes.

L'examen de cette figure ou du Tableau qu'elle représente ne

met pas en évidence d'une façon certaine l'existence de mouvements propres individuels, différant par la grandeur et l'orientation, dans les étoiles qui composent ce groupe.

Quant aux poids relatifs des différents systèmes de mesures considérés, ils sont les suivants :

Noms.	⅊.	⊕.
Bessel	10	10
Elkin	10	10
Battermann	10	10
Ambronn	9	9
Rutherfurd (Gould)	9	8
Rutherfurd (Jacoby)	9	7
Gould	8	9
Wolf	6	9
Astronomische Gesellschaft	7	8
Turner	6	5
Olsson	4	5
Pritchard	1	1

Eu égard à leur précision, les Catalogues qui en résultent seraient donc rangés dans l'ordre suivant :

1.	Bessel	10	7.	Ruth. (Gould)	8
2.	Elkin	10	8.	Wolf	$7\frac{1}{2}$
3.	Battermann	10	9.	Astr. Gesellschaft	$7\frac{1}{2}$
4.	Ambronn	9	10.	Turner	$5\frac{1}{2}$
5.	Ruth. (Jacoby)	$8\frac{1}{2}$	11.	Olsson	$4\frac{1}{2}$
6.	Gould	$8\frac{1}{2}$	12.	Pritchard	1

Il convient de faire remarquer immédiatement que la précision des mesures de Bessel n'a été dépassée par aucun des observateurs qui ont après lui tenté les mêmes déterminations.

492. *Supériorité de l'héliomètre comme instrument différentiel.* — Mais de cette discussion résulte encore une conséquence très importante, à savoir *la supériorité intrinsèque de l'héliomètre comme instrument différentiel pour la mesure des amas étendus :* et cette conclusion, je crois devoir, en outre, l'appuyer par un argument personnel.

Ayant eu l'honneur d'être, pendant plusieurs années, le collaborateur de M. C. Wolf, je sais tout le soin méthodique qui préside à ses moindres déterminations expérimentales; et, bien certainement, l'infériorité relative, surtout pour les ascensions droites, des résultats qu'il a obtenus n'est imputable qu'à l'infériorité relative du procédé de mesure employé.

Quant aux mesures photographiques récentes de Turner et Olsson, il faut, pour en apprécier la valeur exacte, se reporter au petit nombre de clichés qu'ils ont utilisés : 3 par Turner et 1 par Olsson, tandis que l'on en compte 20 dans les mesures Rutherfurd-Gould, 10 dans le Catalogue de Jacoby et 13 dans celui de Gould (Cordoba).

493. *Grandeurs des composantes.* — Nous avons dit comment Bessel avait estimé les éclats apparents des étoiles de ce groupe. Lors de la construction de la *Bonner Durchmusterung*, Argelander reprit la détermination de leurs grandeurs en suivant la même méthode que pour les autres régions du Ciel (n° 59). C. Wolf, de son côté, apporta à leur détermination « la plus grande attention » (1); pour les étoiles de la 7e à la 10e grandeur, il employa la méthode des séries de J. Herschel; pour les plus brillantes, « qu'il est difficile de comparer la nuit », ou bien il les observait de jour, comme Bessel, ou bien il notait leur ordre d'apparition, au coucher du Soleil, dans la lunette de l'équatorial ou dans le chercheur de cet instrument.

Mais les résultats obtenus par ces trois observateurs sont loin d'être concordants; ainsi, même l'ordre des éclats apparents des étoiles les plus brillantes est différent pour chacun d'eux, comme le montre le Tableau suivant :

Étoiles.	Bessel.	Argelander.	Wolf.
Alcyone	3,4	3,2	3,0
Électre	4,5	4,7	4,5
Atlas	4,5	4,0	5,0
Maïa	5	4,8	4,5
Mérope	5	4,5	5,5

(1) La différence minimum de grandeur appréciée par C. Wolf est le quart de grandeur.

Étoiles.	Bessel.	Argelander.	Wolf.
Taygète	5	5,0	5,5
Pléione	5,6	6,2	5,75
Cœleno	5,6	6,5	5,0
Anonyme 28	7	6,9	7,25
18 *m*	7	6,3	6,25
Astérope, 21 *k*	7,8	7,0	6,5
22 *l*	7,8	7,0	7,0
24 *p*	7,8	8,0	7,0
Anonyme 34	7,8	7,2	7,5
26 *s*	7,8	7,0	7,5

Pour les étoiles télescopiques, les divergences, quoique relativement moins nombreuses, sont encore très sensibles (1); et ces différences semblent pouvoir s'expliquer par les illusions que fait naître la comparaison d'étoiles si voisines et souvent si peu différentes d'éclat.

Aussi les conclusions que certains astronomes en ont tirées pour en inférer la variabilité de ces étoiles sont-elles tenues en suspicion par beaucoup de bons esprits; et, dans ces derniers temps, Pickering avec son photomètre méridien, Pritchard avec son photomètre à coin, et Lindemann avec un photomètre de Zöllner, ont-ils fait, indépendamment les uns des autres, une série de mesures d'éclats d'un certain nombre des étoiles des Pléiades, afin d'avoir des documents certains pour une comparaison ultérieure. Les mesures de Lindemann, qui sont les plus complètes, comprennent 52 des étoiles de Bessel, la 53e, de grandeur 9,5, ayant trop faible éclat pour pouvoir être mesurée par ce procédé. Ce sont les grandeurs, déduites de ces mesures d'éclat à l'aide de la formule de Pogson par E. Lindemann, qui ont été inscrites dans le Tableau de la p. 328.

Cependant, C. Wolf considère comme à peu près démontrée la variabilité de Mérope et Atlas, du groupe Astérope, et de celui formé par les Anonymes 8 et 9 de Bessel. Quant à l'étoile 92 de son Catalogue, elle est certainement variable, car cet astronome,

(1) *Voir* sur ce sujet : Ed. Lindemann, *Helligkeitsmessungen der Bessel'schen Plejadensterne* (*Mémoires de l'Académie impériale des Sciences de Saint-Pétersbourg*, 7e série, t. XXXII, n° 6; 1884).

qui l'avait notée de 11^{gr} à la fin de 1874, ne l'estimait plus que de 12^{gr} en novembre 1875, et lui donnait un éclat inférieur à la 13e grandeur en janvier 1876.

En terminant, nous signalons la belle photographie des Pléiades (*Pl. III*) prise en 1888 par MM. Henry frères, qui renferme 2326 étoiles et donne une idée bien nette de l'extrême richesse stellaire de ce groupe si intéressant.

II. — Præsepe ou la Crèche (N. C. C. 2632).

494. *Description générale. Rôle astronomique.* — Ce groupe, situé entre les étoiles γ et δ Écrevisse qu'Aratus, Ptolémée et les astronomes arabes appelaient les *Deux Anes,* semble être la crèche dans laquelle ils prennent leur nourriture; c'est de là que lui vient son nom. Il a pour charpente les cinq étoiles 38, 39, 40, 41 et 42 de l'Écrevisse, figure au n° 44 de la liste de Messier et apparaît, comme une tache blanchâtre assez étendue, à l'œil qui ne peut y distinguer d'autre composante que les étoiles ci-dessus indiquées.

Situé dans la zone céleste que parcourt la Lune pendant une révolution de ses nœuds, il peut, au point de vue de la théorie de cet astre, remplir le même rôle que les Pléiades; et, d'autre part, si les positions relatives de ses composantes étaient connues exactement, il rendrait à l'Astronomie d'observation les mêmes services que ce dernier groupe. Aussi a-t-il été depuis un demi-siècle l'objet d'un grand nombre de déterminations.

495. *Triangulations. Winnecke. Schur. A. Hall.* — La première triangulation de ce groupe a été faite par Winnecke, de 1856 à 1858, avec l'héliomètre de Bonn ($0^{m},162$ d'ouverture) : elle consiste dans la mesure des distances et des angles de position par rapport à 38 Écrevisse, de 45 étoiles de ce groupe. Cet astronome a en outre observé avec grand soin, au cercle méridien de Repsold de Pulkowa, 8 de ces étoiles qui font partie du Catalogue de Bradley et qui devaient servir d'étoiles fondamentales pour la position absolue du groupe et aussi donner les mouvements propres de quelques-unes de ses composantes.

Les observations de Winnecke, restées en manuscrit à l'A-

cadémie de Saint-Pétersbourg, ont été réduites en 1895 par W. Schur (1) qui reprit lui-même cette triangulation (1890 à 1893) avec l'héliomètre de Göttingue ($0^m,162$ d'ouverture).

Mais, dans l'intervalle de 1864 à 1870, Asaph Hall avait mesuré le groupe de Præsepe, avec le micromètre filaire de l'équatorial de $0^m,23$ d'ouverture de l'observatoire de Washington, et déterminé les positions relatives de 151 étoiles entre la 7^{gr} et la $11^{gr},7$ parmi lesquelles se trouvent la presque totalité (44) des étoiles de Winnecke (2).

La détermination de Schur, beaucoup moins étendue que celle de Hall, est un modèle d'exactitude et de méthode; elle se rapporte aux mêmes étoiles que celle de Winnecke (44 communes sur 45), et la partie principale de ce travail consiste dans une triangulation générale où l'on a mesuré exclusivement les distances réciproques de 38 étoiles combinées deux à deux et qui donne leurs coordonnées différentielles exactes (3) par rapport à 38 Écrevisse; les 7 étoiles restantes, d'ailleurs très voisines des autres, ont été rapportées aux premières par des mesures de distances et d'angles de position.

Au total, Schur a déduit de cet ensemble de mesures les positions pour 1875,0 de ces 45 étoiles et leurs mouvements propres. Les positions sont rapportées au Catalogue fondamental de l'*Astronomische Gesellschaft* à l'aide de la constante de la précession de O. Struve et les mouvements propres tirés du système Bradley-Auwers. Quant aux grandeurs de ces étoiles, Schur ne les a point déterminées; il donne dans son catalogue celles de la *Bonner Durchmusterung* (B. D.) ainsi que celles des estimations combinées d'Auwers et de Becker (A. B.).

---

(1) W. Schur, *Die Oerter der helleren Sterne der Praesepe* (*Astronomische Mittheilungen von der K. Sternwarte zu Göttingen*, 4e Partie; 1895).

(2) Asaph Hall, *Catalogue of* 151 *stars in Praesepe* (*Washington observations for* 1867. Appendix IV).

(3) En effet, soient $\alpha_1, \alpha_2, \delta_1, \delta_2$ ($2\delta = \delta_1 + \delta_2$) les coordonnées approchées déduites de l'ensemble Winnecke et Hall, s et p la distance et l'angle de position correspondants; $\Delta\alpha_1$, $\Delta\alpha_2$, $\Delta\delta_1$, $\Delta\delta_2$ les corrections de ces coordonnées; Δs la différence entre l's observée et l's calculée, chaque combinaison de deux étoiles donne une équation (1), et l'ensemble des 123 équations analogues

$$(1) \qquad \Delta s = \Delta\alpha_2 \cos\delta \sin p - \Delta\alpha_1 \cos\delta \sin p + \Delta\delta_2 \cos p - \Delta\delta_1 \cos p,$$

traité par la méthode des moindres carrés, donnera les valeurs des inconnues.

Les résultats de Schur sont compris dans le Tableau suivant :

Noms.	Grandeur. B. D.	Grandeur. A. B.	α-1875,0. ✱-38 Écrev.	Mouvement propre relatif.	δ-1875,8. ✱-38 Écrev.	Mouvement propre relatif.
			m s	s	° ′ ″	″
.....	8,8	8,7	—2. 9,807	—0,247	+13.48,38	—0,7
.....	8,2	8,0	—2. 5,893	— 080	— 3. 1,89	+0,4
.....	8,4	8,2	—2. 1,605	— 180	—15.53,47	—2,3
.....	7,2	7,2	—1.54,893	— 047	—30.56,84	—2,3
.....	8,0	8,0	—1.21,320	+ 160	+25.31,37	+1,2
.....	8,4	8,3	—1. 5,527	— 100	+12.31,48	+1,9
.....	9,0	8,7	—1.55,159	— 113	—16.47,10	—3,1
.....	9,0	8,4	—1.39,773	— 120	+13.11,10	0,0
.....	8,0	7,8	—1.36,397	+ 093	— 6.11,08	+0,4
.....	8,8	8,5	—1.33,179	— 040	—11.14,58	—0,4
.....	8,0	8,0	—0. 0,573	+ 080	+18.27,80	+0,2
revisse..	7,0	7,4	0. 0,000	000	0. 0,00	0,0
.....	8,0	7,9	+0. 3,296	— 127	—30.11,28	—1,9
.....	7,2	6,9	+0. 8,669	— 027	—24.14,41	—0,7
.....	8,2	7,6	+0.14,459	+ 053	—13.29,73	—0,4
.....	8,2	8,0	+0.15,757	+ 080	—14.10,88	—0,9
revisse..	7,0	6,7	+0.19,217	— 098	+13.48,78	+0,2
revisse..	7,3	7,0	+0.28,364	+ 033	+21.37,69	+1,5
.....	8,2	8,1	+0.35,171	+ 060	—14.42,28	—1,0
.....	8,5	8,3	+0.38,423	000	— 5.24,82	—1,0
.....	7,0	7,3	+0.38,686	— 060	—25.40,64	—1,8
.....	7,3	7,2	+0.39,810	+ 127	— 6.24,92	+0,7
.....	8,5	7,9	+0.40,774	+ 098	+ 3.29,38	—1,0
.....	8,8	8,3	+0.43,157	— 053	+24.18,89	+1,1
revisse..	7,2	6,9	+0.45,069	— 020	—13.54,75	—0,3
.....	9,0	8,5	+0.51,931	—0,033	—34.55,49	—1,8
.....	8,2	8,0	+0.58,139	— 120	—32.52,42	—1,5
revisse..	7,1	7,3	+1. 0,858	— 027	— 3.24,53	—0,3
.....	8,7	8,4	+1. 8,739	— 027	+29.26,76	+0,5
.....	9,0	8,6	+1.14,069	— 273	+ 9.33,51	+0,8
.....	7,7	7,6	+1.14,343	— 033	—11.42,86	—1,4
.....	9,0	9,0	+1.28,126	+ 060	+ 3.16,43	—0,9
.....	8,6	8,7	+1.30,995	— 140	+ 8.49,59	—1,0
.....	8,7	8,2	+1.37,313	— 240	—30.49,29	—1,5
.....	7,5	7,4	+2. 7,518	— 287	+ 6. 2,57	—1,8
.....	8,9	8,6	+2. 9,867	+ 040	+23. 9,97	—1,0
.....	8,4	8,4	+2.25,164	—0,107	—21.41,55	—0,8

L'examen de ce Tableau ne met en évidence dans les mouve-

ments relatifs aucune loi de distribution qui dénoterait un mouvement général des composantes de ce groupe.

496. *Mesures photographiques. Rutherfurd. Gould. Schlesinger.* — D'autre part, Rutherfurd avait pris, de 1865 à 1877, dans son observatoire de New-York, 25 clichés de l'amas de Præsepe; 6 des plus anciens (février et avril 1867) ont été réduits en 1870 par Gould et l'ont conduit à la formation d'un Catalogue de 31 étoiles dont les positions sont réduites à 1875,0 ([1]).

Vingt-huit ans plus tard (1898), F. Schlesinger mesura et réduisit huit des clichés restants ([2]), obtenus les uns en 1870, les autres en 1877; cet ensemble d'opérations aboutit à une détermination de 45 étoiles, dont 40 communes avec Schur, et en même temps, par suite de l'intervalle de temps qui sépare les deux groupes de ces clichés, à des valeurs approchées de leurs mouvements propres relatifs, indépendantes de toute autre détermination.

Dans l'intervalle avait paru (1897) la triangulation de Gould, qui repose sur huit clichés, dont sept obtenus en 1873 et 1876 et le huitième obtenu en 1882, et qui donne les positions, par rapport à 42 Écrevisse, de 87 étoiles de la grandeur 7,0 à la grandeur 9,5.

497. *Amas des Voiles* (N. G. C. 2932; $9^h 30^m 7^s$, $46^\circ 19',0$). — A l'amas de la Crèche nous rattacherons un groupe télescopique découvert par J. Herschel dans l'hémisphère austral au milieu des Voiles; il y a là, sur une étendue de un degré à un degré et demi de diamètre, une réunion très riche d'étoiles de toutes grandeurs au-dessous de la huitième et que J. Herschel considère comme une sorte de Præsepe télescopique. Cet immense amas paraît être une portion détachée de la Voie lactée qui, en cet endroit, est en effet très découpée.

([1]) B.-A. Gould, *Reduction of photographic observations of the Praesepe* (*Annals of the National Academy of Science*, vol. IV).

([2]) F. Schlesinger, *The Praesepe group measurement and reduction of the Rutherfurd Photographs* (*Contributions from the Observatory of Columbia University*, New-York; n° 25).

III. — Amas de Persée (N. G. C. 1039).

498. *Historique.* — Ce groupe stellaire (n° 34 du Catalogne de Messier) est la première nébuleuse que cet astronome ait reconnu être « un amas de petites étoiles ». W. Herschel l'a étudié plus tard, dans son télescope de 20 pieds; c'est un amas « condensé de belles étoiles de diverses grandeurs ».

499. *Triangulations. Krüger. Pilh.* — Les premières déterminations précises des positions relatives des composantes de cet amas ont été faites par Krüger (1860-1862) avec l'héliomètre de Bonn (1).

Ses mesures s'adressent à 43 des étoiles les plus brillantes du groupe jusqu'à la grandeur 9,5, comprises à l'intérieur d'un cercle de 12′ de diamètre, ayant pour centre le milieu de l'amas. Leurs coordonnées différentielles sont déterminées, non point par rapport à l'une des trois étoiles les plus brillantes de 6^{gr} et 7^{gr}, mais, pour assurer la symétrie des mesures, par rapport au milieu des deux composantes de 9^{gr} d'une étoile double très voisine (13″ de distance) du milieu apparent de l'amas. Ces étoiles lui ont ensuite servi de repères pour fixer, par des mesures de distances et d'angles de position, les situations relatives d'un assez grand nombre d'étoiles plus éloignées et lui permettre de construire une Carte complète de ce groupe.

La position absolue de l'amas a été basée sur les observations méridiennes faites par Argelander, de 1861 à 1864, de ses deux étoiles les plus brillantes h et γ Persée.

En même temps que Krüger à Bonn, Pihl faisait à Christiania une triangulation de cet amas (2) et son travail est un exemple de ce que l'on peut obtenir avec un instrument de faible dimension; l'équatorial dont il se servait n'avait en effet que $0^{m},09$ d'ouverture.

---

(1) A. Krueger, *Der Sternhaufen h Persei. Beobachtungen derselben am Bonner Heliometer nebst deren Berechnung* (Abdruck aus den *Abhandlungen der Finnischen Societät der Wissenschaften*, Helsingfors, 1865; mit einer Karte).

(2) O. Pihl, *Micrometric examination of stellar cluster in Perseus*, Christiania, 1869).

Les mesures étaient faites avec un micromètre à barres pour la triangulation d'ensemble rapportant toutes les étoiles aux deux repères *h* et χ Persée, et avec un micromètre circulaire pour avoir successivement les petites différences entre les étoiles voisines. Pihl obtint ainsi les coordonnées différentielles de 85 étoiles de la 7e à la 11e grandeur. L'erreur moyenne probable de ces déterminations est de $0'',298$ en Æ et de $0'',309$ en ⊙; leurs résultats ne peuvent donc servir de base à une description exacte, mais ils constituent un bon canevas préparatoire pour un travail ultérieur (1).

IV. — Amas autour de κ Croix.

500. *Description et triangulations. Russell.* — Quoique cet amas ait été décrit par Lacaille comme une nébuleuse, on n'y rencontre pourtant nulle part trace de nébulosité; sa première description exacte est due à J. Herschel (2). Depuis, il a été étudié par W.-C. Russell à Sydney, en 1872 (3), avec un objectif de $0^m,19$ de Merz et un réflecteur de $0^m,22$ de Browning, et par Gould à Cordoba (4).

La Carte la plus complète est celle de Russell qui contient 170 étoiles dans une étendue de $22',5$ en déclinaison et $7',6$ en ascension droite.

De ces étoiles 33 sont assez brillantes pour être visibles dans le $0^m,19$ au moment de la pleine Lune : on y rencontre deux étoiles de $6^{gr},5$, une de $6^{gr},7$ et deux de 7e grandeur, et 108 sont d'éclat inférieur à la 10e grandeur. Mais le caractère principal de cet amas réside dans la diversité des teintes et des couleurs d'un grand nombre de ses composantes; nous y reviendrons plus loin.

Au point de vue des positions relatives de ses composantes, cet amas est d'ailleurs fort bien connu.

---

(1) On trouvera un extrait du Mémoire de Pihl, dans le vol. XXVIII des *Monthly Notices*, avec la Carte fort intéressante qui en représente les résultats: les grandeurs indiquées ont été prises d'après l'échelle de la *Bonner Durchmusterung*.

(2) *Results of observations at the Cape of Good Hope*, p. 17.

(3) W.-C. Russell. *The coloured cluster about κ Crucis* (*Monthly Notices of the Royal astronomical Society*, Vol. XXXIII, p. 66).

(4) *Cordoba photographs*, p. 413.

En effet, le Catalogue de 110 étoiles de J. Herschel est basé sur des mesures micrométriques faites sur les étoiles les plus brillantes[1]; dans son Catalogue, Russell a mesuré micrométriquement par rapport à $\varkappa$ Croix les 33 étoiles que j'ai signalées plus haut. Il leur a ensuite rapporté par une triangulation micrométrique secondaire plus rapide les positions des étoiles intermédiaires voisines de chacune d'elles. Quant aux mesures de Gould, elles portent sur les 129 étoiles que donnent ses plaques photographiques et les mesures relatives ont été faites sur toutes au moyen du micromètre photographique et, par suite, sont à fort peu près d'une exactitude absolument comparable pour chacune d'elles.

Il semble résulter de leur comparaison qu'une dizaine environ des étoiles de ce groupe, dont une de huitième grandeur, se seraient déplacées depuis l'époque des observations de J. Herschel.

V. — Région stellaire environnant η Carène
(N. G. C. 3372).

501. *Description.* — L'étoile η Carène, si intéressante par les variations brusques et fréquentes d'éclat qu'elle nous a montrées (n° **212**), s'impose aussi à l'attention par l'apparence remarquable qu'offre le Ciel dans la partie qui l'entoure.

Sur une étendue d'un peu plus d'un degré carré autour de η Carène, le fond du Ciel est formé par une brillante nébulosité, ou mieux par un riche ensemble de masses, bandes et branches brillantes de matière nébuleuse, comprenant à leur intérieur des espaces entièrement noirs de formes diverses et touchant presque par ses bords les vides du Ciel austral, qu'on a nommés *sacs à charbon,* avec le fond obscur desquels son éclat contraste si singulièrement.

Elle est très riche en étoiles colorées et en étoiles variables, parsemée de belles étoiles nettement séparées qui forment une bande inclinée d'environ 28° sur le cercle galactique et dont le nœud est près de la Croix du Sud; sur cette bande se détachent,

---

[1] Herschel n'en indique pas le nombre, mais il y a lieu de croire que ce sont celles désignées par des lettres dans son Catalogue, elles seraient alors au nombre de 24.

en relief par places « comme des collections de clous d'or, des agglomérations spéciales d'amas stellaires ».

« Dans un télescope de $0^m,45$ cette portion nébuleuse ne montre nulle part aucun signe de résolubilité, ni même cette apparence pommelée et comme cailletée, pas plus que cette tendance à se briser en nœuds brillants séparés par des portions obscures qui caractérisent la nébuleuse d'Orion et indiquent sa résolubilité probable. »

Sur la sphère céleste, cette nébuleuse correspond d'ailleurs à fort peu près à la portion de la Voie lactée (n° **115**) comprise entre le Centaure et la Carène, où les étoiles sont, en général, plus brillantes que dans la plupart des autres régions et où leur nombre est aussi beaucoup plus considérable et même surprenant. Ainsi voici les résultats des jauges de J. Herschel dans la zone de 3° de déclinaison (147° à 150° de D. P. N.) symétrique par rapport au parallèle de η Carène :

Æ.	Nombre d'étoiles.	Æ.	Nombre d'étoiles.
h m		h m	
9.38	93	10.30	224
50	125	11.24	250
10.10	106	35	140
26	144		

Dans l'étendue d'une heure d'ascension droite de chaque côté de la nébuleuse le nombre des jauges faites par J. Herschel est de 154, et le nombre moyen d'étoiles contenues dans un petit cercle de 15′ de diamètre est de 3138 au degré carré, soit d'environ 110000 étoiles pour cette portion de la sphère; dans la partie la plus condensée, à 11^h24, le nombre d'étoiles de la jauge étant de 250, on en compterait au total 5093 par degré carré. Ces nombres sont infiniment plus grands que ceux que nous avons cités plus haut (n° **100**); l'aire en question est pour ainsi dire jonchée d'étoiles [1].

---

[1] Dans cette aire, on trouve encore en particulier la belle nébuleuse planétaire *h* 3163 ($9^h17^m - 147°36'$) qui a tout à fait l'apparence d'une planète et qu'accompagne un satellite, le superbe amas globulaire *h* 3315 dont nous nous occuperons plus loin, puis, objet unique et des plus exquis, la nébuleuse planétaire bleue *h* 3365, et enfin le bel amas coloré de x Croix.

Il est d'ailleurs évident que ces étoiles appartiennent à la Voie lactée, qu'elles n'ont aucune relation avec la nébuleuse, et qu'en regardant cette dernière on la voit au delà de la Galaxie, bien loin dans l'espace, à travers une région sans étoiles tout à fait en dehors de notre système. Cette conclusion, qui confirme ce que nous avons énoncé (n° **121**), augmente beaucoup l'intérêt déjà si grand de ce système et tel que, d'après J. Herschel, « il faudrait n'avoir pas la moindre étincelle d'enthousiasme astronomique pour regarder sans émotion, avec une lunette puissante et par une belle nuit, cette portion du Ciel austral (9^h-13^h, 146°-149°), tant est grande la variété, tant est multiple l'intérêt des objets qu'on y rencontre, et tant est éblouissante la richesse du fond étoilé sur lequel elle se présente à l'observateur étonné ».

502. *Triangulations. J. Herschel. Gould.* — Cette immense et énigmatique nébulosité varie-t-elle de forme avec le temps ou, au contraire, est-elle immuable de forme et d'étendue? Pour préparer des éléments à la solution de cette importante question, J. Herschel, après en avoir fait un dessin aussi exact et aussi complet que possible, l'a rapporté à un canevas stellaire formé par la détermination micrométrique des positions relatives à η Carène de 1216 étoiles de cette région, depuis la grandeur de cette dernière étoile jusqu'à la 16e grandeur. Ce travail énorme l'a occupé de longs mois pendant son séjour au Cap de Bonne-Espérance : « Souvent, dit-il, j'éprouvais une impression profonde de découragement en présence de la difficulté de représenter sur le papier, avec une exactitude tolérable, les détails si délicats que me montrait le champ du télescope [1]. »

Cinquante ans plus tard, l'étude de cette région a été reprise par Gould au moyen de la photographie; les treize clichés qu'il a obtenus de 1872 à 1882 l'ont conduit à des positions exactes de 1496 étoiles jusqu'à la $14^{gr},6$ de J. Herschel (que Gould appelle 12e grandeur), dans une étendue de 17^m d'ascension droite et $130'$ en déclinaison. Les résultats de Gould ont été traduits par lui en

---

[1] J. HERSCHEL, η *Argus and the great nebula arrounding it* (*Results of astronomical observations made at the Cape of Good Hope*, p. 32 et suiv.).

une Carte purement stellaire que l'on trouvera en tête de son Mémoire [1].

La comparaison des systèmes de positions relatives données par J. Herschel et Gould n'indique pas de déplacement de η Carène par rapport au groupe qui l'entoure.

---

[1] *Cordoba photographs*, p. 206 et suiv.

CHAPITRE XXI.

AMAS STELLAIRES ET NÉBULEUSES.

Certaines étoiles qui, à l'œil, offrent un aspect tout différent des autres, celui de taches lumineuses, se montrent même dans de faibles lunettes comme étant la réunion d'un grand nombre d'étoiles très serrées; la plupart de celles qui, dans les petites lunettes, continuent à paraître nébuleuses et à ressembler à des comètes, sont décomposées par les lunettes de plus fortes dimensions en groupes d'étoiles plus ou moins nombreuses. Un certain nombre d'entre elles conservent, au contraire, leur aspect nébuleux, quelque puissante que soit la lunette d'observation.

Les premières, celles que l'on peut résoudre en étoiles, ont été appelées *groupes* ou *amas stellaires;* les secondes sont les *nébuleuses*. Mais il résulte de là que la plupart des amas stellaires ont été appelés nébuleuses au moment de leur découverte et que les astronomes ont pris et conservé l'habitude de réunir ces objets dans les mêmes Catalogues, quoique, comme nous le verrons, les premiers seuls fassent partie de notre système stellaire. Il nous est donc impossible de les séparer dans le court historique qui va suivre.

I. — Historique.

503. *Période antérieure à W. Herschel. Lacaille. Messier.* — L'astronome persan Abdurrahman Sufi avait indiqué, au milieu du xe siècle, l'existence d'une nébulosité très brillante autour de l'étoile Canopus; il l'appelait *Bœuf Blanc*, c'est pour nous la grande nuée de Magellan; mais ce fait n'était pas connu des astronomes européens, et ce n'est qu'un peu après la découverte des lunettes qu'ils commencèrent à faire mention de ces singularités.

C'est le 15 décembre 1612 que la première fut signalée par Simon Marius dans la constellation d'Andromède, près de l'étoile de 4e grandeur ν d'Andromède, sous la forme d'un petit nuage lumineux blanchâtre de forme allongée, et dont il compare la lumière à celle « de la flamme d'une chandelle vue à travers un disque de corne ». Simon Marius s'étonne d'ailleurs que Tycho, qui avait catalogué toutes les étoiles de la ceinture d'Andromède, n'ait point aperçu cette nébulosité, car, pour une bonne vue, elle est parfaitement visible sans le secours d'une lunette.

Quatre ans plus tard (1616), Cysat d'Ingolstadt paraît avoir découvert la nébuleuse d'Orion, mais, en général, cette découverte est attribuée à Huygens et reportée à l'année 1656; elle fut d'ailleurs purement accidentelle. « En 1656, dirigeant par hasard ma lunette sur les trois étoiles voisines que comptaient les astronomes dans l'épée d'Orion, j'en distinguais douze, dont trois très voisines l'une de l'autre, et dont quatre brillaient à travers un nuage, de sorte qu'autour d'elles l'espace était plus brillant que le reste du Ciel; il semblait y avoir là une ouverture ou une brèche dans le Ciel, apparence que je n'avais encore vue pour aucune des étoiles. ».

En 1665, Abraham Ihle en observe, près de la tête du Sagittaire, une troisième que peut-être Hévelius avait remarquée longtemps auparavant. En 1677, Halley en découvre une dans le Centaure; en 1681, Kirsch une cinquième près du pied boréal de Ganymède et, en 1714, Halley une sixième dans la constellation d'Hercule; de sorte que le Catalogue publié par Halley en 1716 renferme six de ces objets (1).

Le voyage de Lacaille au cap de Bonne-Espérance en ajouta 28 appartenant tous au Ciel austral et parmi lesquels 14 que son faible instrument (n° 33) décomposait en étoiles et 14 dans lesquels il ne montrait rien de défini. En 1781 et 1782, le célèbre Messier (2), que ses contemporains appelaient le *Furet des comètes,* publiait les positions et les descriptions de 103 de ces

---

(1) *An account of several nebulæ or lucid spots lately discovered by the telescope by* Ed. Halley (*Philosophical Transactions for* 1715).

(2) Messier, *Catalogue des nébuleuses et des amas d'étoiles sur l'horizon de Paris* (*Connaissance des Temps* pour 1784).

objets, parmi lesquels 68 nouveaux qu'il avait trouvés avec des lunettes de 3 ou 3,5 pouces.

504. *W. Herschel, J. Herschel.* — Mais c'est le grand Herschel qui, le premier, montra l'immensité de leur nombre et indiqua la place réelle qu'ils occupent dans l'Univers sidéral.

Ses observations à ce sujet sont contemporaines des jauges dont nous avons parlé (n° 100) et ont été faites avec le même télescope de 20 pieds; commencées en 1783, elles ont été achevées en 1802 et aboutirent à la découverte de 2500 nébuleuses ou amas d'étoiles (1).

J. Herschel continua l'œuvre commencée par son père et, après avoir revisé et augmenté les Catalogues donnés par lui, il entreprit, lors de son séjour au Cap de Bonne-Espérance, le dénombrement des objets de ce genre appartenant au Ciel austral. Les *Results of observations made at the Cape of Good Hope* contiennent la position et la description de 1718 d'entre eux, triplant ainsi le nombre de ceux qu'avait catalogués Dunlop à Brisbane.

Bientôt d'ailleurs les instruments doués de bonnes qualités optiques se multipliant, l'étude de ces objets curieux se répandit; Lord Rosse (2) et Lassell en Angleterre avec leurs télescopes géants, P. Boud en Amérique avec son équatorial de $0^m,42$, cherchent à faire connaître en détail les plus beaux des amas ou objets nébuleux des Herschel.

505. *Catalogues : Laugier, d'Arrest, Auwers, J. Herschel, Dreyer.* — D'un autre côté, E. Laugier (1853) à Paris, avec l'équa-

---

(1) W. Herschel, *Catalogue of one thousand new nebulæ and clusters stars* (*Philosophical Transactions* for 1786, p. 457 et suiv.).

Catalogue of second thousand of new nebulæ and clusters of stars; with a few introductory remarks on the construction of the heavens (*Philosophical Transactions* for 1789).

Catalogue of 500 *new nebulæ stars, planetary nebulæ and clusters of stars with remarks on the construction of the heavens* (*Philosophical Transactions* for 1802).

Deux autres Mémoires du grand Herschel, insérés dans les *Philosophical Transactions* for 1811 and 1814, sont plutôt théoriques.

(2) Lord Rosse, *Observations of nebulæ and clusters of stars.*

torial de Gambey ($0^m,08$), détermine les positions exactes (1850,0) de 53 des objets de la liste de Messier afin de fournir des données absolues [1].

Plus tard (1855) avec l'équatorial de $0^m,11$ de Leipzig, d'Arrest [2] reprend le même travail pour 50 nébuleuses dont 11 seulement lui sont communes avec Laugier; et en 1862, avec l'héliomètre de Kœnigsberg, Auwers [3] détermine les positions de 40 de ces objets dont 5 seulement ne se trouvent ni dans le Catalogue de Laugier, ni dans celui de d'Arrest, mais dans les Catalogues de J. Herschel.

A peu près en même temps et avec l'équatorial de Merz de $0^m,28$ d'Arrest étudie à Copenhague surtout les nébuleuses qui paraissent présenter quelques particularités, telles que la variabilité, la duplicité, le mouvement propre.

Malheureusement les diverses listes de ces objets données par les différents observateurs n'étaient pas immédiatement comparables entre elles; de plus, il était indispensable pour toute revision complète de donner, par ordre d'ascensions droites et dans une seule liste suivie, les positions de tous les objets nébuleux observés jusqu'à une époque déterminée. Tel a été le but du *Catalogue of nebulæ and clusters of stars,* publié en 1864 par J. Herschel, Catalogue basé sur les observations de W. Herschel, de Dunlop, et J. Herschel [4], et qui contient les positions et la description sommaire de 5079 nébuleuses ou amas stellaires. Mais pendant la durée de ce long travail, et ce mouvement s'accrut après sa publication, nombre d'observateurs, convaincus par les observations récentes que beaucoup de ces objets étaient à la portée d'instruments relativement petits, en avaient repris l'étude, soit pour corriger les positions anciennes, soit pour découvrir de

---

(1) LAUGIER, *Nouveau Catalogue de nébuleuses* (*Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, vol. XXXVII, p. 876).

(2) D'ARREST, *Verzeichniss von fünfzig Messier'schen und Herschel'schen Nebelflecken aus Beobachtungen aus der Leipziger Sternwarte hergeleitet* (*Astronomische Nachrichten*, n° 997). Ce Catalogue est accompagné de Notes descriptives sur quelques-unes d'entre elles qui lui sont suspectes de variabilité.

(3) AUWERS, *Verzeichniss der Oerter von vierzig Nebelflecken aus Beobachtungen aus Königsberger Heliometer abgeleitet* (*Astronomische Nachrichten*, n° 1392).

(4) *Philosophical Transactions* for 1864.

nouvelles nébuleuses; nous citerons parmi eux Schönfeld, Auwers, Vogel, Schmidt, Marth, Dreyer, Stephan, Tempel, Holden, Bigourdan, Burnham, L. Swift, Spitaler et Javelle (1).

L'ensemble de ces travaux nécessitait donc une revision complète du Catalogue de J. Herschel; commencée en 1876 par J. Dreyer pour les besoins de ses observations à l'observatoire de Lord Rosse, elle fut publiée en 1888 sous le titre, *New general Catalogue of nebulæ and clusters of stars* (2) et contient 7840 nébuleuses ou amas d'étoiles; un premier supplément paru en 1895 en donne 1529 nouvelles (3), : le nombre total de ces objets, dont en 1895 les positions nous étaient connues et en général assez exactement, était donc de 9369. Actuellement il ne s'éloigne certainement pas beaucoup de *dix mille*.

La découverte en si peu d'années d'un aussi grand nombre de nébuleuses faibles confirme pleinement l'opinion émise par d'Arrest : *Nebulas esse numero omnino infinitas*. L'espace est parsemé d'objets, en nombre infini, analogues à ceux que nous rangeons dans les nébuleuses et amas stellaires; et, dans ce champ, les découvertes nouvelles ne dépendent que de la puissance de l'instrument d'observation.

506. *Triangulations photographiques. Rutherfurd. Gould. Scheiner.* — D'autre part, dans ces dernières années, un certain nombre d'astronomes, parmi lesquels nous citerons Gould et Scheiner, ont, suivant l'exemple de Rutherfurd, cherché à faire servir la Photographie à la description précise, ou triangulation, d'un certain nombre d'amas stellaires. Les travaux de Gould sont

---

(1) Avec le télescope de six pieds de Lord Rosse, M. E. Dreyer (1848-1878) a ajouté, au Catalogue général de J. Herschel, 1172 nébuleuses nouvelles dont il a déterminé les positions.

M. Stephan (1872-1880), avec le télescope de $0^m,80$ de l'Observatoire de Marseille, a trouvé 350 nébuleuses nouvelles et mesuré micrométriquement leurs positions.

M. Swift (1883-1887), avec l'équatorial de $0^m,41$ de l'observatoire Warner, a découvert environ 600 de ces objets, la plupart très faibles; ses positions sont très exactes.

Quant à M. Javelle, on lui doit les positions d'environ 800 nébuleuses nouvelles mesurées micrométriquement avec l'équatorial de $0^m,80$ de l'observatoire de Nice.

(2) *Memoirs of the Royal Astronomical Society*, Vol. XLIX.

(3) *Memoirs of the Royal Astronomical Society*, Vol. LI.

de beaucoup les plus nombreux. Pendant les dernières années de son séjour à Cordoba, il a obtenu 281 clichés relatifs à 64 amas stellaires, sur lesquels 62 des plus importants du Ciel austral dont quelques-uns n'avaient pas été étudiés par J. Herschel, et contenant 11 200 étoiles.

Sur ces 64 amas, 37 ont été réduits complètement, et les positions qui en résultent publiées, en 1897, dans les *Cordoba photographs* (1); 23 d'entre eux sont des *amas stellaires* de formes plus ou moins irrégulières; les 9 autres (y compris les Pléiades et Præsepe) se rattachent plutôt aux étoiles multiples.

Nous en donnons ci-dessous la liste avec leurs noms, les positions de leurs centres, leur nature [Amas (Am) ou Groupe (Gr)], et le nombre d'étoiles de chacun d'eux. (Les Notes se rapportent aux descriptions de J. Herschel, telles qu'elles sont données dans les *Results of observations made at the Cape of Good Hope*.)

N°.	Noms.	ⲁ.	ⲇ.	Nat.	Nombre.
		h m s	° ′		
1.	Pléiades	3.40. 3	+23.43,0	"	60
2.	Præsepe	8.33.33	+20. 9,6	"	87
3.	θ Orion	5.29. 8	— 5.28,4	Am.	90
4.	Messier 41 Grand Chien	6.40.45	—20.37,4	Am.	144
5.	o_1 Grand Chien	6.48.56	—24.1, 7	Am.	51
6.	H VIII, 38 Poupe	7.30.19	—14.13,1	Am.	32
7.	*d* Poupe	7.35. 3	—38. 1,3	Am.	38
8.	*c* Poupe	7.40.48	—38. 0,0	Am.	92 (2)
9.	γ Voiles	8. 5.38	—46.58,7	Gr.	33
10.	Δ 563 Poupe	8. 6 25	—36.55,3	Am.	86
11.	Lac. 3195 Voiles	8. 6.34	—48.39,9	Am.	75 (3)
12.	*r* Poupe	8. 8.47	—35.31,4	Gr.	72
13.	o Voiles	8.36.43	—52.28,7	Gr.	20
14.	P. VIII, 187 Voiles	8.43.39	—42. 0,1	Gr.	84
15.	Δ 297 Carène	9.58.59	—59.34,5	Gr.	401 (4)
16.	Br 2967 Carène	10.15.52	—58.55,2	Am.	273
17.	Δ 386 Voiles	10.14.59	—50.56,4	Am.	90 (5)

(1) Pour les 27 autres, Gould s'est borné aux seules lectures sur l'appareil micrométrique; il reste à faire les réductions.

(2) N° 3099 des Observ. du Cap. Étoile principale orangée.

(3) N° 3117 du Cap. 2 étoiles de 7e grandeur, 2 de 8e grandeur, le reste de 9e à 16e grandeur, en tout 150 étoiles.

(4) N° 3224 du Cap. Amas énorme, mais bien défini; plusieurs centaines d'étoiles.

(5) N° 3245 du Cap. Amas d'un petit nombre de petites étoiles.

N°s.	Noms.	⅋.	⅌.	Nat.	Nombre.
		h m s	° ′		
18.	Lac. 4310 Carène.....	10.22.17	—56.58,2	Am.	227
19.	Lac. 4375 Carène.....	10.31.12	—57.34,5	Am.	582 (1)
20.	η Carène.....	10.40.13	—59. 1,7	Gr.	1497
21.	θ Carène.....	10.37.48	—63.48,8	Gr.	33
22.	Br 3346 Carène.....	10.56.35	—60.53,4	Gr.	347 (2)
23.	x Carène.....	11. 0.36	—57.59,3	Am.	692
24.	y Carène.....	11. 7.15	—59.38,3	Gr.	395
25.	Autour de Br 3549.....	11.14.53	—60.24,8	Am.	222 (3)
26.	Δ 289 Centaure.....	11.31.14	—60.35,5	Gr.	479 (4)
27.	λ Centaure.....	11.32. 0	—62.37,9	Am.	236
28.	Δ 291 Croix.....	11.58.43	—60.29,0	Am.	232 (5)
29.	x Croix.....	12.46.22	—59.41,8	Gr.	129 (6)
30.	Δ 273 Centaure.....	13.37.54	—62.16,9	Am.	167 (7)
31.	Δ 360 Règle	16. 3.14	—54. 2,1	Gr.	261
32.	Δ 326 Règle.....	19. 8.31	—59.35,3	Am.	124
33.	Δ 514 Scorpion.....	16.16.31	—40.21,1	Gr.	78
34.	Br 5883 Scorpion.....	16.46.16	—40.19,1	Am.	248 (8)
35.	Messier 6 Scorpion.....	17.31. 2	—38.11,3	Am.	163
36.	Messier 7 Scorpion.....	17.45. 0	—34.41,9	Am.	133
37.	Grand amas du Sagittaire.	18.10. 9	—18.30,3	Am.	1162

Chacun de ces groupes est l'objet d'un historique et d'une description détaillée; et, d'un autre côté, les résultats numériques obtenus ont été traduits pour chacun d'eux en une Carte spéciale; grâce à Gould, les amas du Ciel austral nous sont certainement aussi bien connus que ceux du Ciel boréal. Ces beaux travaux ont été continués depuis par I. Bailey à Arequipa, sous les auspices de l'observatoire Harvard; nous reviendrons plus loin sur les résultats obtenus par cet astronome.

---

(1) N° 3276 du Cap. Amas beau, brillant, riche.

(2) N° 3315 du Cap. Très bel amas d'une immense grandeur, deux champs dans chaque sens. Les étoiles sont de 8e, 9e, 10e et 11e grandeur, mais surtout de 10e grandeur; celles-ci sont au nombre d'au moins 200; c'est le plus bel objet que J. H. ait encore vu.

(3) N° 3334 du Cap. Étoile principale rouge.

(4) N° 3352 du Cap. Ce groupe, composé d'environ 200 étoiles, remplit l'étendue du champ.

(5) N° 3377 du Cap. Étoile de 10e à 13e grandeur.

(6) N° 3435 du Cap. Étoile centrale très rouge, deux verdâtres, une 11e grandeur bleue, une 13e grandeur rouge; 100 étoiles.

(7) N° 3531 du Cap. 15 ou 20 étoiles, dont une de 8e grandeur, dans un nœud.

(8) Découvert par Gould.

507. *Retour sur W. Herschel. Classification.* — Revenons maintenant en arrière et entrons dans quelques détails sur l'œuvre de W. Herschel.

Outre la détermination assez approchée des positions de chacun de ces « curieux objets qui constituent tout le système sidéral », Herschel fit de chacun d'eux une description détaillée; après quoi les groupant par leurs apparences communes, il en fit la classification. Les classes qu'il a formées en 1786 sont au nombre de huit :

I. Nébuleuses brillantes.
II. Nébuleuses faibles.
III. Nébuleuses très faibles.
IV. Nébuleuses planétaires. — Étoiles entourées d'une auréole lumineuse avec courts rayons; formes remarquables.
V. Très larges nébuleuses.
VI. Amas stellaires très condensés et très riches.
VII. Amas gentiment condensés d'étoiles grandes et petites.
VIII. Amas stellaires grossièrement écartés.

L'étude attentive de ces différents objets le conduisit plus tard à simplifier cette classification toute d'apparence. Parmi ceux qu'il appelle des *nébuleuses,* il en est, en effet, un assez grand nombre qui présentent dans un instrument puissant une apparence spéciale : « au lieu de l'aspect laiteux qu'offrent les autres, elles montrent un éclat fréquent, parfois aussi une condensation lumineuse vers un point déterminé et dont l'aspect semble indiquer qu'elles sont formées d'étoiles qu'un instrument de plus grande ouverture permettrait de séparer ». Ce sont les nébuleuses qu'il appelle *résolubles* et qu'il rattache aux amas, de sorte que sa division définitive ne comporte plus que deux classes :

1° *Amas stellaires,* qui comprend les amas stellaires proprement dits et les nébuleuses résolubles; les premiers se décomposent en amas globulaires et amas irréguliers;

2° *Nébuleuses proprement dites,* qui comprend tous les objets n'ayant aucune apparence stellaire, et ne donnant aucune raison d'espérer qu'on puisse les résoudre en étoiles; on les a, suivant leur éclat et leur forme, divisés en nébuleuses planétaires, nébuleuses stellaires, étoiles nébuleuses.

II. — Distribution des amas stellaires et des nébuleuses.

Une question fort importante se pose immédiatement, celle de savoir quel est le mode de distribution sur la sphère céleste de ces amas et de ces nébuleuses : est-il le même pour ces deux classes d'objets et a-t-il quelque relation avec le mode de distribution que nous avons trouvé (n° 97 et suiv.) pour les étoiles? Comme on passe des étoiles doubles ou multiples aux amas stellaires par une série de transitions, il convient d'ailleurs de les comprendre toutes dans une même étude.

508. *Étoiles doubles.* — Le dénombrement par heure d'ascension droite des étoiles doubles (3210) du *Catalogus novus* de W. Struve donne les résultats inscrits dans le Tableau suivant où la *densité relative* à la même signification qu'au n° 98.

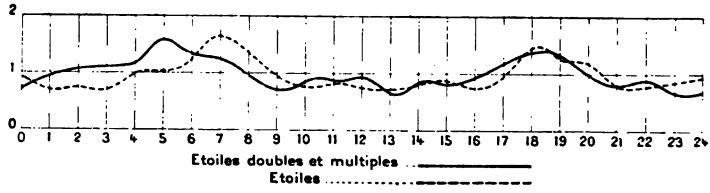
Heure.	Nombre.	Densité relative.	Heure.	Nombre.	Densité relative.
h			h		
0	93	0,718	12	122	0,941
1	126	0,972	13	83	0,640
2	136	1,049	14	116	0,895
3	144	1,111	15	109	0,841
4	148	1,142	16	124	0,957
5	209	1,613	17	154	1,188
6	171	1,319	18	179	1,381
7	161	1,242	19	175	1,350
8	128	0,988	20	130	1,003
9	94	0,725	21	103	0,795
10	102	0,787	22	116	0,895
11	101	0,779	23	86	0,664
Total				3210	
Moyenne				133,7	

D'autre part, on a traduit graphiquement ces densités relatives dans la *fig.* 89, qui renferme aussi par comparaison la courbe de densité des étoiles simples du disque équatorial de W. Struve.

La distribution horaire des étoiles doubles est donc périodique

comme celle des étoiles simples, et de plus, les deux lois de variation peuvent évidemment être considérées comme absolument analogues, et elles doivent être attribuées à la même cause : la condensation vers la Voie lactée. Cependant, il convient de remarquer qu'il existe dans la Voie lactée certaines bandes où les systèmes binaires sont très rares ; telle est, par exemple, celle que l'on tire de la queue du Cygne par le Lézard et le sceptre de Céphée jusqu'au milieu de Cassiopée. Ces vides seraient d'ailleurs très probablement comblés si l'on étendait le dénombrement aux étoiles de moindre éclat que celles observées par W. Struve.

Fig. 89.



509. *Étoiles multiples et amas.* — Pour les étoiles triples ou quadruples et pour les amas d'étoiles, ce dénombrement est résumé dans le Tableau suivant où les nombres indiquent les *densités relatives* de chaque région, et où les lignes horizontales successives se rapportent aux étoiles doubles du *Catalogus novus* de W. Struve (Σ_1), à l'ensemble des étoiles triples ou quadruples (Tr) données par les *Mensurae micrometricae* et le *Catalogue austral* de J. Herschel et pour les amas au *New general Catalogue* de Dreyer (N. G. C.).

Catalogues.	0^h-3^h.	4^h-7^h.	8^h-11^h.	12^h-15^h.	16^h-19^h.	20^h-23^h.
Σ_1.....	0,936	1,290	0,798	0,804	1,082	0,630
Tr.....	0,894	1,296	0,930	0,648	1,176	1,050
N. G. C...	0,606	1,926	0,588	0,944	1,596	0,826

Les nombres de la ligne Σ_1 proviennent, comme nous l'avons vu plus haut, de 3210 couples ; ceux de la ligne Tr de 194 groupes multiples ; enfin, 609 amas ont servi à donner les résultats inscrits dans la ligne N. G. C.

La loi de distribution est manifestement la même pour tous et par suite analogue à celle des étoiles isolées, mais il faut remar-

quer que la condensation est bien plus nette encore pour les amas que pour les systèmes doubles ou multiples; les fuseaux de 4^h-7^h et 16^h-19^h comprennent à eux seuls les *six dixièmes* du *nombre total des amas*.

C'est une confirmation de la proposition énoncée au n° **121**, à savoir que *les étoiles doubles, multiples et les amas stellaires font partie intégrante de la Voie lactée.*

510. *Amas globulaires et irréguliers.* — Séparons maintenant les amas en deux portions, les amas globulaires ⊕ et les autres (Am), les distributions selon l'ascension droite sont données par les valeurs suivantes dont les premières sont les nombres absolus et les secondes les densités relatives :

	0^h-3^h.		4^h-7^h.		8^h-11^h.		12^h-15^h.		16^h-19^h.		20^h-23^h.		Total.
.....	13	0,09	12	0,84	4	0,40	12	0,70	37	2,58	7	0,48	85
.....	48	0,54	184	2,15	56	0,66	36	0,42	125	1,44	75	1,44	524
taux.	61		196		60		48		162		82		609

Les amas suivent donc en général la loi de distribution stellaire avec une condensation marquée dans les régions de 4^h à 8^h et de 16^h à 20^h. Mais il y a lieu de remarquer la condensation un peu forte des amas globulaires dans la région de 16^h à 20^h; elle tient à un fait singulier signalé par J. Herschel.

« Un des caractères les plus remarquables du Ciel austral, dit-il, est le nombre extraordinaire d'amas globulaires que l'on rencontre entre $16^h 45^m$ et 19^h d'ascension droite dans la région de la Voie lactée occupée par la Couronne australe, le corps et la tête du Sagittaire, la queue du Scorpion avec une partie du Télescope et de l'Autel. »

Là, dans un espace d'environ 18° de rayon, dont le centre est entre x Scorpion et θ Ophiuchus (19^h et — 26°), sont rassemblés 30 amas globulaires, soit le tiers du nombre (85) de ceux-ci, tandis qu'il n'y en a aucun dans la portion diamétralement opposée du Ciel; et cependant le nombre des amas non globulaires, d'ailleurs relativement beaucoup plus grand que dans les autres portions de la sphère, est sensiblement le même dans les deux cas : 45 pour la

portion australe et 40 pour la portion boréale, soit environ le huitième du nombre total (524). Ainsi, dans les deux portions du Ciel, il y a rassemblement évident des amas ordinaires, mais, en outre, dans l'une d'elles il y a une agglomération absolument extraordinaire d'amas globulaires. L'ensemble de ces faits démontre d'une part que les amas stellaires font partie de la Voie lactée et d'autre part que, dans la direction indiquée, les deux portions opposées de la Voie lactée ont une constitution différente ([1]).

511. *Nébuleuses.* — Procédons maintenant de la même façon pour les nébuleuses et dénombrons par heure d'ascension droite toutes celles que contient le N. G. C. de Dreyer; nous aurons les valeurs :

	0^h-3^h.	4^h-7^h.	8^h-11^h.	12^h-15^h.	16^h-19^h.	20^h-23^h.	Total.
Nombres.....	1552	826	1421	1892	646	887	8224
Densité relative.	0,188	0,100	0,171	0,223	0,078	0,107	

qui montrent un mode de distribution tout différent de celui des étoiles simples et que nous mettrons mieux encore en évidence par le procédé suivant dû à Cleveland Abbe ([2]). Supposant à la Voie lactée une largeur moyenne de 10°, il partage la sphère céleste en trois régions, la Voie lactée et les deux calottes célestes comprises entre elle et chacun de ses pôles, y répartit tous les objets (4699) que contient le Catalogue de J. Herschel (on ne fait pas entrer ici les portions du Ciel couvertes par les Nuées de Magellan) et ramène ensuite ces données à l'unité de surface en remarquant que, la surface totale de la sphère étant de 360, les aires de ces trois régions indiquées sont 180, 30 et 130 : il obtient ainsi

	Nombre d'amas		Nombre de nébuleuses	
	total.	par unité de surface.	total.	par unité de surface.
Nord de la Voie lactée.....	443	2,4	2351	13
Voie lactée.....	285	9,5	73	2,4
Sud de la Voie lactée.....	193	1,4	1356	10

([1]) Il est, en effet, difficile d'admettre que cette différence puisse tenir à une différence de distance de la Terre aux régions considérées de la Voie lactée.

([2]) CLEVELAND ABBE, *Distribution of the nebulæ in space* (*Monthly Notices of the Royal astronomical Society*, Vol. XXVII, p. 257 et suiv.; 1867).

Ainsi la Voie lactée, malgré sa faible étendue relative, renferme le tiers de tous les amas du Catalogue, tandis qu'elle ne contient pas tout à fait le soixantième des nébuleuses (1).

512. *Cartes de distribution de Waters d'après le New general Catalogue* (1888). — On a d'ailleurs une représentation graphique de ces distributions dans les deux Cartes qu'a publiées S. Waters en 1894 (2).

Le mode de projection employé est celui dont s'est servi J. Herschel dans le même but (3), et dont le principe est le suivant : soit r le rayon de la sphère, prenons

$$R = r\sqrt{2},$$

et avec R pour rayon décrivons un cercle, il sera la projection d'un hémisphère céleste et son aire sera égale à la sienne; pour diviser ce cercle en anneaux correspondant aux zones de distance polaire θ sur la sphère, de telle sorte que l'aire de chaque anneau soit égale à celle de la zone sphérique dont il est la projection, il suffit de calculer une série de rayons d'après la formule

$$\rho = R\frac{\sin\frac{\theta}{2}}{\sin 45^\circ}, \qquad \text{ou} \qquad \rho = 2r\sin\frac{\theta}{2},$$

avec lesquels on décrira ensuite des cercles autour du centre commun; chaque cercle sera la projection du parallèle de distance polaire θ. En prenant des valeurs de θ équidistantes, de 3° en 3° par exemple, on aura sur la Carte une série de surfaces annulaires dont les aires seront égales à celles des zones sphériques célestes correspondantes. On marquera ensuite sur chacune d'elles les amas et les nébuleuses aux positions déterminées par leurs coordonnées.

---

(1) Ces différences numériques seraient encore bien plus grandes si, au lieu du Catalogue de J. Herschel publié en 1861, on prenait pour base de la discussion le N. G. C. de Dreyer qui avec son Supplément donne toutes les nébuleuses observées jusqu'en 1894.

(2) *On two distribution maps and clusters in Dreyer's Catalogue of* 1888, *by* SYDNEY WATERS (*Monthly Notices of the Royal astronomical Society;* p. 526, Vol. LIV et suiv.).

(3) *Results of astronomical observations at the Cape of Good Hope;* p. 134.

Quant à la Voie lactée, on a adopté le tracé de Bœddicker pour l'hémisphère boréal et celui de Gould pour l'hémisphère austral.

Ces Cartes montrent, au premier coup d'œil, l'agglomération extraordinaire des amas dans la Voie lactée ou à son voisinage, et au contraire la dispersion des nébuleuses dans des portions de la sphère assez éloignées de la zone galactique.

Il convient d'ailleurs de remarquer que les objets que nous avons appelés *nébuleuses* sont loin d'être tous semblables : les deux Herschel les ont en effet partagés en deux classes, les *résolubles* et les *non résolubles*, et dans la première ils avaient fait trois groupes : 1° *rrr*, nébuleuses facilement résolubles, évidemment composées d'étoiles; 2° *rr*, nébuleuses partiellement résolubles, dont certaines parties sont formées d'étoiles distinctes; 3° *r*, nébuleuses qu'ils n'ont pu résoudre, mais pour lesquelles un aspect différent des non résolubles, marqué par un peu plus d'éclat, par une sorte d'apparence stellaire, des *élancements stellaires* soit au centre soit en différents points de la nébulosité, fait qu'on croit sentir qu'on apercevrait des étoiles si la vision devenait plus nette par suite de l'augmentation dans la puissance de l'instrument.

Or, si les amas sont presque tous dans la Voie lactée, et si les nébuleuses des deux premiers groupes, quoiqu'en général en dehors d'elle, en sont cependant le plus souvent assez peu éloignées, celles du groupe *r* et les non résolubles sont, pour la plus grande partie, situées fort loin de la zone galactique.

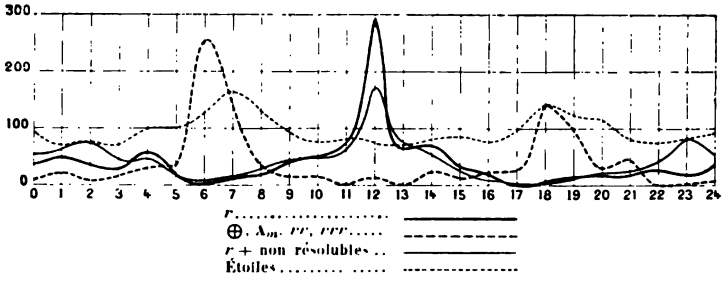
513. *Comparaison détaillée avec la distribution des étoiles.* — On peut pousser plus loin la comparaison du mode de distribution de ces différents groupes avec celui des étoiles et en tirer des conséquences plus nettes et plus importantes en prenant comme modèle la belle étude de W. Struve sur le disque stellaire équatorial (n° 97) : nous ferons donc le dénombrement par heure d'ascension droite de tous les objets du N. G. C. contenus dans la zone équatoriale de $-15°$ à $+15°$, en les séparant par groupes correspondant aux amas globulaires (⊕), amas (Am.), nébuleuses dites résolubles (*rrr*, *rr*, *r*), et enfin, nébuleuses non résolubles. On a ainsi le Tableau suivant correspondant à celui de la page 147 du Chapitre V.

Amas et Nébuleuses par ascension droite.

Heures.	⊕	Am.	*rrr.*	*rr.*	*r.*	Non résolubles.	Heures.	⊕	Am.	*rrr.*	*rr.*	*r.*	Non résolubles.
h h							h h						
0– 1	0	1	5	0	0	119	12–13	0	1	0	1	41	364
1– 2	1	1	0	1	7	138	13–14	0	0	0	0	9	162
2– 3	1	0	0	0	5	163	14–15	1	0	1	2	10	122
3– 4	0	2	0	0	4	99	15–16	1	0	0	1	5	59
4– 5	1	2	1	0	8	96	16–17	2	0	2	0	3	20
5– 6	0	5	0	0	2	31	17–18	1	1	0	1	0	12
6– 7	0	37	0	0	0	19	18–19	1	19	1	0	1	8
7– 8	0	21	0	1	2	25	19–20	0	12	1	0	2	14
8– 9	0	5	0	0	2	56	20–21	2	1	2	0	3	44
9–10	0	1	0	1	7	96	21–22	2	3	2	0	2	52
10–11	0	0	0	2	7	102	22–23	0	0	0	0	4	90
11–12	0	0	0	0	10	131	23–24	0	0	0	0	2	186
								13	112	11	10	142	2196

Au premier aspect, on en déduit que le mode de distribution des amas et des nébuleuses *rrr* et *rr* est sensiblement le même et

Fig. 90.



très analogue à celui des étoiles, tandis que la distribution des nébuleuses *r* et des non résolubles est absolument différente; mais, pour préciser ces faits, nous traduisons les nombres précédents en densités relatives, comme nous l'avons fait pour les étoiles, en ne faisant plus d'ailleurs que trois groupes : 1° les amas, les nébuleuses *rrr* et *rr*; 2° les nébuleuses *r*; 3° et enfin, les nébuleuses *r* et les non résolubles; nous obtenons ainsi le nouveau Tableau qui suit, Tableau dont nous avons traduit graphiquement les résultats

dans la *fig.* 90, où, pour plus de clarté, nous avons d'ailleurs reproduit le mode de distribution stellaire du disque équatorial de W. Struve.

	⊕, Am., *rrr*.		*r*.		*r* — non résolubles.	
Heures.	Nombre.	Densité relative.	Nombre.	Densité relative.	Nombre.	Densité relative.
h h 0- 1	1	0,168	5	0,864	124	1,272
1- 2	3	0,480	7	1,200	145	1,488
2- 3	1	0,168	5	0,864	168	1,728
3- 4	2	0,336	4	0,672	98	1,008
4- 5	4	0,648	8	1,368	104	1,080
5- 6	5	0,816	2	0,336	33	0,336
6- 7	37	6,072	0	0,000	19	0,192
7- 8	22	3,624	2	0,336	27	0,288
8- 9	5	0,816	2	0,336	53	0,552
9-10	2	0,336	7	1,200	101	1,032
10-11	2	0,336	7	1,200	109	1,128
11-12	0	0,010	10	1,704	141	1,440
12-13	2	0,336	41	7,008	405	4,152
13-14	0	0,000	9	1,536	171	1,752
14-15	4	0,168	10	1,704	132	1,344
15-16	2	0,336	5	0,864	64	0,648
16-17	4	0,648	3	0,504	23	0,240
17-18	4	0,648	0	0,000	12	0,120
18-19	21	3,456	1	0,168	9	0,096
19-20	13	2,136	2	0,336	16	0,168
20-21	5	0,816	3	0,504	47	0,480
21-22	7	1,152	2	0,336	54	0,552
22-23	0	0,000	4	0,672	94	0,960
23-24	0	0,000	2	0,336	188	1,920
Totaux.	146		142		2338	

La comparaison de ces diverses courbes rend absolument évidentes les conclusions auxquelles nous étions arrivé plus haut : les amas et toutes les nébuleuses dans lesquelles on a nettement constaté la résolution totale ou partielle en étoiles sont distribués comme les étoiles; les autres objets nébuleux suivent un mode différent de distribution et, comme le grand Herschel l'avait indiqué le premier, « ils forment des couches dont l'une est fort large et dirigée presque perpendiculairement à la Voie lactée ».

514. *Conclusion. Principe nébuleux. Principe sidéral.* — Les objets compris dans les Catalogues de nébuleuses paraissent donc appartenir à deux groupes distincts : les uns font partie de la Voie lactée et sont de nature stellaire, les autres en sont indépendants, en général plus éloignés de nous et de nature actuellement différente.

Mais il semble aussi résulter de cette discussion qu'au point de vue de la résolubilité des nébuleuses les instruments actuels ont atteint à peu près la limite de puissance utile et que, pour bien peu des objets classés par les Herschel dans les nébuleuses résolubles (*r*) nous puissions espérer pouvoir les décomposer réellement en étoiles distinctes.

Ces résultats sont d'accord avec la proposition énoncée en 1818 par W. Herschel sous la forme suivante :

« Dans la profondeur des régions célestes, existent deux principes différents, le principe nébuleux et le principe sidéral; la lumière de la matière nébuleuse est comparativement très faible, uniforme, sauf çà et là quelques espaces un peu plus brillants que le reste; elle est, en général, largement répandue sur une grande étendue de l'espace et, sauf quelques cas, se soustrait ainsi à la vue par son extrême faiblesse; la lumière des étoiles, au contraire, est comparativement très brillante et concentrée dans un point, excepté lorsque plusieurs d'entre elles sont rassemblées en un amas [1]. »

Mais ces deux principes sont intimement liés l'un à l'autre, l'élément nébuleux étant la matière première qui a servi à former l'élément stellaire.

La forme sphérique des amas globulaires et la condensation symétrique de leurs composantes depuis leur bord jusqu'à leur centre ne pouvant être due qu'à l'action de forces centrales résultant des attractions mutuelles des astres en présence, W. Herschel étend cette notion à toutes les nébuleuses, les espaces un peu plus brillants que le reste étant pour lui des centres de condensation, foyers partiels de forces attractives, forces dont l'action est évidemment continue. Or, dit-il, « une force qui agit d'une façon continue produit des effets proportionnels à la durée de son action »,

---

[1] *Philosophical Transactions for* 1818, p. 465.

de sorte que la matière nébuleuse primitivement uniforme se séparera peu à peu en masses, d'abord reliées par des filets de plus en plus minces de nébulosité et bientôt complètement distinctes les unes des autres : chacune de ces nébuleuses séparées verra son contour extérieur s'arrondir, son intensité lumineuse diminuant au bord et s'accroissant vers le centre à mesure que se poursuivra la condensation; il se formera au centre un noyau très apparent qui prendra bientôt une apparence stellaire; plus tard la légère nébulosité qui persistait à l'entourer se précipitera vers le centre et le résultat sera la formation d'autant d'étoiles qu'il y avait dans la nébuleuse originelle de centres distincts d'attraction, chaque nébuleuse donnant ainsi naissance à un ou plusieurs amas stellaires.

Tel est, d'après le grand Herschel, le mode de formation des Cieux et ce mode, il le met sous nos yeux, nous le donne en spectacle à toute heure par les considérations suivantes :

Ces transformations diverses peuvent n'avoir pas commencé en même temps pour chacune d'elles; mais « l'effet de la force attractive continue étant proportionnel à la durée de son action, ceux de ces amas qui, toutes choses égales d'ailleurs, présentent le plus complètement cette forme sphérique et cet état de condensation sont ceux dans lesquels elle a agi le plus longtemps; nous pouvons donc, par la disposition des parties composantes et aussi par l'éclat de la partie centrale, juger de l'âge relatif ou mieux de la *maturité relative* de ces amas ». Et, poursuivant alors la comparaison avec le monde végétal, il arrive à ce poétique énoncé bien propre à caractériser son grand génie :

« Le ciel ressemble à un jardin luxuriant renfermant la plus grande variété de productions, à des états différents de leur existence, et son examen actuel nous permet d'étendre notre expérience à une immense durée; le spectacle qu'il nous offre est, en effet, le même que si nous voyions s'accomplir en même temps sous nos yeux les différents actes de la vie végétale depuis la germination, la floraison et la fécondation jusqu'à la dessiccation et enfin la pourriture définitive [1]. »

---

[1] W. Herschel, *Catalogue of a second thousand of new nebulæ and clusters of stars; with a few introductory Remarks on the construction of the Heavens* (*Philosophical Transactions of the Royal Society*, Vol. LXXIX, 1789, Part II, p. 225).

Quant à l'étude de ce qu'Herschel appelle le *principe nébuleux*, elle ne paraît pas, d'après ce qui précède, pouvoir se faire utilement par l'observation directe, mais au contraire exiger des méthodes différentes et plus pénétrantes.

Pour toutes ces raisons, nous limiterons notre examen actuel à ceux des objets dits *nébuleux* qui sont de nature stellaire et font partie de l'immense collection d'étoiles à laquelle nous appartenons nous-mêmes; en premier lieu nous déterminerons leurs distances.

III. — Distances des amas stellaires.

515. *Méthode et résultats de W. Herschel.* — La détermination des distances qui nous séparent des amas stellaires a été pendant de longues années l'objet des préoccupations du grand Herschel.

La méthode expérimentale qu'il emploie dans ce but est basée sur l'usage des *pouvoirs de pénétration* (n° 119) de ses divers instruments, elle est la suivante :

Observons successivement l'amas en question, avec une série d'instruments de plus en plus puissants, diaphragmés au besoin; et notons quelle est l'ouverture qui la première montre très nettement son caractère stellaire, c'est-à-dire tout ou partie des étoiles qui le composent; son pouvoir de pénétration, déterminé comme nous l'avons indiqué plus haut (n° 119) et multiplié par le pouvoir de pénétration de la vue simple, donne l'ordre de la distance (par rapport à celle des étoiles de 1re grandeur) à laquelle l'amas se trouve de nous.

C'est ainsi qu'a été construit le Tableau ci-après, tiré du célèbre Mémoire d'Herschel sur *la détermination des distances des amas d'étoiles* (1), où H désigne le Catalogue de W. Herschel, M celui de Messier et D la distance ainsi estimée, et où nous avons ajouté le numéro du *New General Catalogue* (N. G. C.) :

---

(1) W. Herschel, *Astronomical observations and experiments, selected for the purpose of ascertaining the relative distances of clusters of stars, and of investigating how far the power of our telescopes may be expected to reach into space when directed to ambiguous celestial objects* (*Philosophical Transactions of the Royal Society of London for* 1818, p. 429 et suiv.).

Amas.	N. G. C.	H. (VI).	M.	D.
⊕	136	35	»	900
⊕	288	20	»	734
Am	1039	»	34	144
Am	1068	»	77	910
Am	1605	26	»	900
⊕	1904	»	79	344
Am	1952	»	1	980
Am	2158	17	»	600
Am	2168	»	35	144
Am	2682	»	67	144
⊕	4590	»	68	344
⊕	5024	»	53	243
Am	5053	7	»	734
Am	5272	»	3	243
Am	5466	9	»	734
⊕	5904	»	5	243
Am	6121	»	4	344
Am	6144	10	»	734
⊕	6205	»	13	243
⊕	5218	»	12	186
⊕	6254	»	10	213
⊕	6266	»	62	734
⊕	6273	»	19	344
⊕	6284	11	»	734
⊕	6293	12	»	466
⊕	6333	»	9	344
⊕	6402	»	14	900
⊕	6412	41	»	900
⊕	6656	»	22	344
⊕	6779	»	56	344
Am	6804	38	»	900
⊕	6809	»	55	400
Am	6838	»	71	243
⊕	6864	»	75	734
⊕	6981	»	72	243
⊕	7078	»	15	243
⊕	7089	»	2	243

Il résulte des nombres de ce Tableau que les distances des amas globulaires et des amas irréguliers sont à peu près de même ordre; cependant, la valeur moyenne de cette distance étant égale à 427 pour les premiers et à 618 pour les seconds, ces derniers doivent

être considérés comme, en général, plus éloignés de nous que les premiers. Si, au lieu de prendre ensemble tous les amas étudiés par W. Herschel, on se borne à ceux que contient une zone de 15° de large de part et d'autre du cercle galactique, les distances moyennes seront sensiblement égales : 584 pour les amas globulaires et 539 pour les autres.

516. *Comparaison des pouvoirs de pénétration déterminés par les étoiles isolées et par les amas.* — Mais il convient de remarquer que ce nouveau procédé de détermination du pouvoir de pénétration de l'instrument diffère de celui qu'on avait employé pour les étoiles isolées, car l'ouverture limite qui sert à le déterminer n'a pas forcément la même valeur dans les deux cas.

Par le procédé actuel on détermine, en effet, dans chaque cas, l'ouverture minimum qui sépare les unes des autres les étoiles situées à une certaine distance du centre de l'amas. Or, si on les suppose toutes au même écartement réciproque moyen e dans les différents amas, qu'on appelle δ la distance angulaire correspondante pour l'un d'eux et d sa distance à la Terre, on aura

$$\delta = \frac{e}{d}.$$

D'autre part, δ correspondant au pouvoir séparateur de l'instrument, on a (n° 6)

$$\frac{1}{\delta} = \frac{O}{C},$$

d'où, en remplaçant δ par sa valeur,

$$O = \frac{C}{e} \tag{1}$$

Par le procédé du n° 119 on détermine, dans chaque cas, l'ouverture minimum qui permet d'apercevoir l'étoile, c'est-à-dire pour laquelle l'intensité de l'image focale atteint la limite i de sensibilité de l'œil. Or, si, pour simplifier et, ce qui est admissible ici, nous supposons la tache centrale de même diamètre dans tous les instruments et d'éclairement homogène, son intensité

lumineuse I, avec un instrument d'ouverture O et l'étoile à une distance d, sera donnée par

$$I = I_0 \mu \left(\frac{O}{d}\right)^2,$$

I_0 étant son intensité avec un instrument d'ouverture 1 et pour l'étoile à une distance 1, de sorte que la valeur O_i correspondant à l'intensité i sera donnée par

$$(2) \qquad O_i = \sqrt{\frac{i}{I_0}} \frac{1}{\sqrt{\mu}} d.$$

Or, par définition, l'expression du pouvoir pénétrant comparé à celui de l'œil est (n° 119)

$$p = \frac{O}{a} \sqrt{\mu}.$$

On aura donc, en désignant par p et p_1 ses valeurs dans les deux cas,

$$(3) \qquad p = \frac{C}{e} \frac{\sqrt{\mu}}{a} d, \qquad p_1 = \frac{1}{a} \sqrt{\frac{i}{I_0}} d;$$

si, avec Herschel, on suppose que toutes les étoiles ont le même éclat total (ce qui est vrai en moyenne), le coefficient de d dans p_1 sera constant; et, dans chaque cas, le pouvoir pénétrant, comparé à celui de l'œil, sera bien proportionnel à la distance d, mais avec des coefficients de proportionnalité différents; il est d'ailleurs actuellement impossible de déterminer leurs valeurs numériques, puisqu'on ne connaît ni la distance e, ni le rapport $\frac{i}{I_0}$.

517. *Relation entre le pouvoir de pénétration et le pouvoir optique ou séparateur.* — Cette discussion nous conduit à une autre conséquence importante; on a (n° 119)

$$p = \sqrt{\mu} \frac{O}{a},$$

or, O et a sont proportionnels aux *pouvoirs optiques* (n° 6) de l'instrument employé et de l'œil; si l'on prend pour unité de

pouvoir optique celui de l'œil et si p_0 est alors celui de l'instrument, il vient

$$p = \sqrt{\mu} p_0, \tag{6}$$

A un facteur près, qui dépend des pertes de lumière causées par la réflexion sur le miroir (ou la réfraction par l'objectif) et le passage à travers l'oculaire, *le pouvoir de pénétration d'un miroir (ou d'un objectif), comparé à celui de l'œil, est égal à son pouvoir optique comparé à celui de l'œil.*

Cette relation importante lie le pouvoir de pénétration de W. Herschel au pouvoir optique de Foucault, ainsi qu'au pouvoir séparateur de Dawes [1].

---

[1] Je ferai remarquer à ce sujet la presque identité des deux définitions d'Herschel et de Foucault : pour Herschel, le pouvoir de pénétration est l'*aptitude de l'instrument à pénétrer plus ou moins dans l'espace;* pour Foucault, le pouvoir optique est l'*aptitude de l'instrument à pénétrer les détails des objets.*

CHAPITRE XXII.

AMAS GLOBULAIRES.

I. — Généralités.

518. *Caractères généraux.* — Ces amas sont certainement les plus magnifiques objets que l'on puisse voir dans le Ciel : leur isolement lumineux, au milieu du fond obscur qui les entoure dans le champ, impose immédiatement à l'observateur la conviction qu'ils constituent des systèmes indépendants ; leur forme ronde montre que ces mondes stellaires sont dans leur ensemble sensiblement sphériques ; le mode de variation de leur éclat, graduel sur les bords puis bientôt presque soudain, en approchant du centre tellement qu'au milieu on arrive à une masse lumineuse ayant l'aspect d'une flamme, indique que la distribution des étoiles qui les composent est loin d'être la même à toute distance du centre et que par suite il existe dans chacun d'eux une série de forces d'intensités et de directions telles qu'elles produisent une condensation stellaire graduelle et symétrique vers lui; enfin le nombre de leurs composantes est vraiment prodigieux et les essais de dénombrement direct ne peuvent en donner une idée. W. Herschel a pu, dans certains amas, en compter effectivement 300 ou 400, mais pareille opération est impossible pour la partie centrale. Cet illustre astronome a alors eu recours à un calcul approximatif ([1]), basé sur le diamètre apparent total de l'amas et les intervalles apparents que montrent entre elles les étoiles constituant sa portion marginale; il en conclut que certains d'entre

([1]) *Philosophical Transactions for* 1800, p. 83.

eux contiennent au moins 50000 étoiles dans un espace sphérique dont le diamètre angulaire, mesurant 8′ à 10′, répond au plus au dixième de la surface que couvre la Lune.

Mais cette étendue angulaire correspond alors pour l'amas à des dimensions considérables en raison de la distance énorme à laquelle il se trouve et dont on a une première idée en pensant que le plus grand d'entre eux étant à peine visible à l'œil nu, son éclat total affecte l'œil avec une impression moindre que celle d'une étoile de 4ᵉ grandeur. En outre, W. Herschel (nº 513) a pu donner de ces distances des valeurs approchées, dont les limites extrêmes sont 140 et 1000 fois la distance d'une étoile de grandeur. Or à cette dernière distance la seconde d'arc correspond à peu près à cinq fois la longueur de l'unité astronomique et un angle de 10′ à 3000 fois cette même unité; en telle sorte que certains amas peuvent ainsi avoir comme diamètre environ 300000 fois la distance du Soleil à la Terre ou un million de fois l'étendue du système solaire jusqu'à la planète Neptune.

519. *Constitution d'après J. Herschel.* — Il est d'ailleurs difficile de se faire une conception de l'état d'un pareil système, état qui ne peut être que *dynamique;* car sans un mouvement rotatoire et une force centrifuge, il est à peine possible de ne pas le regarder comme en état de chute progressive. Voici ce que dit J. Herschel sur ce sujet (¹) :

« Si nous supposons un espace globulaire rempli d'étoiles égales uniformément dispersées à son intérieur et très nombreuses, chacune d'elles attirant l'autre avec une force inversement proportionnelle au carré de la distance, la force résultant de leur attraction combinée qui agit sur l'une quelconque d'entre elles (excepté celles de la surface) sera dirigée vers le centre commun de la sphère et proportionnelle à la distance au centre. Or, sous l'influence de forces de cette espèce, chaque étoile particulière décrirait une ellipse autour du centre de gravité commun comme centre, et cela quels que soit le plan et la direction dans lesquels elle paraîtra tourner. La condition de la rotation d'un amas autour d'un axe, comme une masse, n'est donc plus nécessaire; chaque ellipse,

(¹) J. Herschel, *Outlines of Astronomy*, p. 635.

quelle que puisse être la grandeur de son axe ou l'inclinaison de son plan, par rapport aux autres, serait invariable pour chacune d'elles et serait décrite dans une période connue, de telle sorte qu'à la fin de chaque période, ou grande année du système, chaque étoile de l'amas, excepté celles de la surface, serait rétablie exactement dans sa position première pour en partir de nouveau et recommencer indéfiniment le même trajet à travers les âges. Supposons donc que leurs mouvements soient à un moment tellement réglés que leurs orbites ne puissent se couper, que les dimensions de chaque étoile et le rayon de sa sphère d'attraction effective soient petits par rapport à la distance qui les sépare les unes des autres, on aura un système stable et qui réalisera dans une grande mesure l'idéal d'harmonie que Newton a montré être la caractéristique d'une loi de force proportionnelle à la distance. »

Cette solution serait à la fois simple et élégante; mais l'hypothèse sur laquelle elle repose, à savoir celle d'une distribution uniforme des étoiles, semble peu concordante avec les apparences lumineuses qu'offrent les amas globulaires, apparences qui semblent indiquer comme nécessaire une condensation stellaire et progressive à partir de leur surface jusqu'à une certaine profondeur. Il était donc nécessaire de la soumettre à un contrôle expérimental.

520. *Distribution expérimentale. Scheiner. Palmer.* — Le Dr Scheiner l'entreprit, en 1892, à l'Observatoire de Potsdam, par l'observation photographique (1), et son Travail, fort remarquable, a servi récemment de modèle à K. Palmer, de l'Observatoire Lick (2).

La discussion de Scheiner porte sur 833 étoiles entre les grandeurs 11,7 et 15,4, et toutes comprises dans un cercle de 6′ de rayon; celle de Palmer compte, dans les mêmes limites de

(1) J. Scheiner, *Der grosse Sternhaufen im Hercules, Messier* 13, *nach Aufnahmen am Potsdamer photographischen Refractor.* (*Abhandlungen der königlichen Akademie der Wissenschaften zu Berlin*, 1892.)

(2) H.-K. Palmer, *The distribution of stars in the cluster Messier* 13, *in Hercules.* (*Astrophysical Journal*, vol. X, 1899, p. 246 et suiv.) L'instrument employé est un télescope de Crossley.

grandeur, mais dans un cercle de rayon un peu plus grand, 9′, 5482 étoiles.

Pour l'étude de la distribution des étoiles, on a employé deux procédés : comparaison de la position du centre de gravité géométrique à celle du centre de gravité dynamique, et dénombrement méthodique des étoiles de l'amas.

1° La position du centre de gravité géométrique de la projection de l'amas sur le plan de visée, c'est-à-dire du milieu de toutes les étoiles, position prise par rapport à l'étoile origine, choisie près du milieu de l'amas, est $+3'',5$ en ascension droite et $-9'',5$ en déclinaison.

Mais ce centre de gravité ne coïncide avec le centre de gravité réel que si, les masses des étoiles étant probablement différentes, elles sont réparties symétriquement d'une façon uniforme tout autour de ce centre absolument comme par l'effet du hasard.

Pour le vérifier, groupons les différentes étoiles de l'amas par ordre de grandeur et cherchons le centre de gravité géométrique de chaque groupe, nous aurons :

Degrés.	Coordonnées relatives du centre de gravité. α.	δ.	Nombre des étoiles.
1	$-8'',0$	$-15'',8$	142
2	$-14,0$	$-3,9$	144
3	$+3,7$	$-2,1$	202
4	$+28,6$	$-7,1$	120
5	$-17,5$	$-15,8$	76
6	$-11,3$	$-16,5$	61
7-8	$+21,8$	$-26,2$	48

Toutes ces étoiles étant à la même distance de nous, leurs différences de grandeurs ne peuvent provenir que des différences de leurs éclats intrinsèques ou de leurs dimensions et, par suite, dans l'hypothèse de répartition uniforme, ces divers centres de gravité devraient coïncider. Les différences importantes que ce Tableau montre sembleraient donc indiquer l'inexactitude de cette hypothèse, mais Scheiner fait remarquer qu'en raison de la durée de cette étude, l'estimation des grandeurs n'a pas toujours été

faite d'après le même étalon et impute à ce défaut la majeure partie des écarts précédents.

Attribuons un poids égal à chacune des sept divisions en grandeurs et combinons toutes ces déterminations, nous aurons un point évidemment plus près du centre de gravité dynamique, parce qu'alors le nombre moindre d'étoiles brillantes sera quelque peu compensé par la grandeur de la masse; ce procédé donne pour coordonnées relatives du centre de gravité général

$+5'',5$ en ascension droite, $-12'',5$ en déclinaison.

Adoptons enfin un autre système plus spécial de poids relatifs basé sur l'introduction d'un rapport hypothétique des masses. Pour cela, supposons que toutes les étoiles de l'amas ont même intensité lumineuse superficielle et même densité; alors l'intensité I de la lumière d'une étoile sera proportionnelle au carré du rayon r de l'étoile et sa masse proportionnelle à r^3, et avec les grandeurs employées plus haut, on aura, par la formule

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{(I_1)^{\frac{3}{2}}}{(I_2)^{\frac{3}{2}}},$$

les masses proportionnelles suivantes :

Degrés.	Masses.	Degrés.	Masses.
1	1	5	4,7
2	1,8	6	6,0
3	2,6	7	8,0
4	3,5	8	9,2

Donnons maintenant à chaque détermination du centre de gravité un poids égal au produit du nombre des étoiles par leur masse (ces poids s'écartent peut-être déjà de la vérité en sens opposé aux suppositions précédentes); nous obtiendrons, pour le centre de gravité,

$+8'',1$ en ascension droite et $-12'',0$ en déclinaison.

Malgré la très grande différence des poids nouveaux et anciens, la valeur finale reste à peu près la même. On adopte donc le premier résultat comme le plus simple et le moins hypothétique et l'on prend comme coordonnée du centre de gravité

$+3'',5$ et $-9'',5$,

le lieu du centre de gravité, pour 1891, sera ainsi

$$16^h 37^m 47^s,1, \quad +36° 40' 13''.$$

2° Presque tous les amas denses semblables à celui d'Hercule nous apparaissant dans les lunettes comme des disques circulaires, l'hypothèse la plus plausible est de les supposer de forme sphérique. Ceci posé, on tracera à l'intérieur du cercle qui forme la limite de l'amas huit cercles concentriques à son centre de gravité et dont les rayons sont définis par cette condition que les portions de volume, comprises à l'intérieur de la sphère que constitue l'amas, des cylindres qui ont ces cercles pour bases, varient comme les nombres entiers successifs; les mêmes portions de volume correspondant aux anneaux successifs seront alors égales entre elles et représenteront une même fraction du volume de la sphère et, par suite, de l'amas (¹).

Si les étoiles sont distribuées uniformément dans l'amas, chacun des anneaux cylindriques ainsi formés en contiendra le même nombre; dans chacun des anneaux concentriques tracés sur la plaque photographique, on devrait compter le même nombre d'étoiles. Or, voici le résultat de la statistique de Palmer :

Anneau.	Nombre d'étoiles.	Anneau.	Nombre d'étoiles.
1	1131	6	423
2	819	7	301
3	814	8	333
4	666	Au delà	462
5	533	Total	5482

Le nombre des étoiles comprises dans chacun de ces anneaux est donc loin d'être le même; maximum au centre, il diminue rapidement jusqu'au sixième anneau, à partir duquel il paraît constant; la distribution stellaire n'est donc pas uniforme à l'intérieur de l'amas, mais il y a vers son centre une condensation très forte. La division de l'image photographique en secteurs de

(¹) Si r est le rayon du cylindre, R celui de la sphère, n le rapport du volume du cylindre à celui de la sphère, on voit aisément que l'on a, pour trouver r,

$$\frac{4\pi}{3} n R^3 = \frac{4\pi}{3} R^3 - \frac{4\pi}{3}(R^2 - r^2)^{\frac{3}{2}}, \quad \text{d'où} \quad \left(\frac{r}{R}\right)^2 = 1 - (1-n)^{\frac{2}{3}}.$$

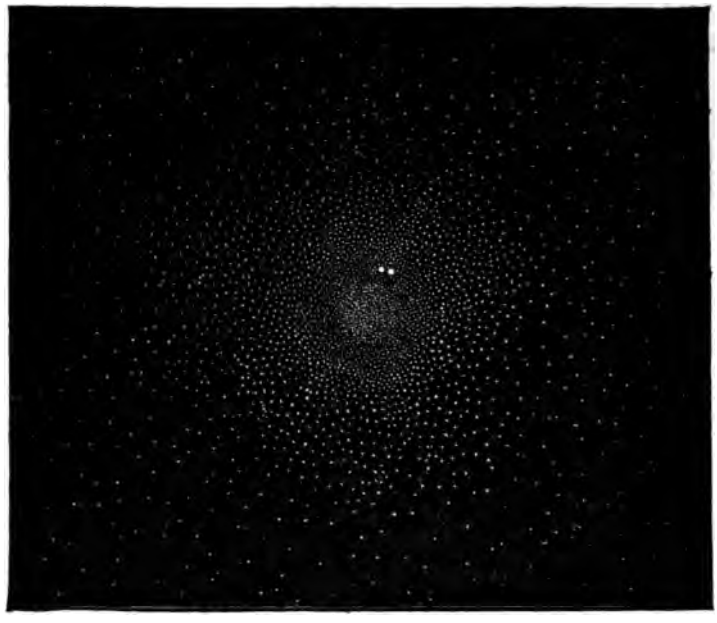
même étendue angulaire montre d'ailleurs que la distribution stellaire est symétrique par rapport au centre.

En résumé, la constitution hypothétique de J. Herschel ne représente donc pas absolument les faits; mais, d'après ce qui précède, elle peut être considérée comme offrant une première approximation convenable; c'est d'ailleurs la seule tentative faite jusqu'ici pour expliquer la stabilité de ces amas.

II. — Description et histoire de quelques amas globulaires.

521. *Amas du Toucan* (N. G. C. 330. $0^h 51^m 27^s$, $-73° 13',6$). — Découvert par Lacaille dans son séjour au Cap de Bonne-Espérance, cet amas qui paraît à l'œil nu, près de la petite Nuée de

Fig. 91.



Magellan, comme une étoile de $4^e,5$ grandeur dans une région entièrement noire, est peut-être l'amas globulaire de l'hémisphère austral faisant la plus grande impression (*fig.* 91). Son diamètre,

abstraction faite des étoiles éparses à sa limite, est de 6′ à 8′, et c'est, d'après J. Herschel : « Le plus magnifique des amas globulaires; il remplit en entier le champ avec ses bordures, mais il se condense en son centre en une sorte de flamme circulaire de 90ˢ environ de diamètre, qu'on isole aisément du reste, où la condensation est beaucoup plus nette, où les étoiles paraissent se précipiter les unes sur les autres et dont la teinte rouge orangé contraste merveilleusement avec la lumière blanche du reste de l'amas.

» Autour d'elle, la condensation graduellement décroissante se partage cependant aisément en deux zones distinctes d'éclat sensiblement uniforme. »

Cet amas se compose d'un nombre considérable d'étoiles de la 12ᵉ à la 14ᵉ grandeur; l'étoile double de 11ᵉ grandeur, qui précède un peu le centre, n'est probablement là que par un effet de perspective.

522. *Amas de la Carène* (N.G.C. 2808. $9^h 9^m 10^s$,—64° 17′,3). — Cet amas a été découvert par J. Dunlop à Brisbane. C'est, d'après Herschel, « un amas globulaire de la plus grande finesse; son diamètre est de 45ˢ en Æ et sa partie la plus condensée, qui offre tout l'aspect d'une flamme, a une étendue angulaire de 15ˢ en Æ. Il se compose d'un très grand nombre d'étoiles sensiblement de même éclat, de la 13ᵉ à la 15ᵉ grandeur, et formant comme la plus fine poussière lumineuse. »

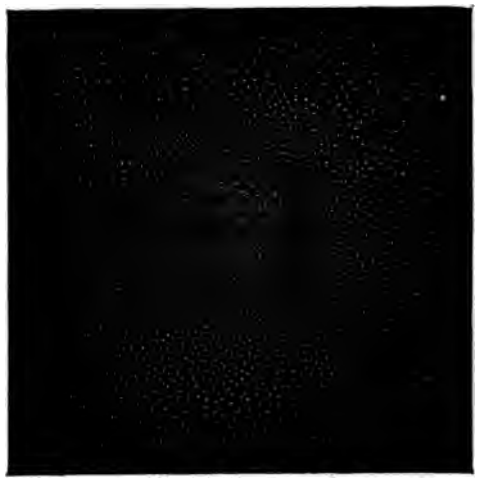
523. *Amas de la Chevelure de Bérénice* (N. G. C. 5024. $13^h 6^m 4^s$, +18° 54′,7). — Cet amas porte le n° 53 dans le Catalogue de Messier; il a été reconnu par W. Herschel comme constituant un ensemble de faibles étoiles de la 11ᵉ et de la 15ᵉ grandeur, ressemble à une poussière d'étoiles, diffusée sur les bords à partir de la flamme centrale et paraît former une boule où les étoiles seraient très condensées, mais la loi de cette agrégation en une masse si dense et si compacte nous échappe complètement.

524. *Amas de ω Centaure* (N. G. C. 5139. $13^h 18^m 24^s$, —46° 34′,8). — Découvert par Halley, cet amas, situé sur le bord de la Voie lactée, se présente à l'œil nu sous la forme d'un objet

rond, cométaire, d'éclat à peu près égal à celui d'une étoile de 4e grandeur, tandis que dans cette région les étoiles isolées les plus brillantes sont de 8e ou 9e grandeur.

Dans une lunette puissante il apparaît comme un globe de 40′ de diamètre, où la lumière croît rapidement vers le centre, et formé d'innombrables étoiles de la 13e à la 15e grandeur (*fig.* 92).

Fig. 92.



Amas stellaire d'Oméga du Centaure d'après J. Herschel.

Les photographies qu'en a prises Bailey à Arequipa permettent d'y compter plus de 6000 étoiles et le nombre total de celles qui le composent est certainement beaucoup plus grand; ainsi se trouve pleinement confirmée l'assertion de J. Herschel qui le désigne comme « le plus riche et le plus grand objet de cette espèce que renferme le Ciel »; il est d'ailleurs quelque peu elliptique.

325. *Amas des Chiens de Chasse* (N. G. C. 5272. $13^h35^m44^s$, $+19°5',1$). — Découvert en 1764 par Messier, qui le décrit comme une nébuleuse sans étoile, brillante et ronde (il a le n° 3 dans son Catalogue), cet objet constitue, d'après W. Herschel, un amas globulaire très condensé de 5′ à 6′ de diamètre. Sa partie centrale forme une plage circulaire de 3′ de diamètre, extrêmement

brillante, comprenant au moins 1000 petites étoiles et qui se distingue nettement du reste; dans son ensemble il a un aspect un peu irrégulier par suite des trois ou quatre prolongements qu'il envoie vers le sud-est et qui le font ressembler à ces animaux lumineux de l'Océan qu'on appelle des *méduses*.

526. *Amas dans le Serpent :* 1° (N. G. C. 5904. $15^h 11^m 28^s$, $+2°35',7$). — Cet amas, visible à l'œil nu, a été découvert par Kirch en 1702; catalogué par Messier sous le n° 5, il a été décrit par lui comme une belle nébuleuse ronde ne contenant aucune étoile. Elle est cependant facilement résoluble et W. Herschel avec son télescope de 40 pieds y sépare aisément sur les bords plus de 200 étoiles; mais la condensation est telle dans la partie centrale qu'il lui fut impossible d'y distinguer les composantes.

Fig. 93.

En mai 1875 Dreyer le décrit à Parsonstown comme un amas de 7′ à 8′ de diamètre, très condensé dans une étendue de 1′ au centre; c'est, d'après lui, un ensemble d'étoiles de 12e à 15e grandeur dont la plupart s'éloignent du centre en lignes courbes (*fig.* 93).

2° (N. G. C. 5964. $15^h 30^m 40^s$, $+7°26',3$). — Cet amas, découvert par J. Herschel, est extrêmement faible par rapport au précédent; il paraît absolument rond et son éclat va graduellement en croissant jusqu'au centre.

527. *Amas du Loup* (N. G. C. 5986. $15^h 36^m 53^s$, — $37^\circ 19',4$). — Découvert par Dunlop, cet amas a été réobservé par J. Herschel et décrit par lui en ces termes : « objet remarquable ; amas globulaire très brillant, large, rond, avec un accroissement très continu de lumière vers le milieu ; ses composantes sont comprises entre la 13e et la 15e grandeur ».

528. *Amas du Scorpion* (N. G. C. 6093. $16^h 8^m 42^s$, — $22^\circ 37',5$). — Catalogué en 1780 par Messier sous le n° 80 et décrit par lui comme une nébuleuse sans étoile ayant toute l'apparence d'un noyau cométaire, cet objet a été trouvé par W. Herschel comme formé par la réunion d'un très grand nombre de petites étoiles et comme constituant « l'amas globulaire le plus riche et le plus condensé qu'offre le Ciel à la contemplation des astronomes ».

Fig. 94.

Amas du Scorpion d'après J. Herschel.

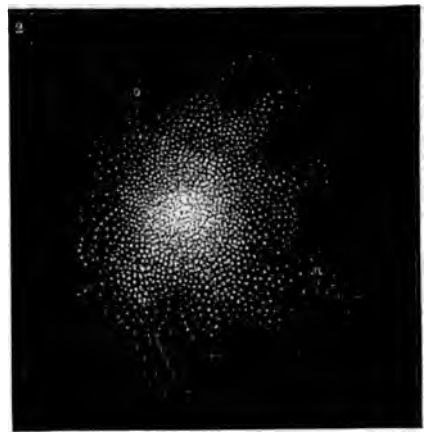
Il y a quelque quarante ans, cet amas a beaucoup attiré l'attention des observateurs. Le 21 mai 1860, Auwers et Luther signalaient, en effet, la présence, au milieu de la nébulosité qu'il forme dans une petite lunette, d'une étoile brillante de $6^{gr},5$ qu'ils n'avaient point aperçue depuis le printemps de 1859 (pas même le 18 mai 1860), époque où ils avaient commencé à étudier cette région : le 22 mai l'étoile avait gardé le même éclat, et le 25 elle avait beaucoup diminué.

De son côté, et d'une façon tout à fait indépendante, Pogson, étudiant le 28 mai la même région avec l'équatorial d'Hartwell (¹), vit avec surprise une étoile de $7^{gr},6$ remplacer la nébuleuse qu'il avait coutume de voir; le 10 juin, l'apparence stellaire avait à peu près disparu, mais l'amas montrait encore un éclat insolite et une condensation centrale marquée.

Il est difficile de ne pas attribuer ces variations incontestables d'aspect à l'existence d'une étoile variable à longue période, située juste sur le rayon visuel de l'amas. Cette coïncidence est déjà à elle seule extraordinaire; mais ce qui étonne au moins autant, c'est l'existence de 3 variables à longue période dans une étendue angulaire aussi faible.

529. *Amas d'Hercule* (N. G. C. 6205. $16^h 36^m 40^s$, $+36° 43',7$). — Ce brillant amas d'environ 8′ de diamètre fut découvert acci-

Fig. 95.



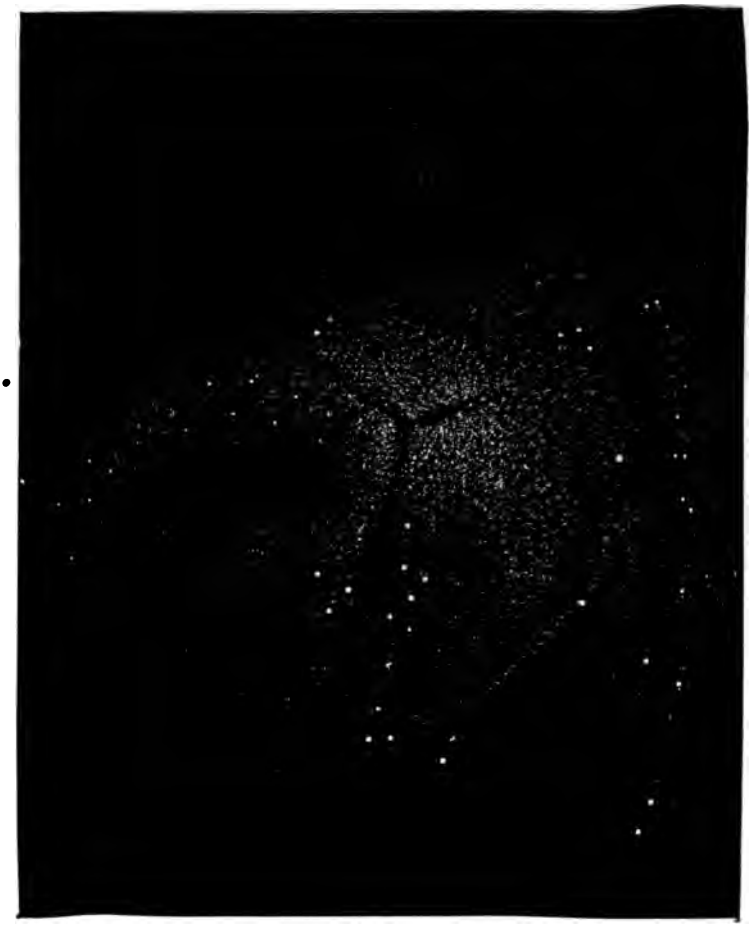
Amas d'Hercule d'après J. Herschel.

dentellement par Halley en 1714, qui le dit visible à l'œil nu par un beau ciel et une nuit sans lune. Cinquante ans après, il fut exa-

(¹) Tout à côté de l'amas, à 40ˢ d'ascension droite et à 3′ de déclinaison, sont les deux variables R et S Scorpion, découvertes en 1853 et 1854 par Chacornac et redécouvertes par Pogson en 1857; c'est la surveillance de ces variables qui l'amenait sur cette portion du ciel.

miné par Messier qui l'a classé sous le n° 13; avec son télescope newtonien de 4 pieds et un grossissement de 60; « il est, dit-il, rond, beau, brillant, et ne contient aucune étoile ». En 1783, W.

Fig. 96.



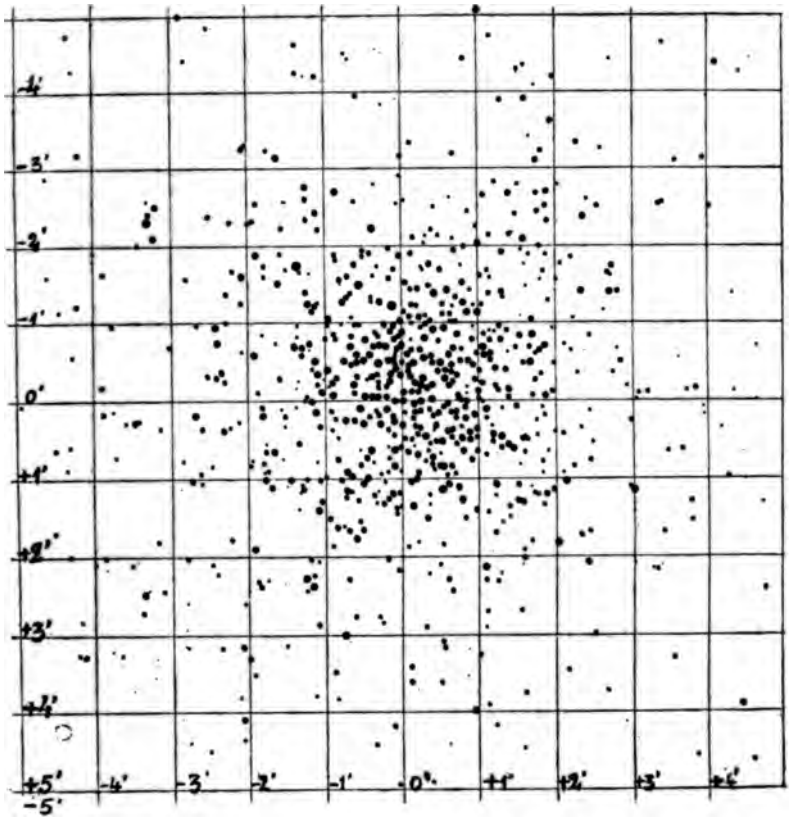
Amas d'Hercule (M. 13), vu dans le grand télescope de Parsonstown, d'après un dessin de M. B. Stoney.

Herschel le résolut cependant fort aisément en étoiles à l'aide de son télescope de 7 pieds, et, après l'avoir réétudié en 1787 avec son télescope de 20 pieds il le déclare « très bel amas d'étoiles.

très riche, très condensé vers le milieu (2′ à 2′,5), jetant des flammes au centre et composé d'une multitude d'étoiles à partir de la 11e grandeur ».

Les meilleures descriptions faites avec des lunettes d'ouverture

Fig. 97.



Amas d'Hercule d'après la photographie de Scheiner.

moyenne sont celles de d'Arrest (1) et de Schönfeld (2); avec des instruments de grande ouverture, nous avons le dessin fait par

(1) D'Arrest, *Siderum nebulosorum observations havnienses*, 1867.

(2) Schönfeld, *Beobachtungen von Nebelflecken und Sternhaufen*. Mannheim, 1862 et 1875.

Stoney (*fig.* 96) avec le grand télescope de lord Rosse (1) et celui de Trouvelot avec l'objectif de $0^m,36$ de l'Observatoire de Harvard (2).

Ces deux dernières descriptions ne sont d'ailleurs pas concordantes : la caractéristique de la première est le tracé de trois canaux rectilignes, à 120° l'un de l'autre, partant du milieu de l'amas, bordés sur chaque rive d'étoiles relativement brillantes, qui, d'après Stoney, seraient absolument vides d'étoiles; Trouvelot, au contraire, signale l'existence au centre d'une nébulosité irrésoluble.

En 1887, et au moyen d'observations faites avec un objectif de $0^m,30$, Harrington (3) confirme la réalité des canaux, mais il ne signale aucune nébulosité. Ils sont, au contraire, absolument invisibles dans la photographie de Scheiner (*fig.* 97), et si Palmer les reconnaît sur ses clichés, il constate en même temps qu'il peut, à l'intérieur de chacun d'eux, compter jusqu'à 15 étoiles de faible éclat, et ne trouve nulle part trace de nébulosité : pour lui, l'amas est purement stellaire.

La vérité serait peut-être que la distribution des étoiles brillantes de l'amas serait différente de celle des étoiles faibles. Ces dernières, si elles étaient seules, donneraient à l'amas une forme absolument globulaire; les autres, prises à part, le feraient au contraire apparaître comme rayonné.

530. *Amas dans Ophiuchus :* 1° (N. G. C. 6266. $16^h 52^m 19$, — 29,°53′,8). — Cet amas, catalogué par Messier sous le n° 62, a été retrouvé par Dunlop, observé par J. Herschel et étudié récemment par Bailey au moyen de la photographie. Son diamètre est de 13′,5 en ascension droite; il est très brillant, formé d'étoiles de 14e à 16e grandeur; au milieu est une forte condensation lumineuse, parfaitement blanche et un peu excentrique, de sorte que l'amas paraît être resserré dans sa partie sud. Cette irrégularité, fort peu fréquente dans les amas globulaires, est une caractéristique de celui-ci. Bailey y a compté un millier d'étoiles.

---

(1) *Philosophical Transactions for* 1861.
(2) *Annals of the astronomical observatory of Harvard College,* vol. VIII.
(3) *Astronomical Journal,* vol. VII, p. 166 et suiv.

2° (N. G. C. 6273. $16^h 53^m 53^s$, — 26° 3′,2). — Il a été découvert par Messier en 1764 avec son télescope de 3,5 pieds et a été décrit par lui sous le n° 19 comme une nébuleuse sans étoile, de forme ronde; vingt ans plus tard W. Herschel le résolvait en étoiles avec son télescope de 7 pieds.

C'est un très bel amas globulaire formé d'étoiles très petites et très condensées; il est d'une teinte blanc de crème et faiblement lumineux au centre, où les étoiles sont nettement séparées dans son télescope de 20 pieds.

3° (N. G. C. 6402. $17^h 30^m, 15^s$, — 3° 9′,5). — Cet amas, également découvert par Messier en 1764 (14 M.) est pour lui « une petite nébuleuse, sans étoiles, faiblement lumineuse et de forme ronde ». C'est W. Herschel qui, en 1783, le résolut en étoiles et, d'après lui, cette séparation est très aisée; il le donne comme extrêmement brillant et rond : il y compta 300 étoiles.

Ces amas globulaires ne sont pas les seuls que contienne la constellation d'Ophiuchus, l'une des plus riches en objets de cette espèce; W. Herschel y en a, en effet, découvert sept autres.

531. *Amas de l'Autel* (N. G. C. 6397. $17^h 29^m 17^s$, —53° 35′,1).

Fig. 98.

Amas de l'Autel d'après J. Herschel.

— Découvert par Lacaille et retrouvé par Dunlop, cet amas a été

étudié par J. Herschel qui le représente (*fig.* 98) comme un amas globulaire de 5′ de diamètre, brillant, très large, très riche, très condensé au centre où les étoiles sont très petites, tandis que partout ailleurs elles sont de 13ᵉ grandeur; il se prolonge dans diverses directions par des étoiles isolées.

532. *Amas du Sagittaire* (N. G. C. 6656. $18^h 27^m 51^s$, $-21° 1',0$). — Halley attribue la découverte de cet amas à Abraham Ihle en 1665, cependant Hévélius paraît l'avoir indiqué longtemps auparavant. Le Gentil en publia, en 1747, un dessin qu'il fit à l'aide de son télescope de 18 pieds; pour lui, c'est « une nébuleuse irrégulière, chevelue et répandant de tous côtés des espèces de rayons de lumière ». Lors de la construction de son Catalogue, Messier lui trouva, au contraire, une forme ronde, mais il n'y vit non plus aucune étoile.

C'est W. Herschel qui en fit la résolution et le décrivit comme un amas globulaire formé d'étoiles de grandeurs comprises entre la 10ᵉ et la 15ᵉ; il est remarquable par la visibilité de deux de ses composantes qui sont, l'une de 10ᵉ et l'autre de 11ᵉ grandeur. Cet amas paraît beaucoup plus dense au centre que si toutes les étoiles étaient à égale distance les unes des autres; c'est pour W. Herschel une preuve certaine que les étoiles sont liées les unes aux autres par leurs attractions mutuelles. Il le recommande, d'autre part, comme un objet capital pour la détermination du pouvoir de pénétration d'un miroir ou d'un objectif.

Cette constellation, que traverse la Voie lactée, renferme d'ailleurs neuf autres amas globulaires dont quatre ont été découverts par Messier, quatre par W. Herschel et un par Dunlop; ils sont tous formés de petites étoiles comprises entre la 14ᵉ et la 15ᵉ grandeur.

Récemment, Gould a fait la triangulation photographique de la région céleste voisine de cet amas : la portion ainsi mesurée couvre un espace de $11^m,5$ en ascension droite et de 3° en déclinaison autour du point déterminé par $18^h 10^m$ d'ascension droite et $-18° 3'$ de déclinaison, et le Catalogue obtenu contient 776 étoiles entre la 6ᵉ et la 10ᵉ,5 grandeur.

Les amas globulaires 18 et 24 de Messier compris dans ces

limites n'apparaissent sur les plaques photographiques de Gould que comme de faibles condensations [1].

533. *Amas du Paon* (N. G. C. 6752. $18^h 58^m 28^s$, — 60° 11′,8). — Cet amas a été découvert par Dunlop et étudié plus tard par J. Herschel; il est brillant, très grand, irrégulier et se montre très nettement formé d'étoiles de grandeurs comprises entre la 11e et la 16e.

534. *Amas de la Lyre* (N. G. C. 6779. $19^h 11^m 8^s$, + 29° 23′). — Cet objet, situé au voisinage de β Lyre, a été catalogué par Messier en 1778 sous le n° 56 et décrit par lui comme une nébuleuse de faible éclat et sans étoile. W. Herschel l'a résolu en 1784; c'est la réunion d'une multitude d'étoiles de la 11e à la 14e grandeur formant un amas sensiblement rond, assez large, et où la condensation lumineuse et stellaire arrive graduellement à être très forte en son milieu.

535. *Amas de Pégase* (N. G. C. 7078. $21^h 23^m 13^s$, + 11° 33′,3). — Ce bel objet, situé entre ε Pégase et δ Petit Cheval, a été découvert par Maraldi en 1745 et catalogué comme « une étoile nébuleuse assez claire, qui est composée de plusieurs étoiles ».

En 1764 Messier le décrit comme une nébuleuse avec une étoile, de forme circulaire et à centre brillant; sa résolution en étoiles date de 1783 et est due à W. Herschel. D'après cet astronome cet amas n'est pas parfaitement rond, mais ses bords sont irréguliers et rayonnants.

536. *Amas du Verseau* (N. G. C. 7089. $21^h 16^m 15^s$, — 1° 26′,5). — La découverte de cet amas a été faite accidentellement en 1746 par Maraldi alors qu'il recherchait la comète de Chéseaux; cet astronome s'étonna de n'y pouvoir distinguer d'étoiles « car la plupart des étoiles qu'on appelle nébuleuses sont environnées d'un grand nombre d'étoiles; ce qui a fait juger que la blancheur que l'on y découvre est l'effet de la lumière d'un amas d'étoiles trop petites pour être aperçues par les plus grandes lunettes ».

---

[1] GOULD, *Great cluster in Sagittarius* (*Cordoba photographs*, p. 482 et suivantes).

En 1764 Messier la décrit « comme une nébuleuse sans étoile, à centre brillant et arrondi par une lumière circulaire, ressemblant tout à fait au noyau d'une comète ».

Sa résolution en étoiles est due à W. Herschel; d'après lui « la condensation lumineuse centrale est produite par une multitude d'étoiles de 15e grandeur apparaissant près les unes des autres à

Fig. 99.

Amas du Verseau d'après J. Herschel.

des distances variées et que le télescope de 40 pieds sépare nettement. »

Cacciatore (1814) donne une idée bien nette du nombre des composantes de cet amas : « elles sont, dit-il, aussi difficiles à compter que les grains de sable d'une plage maritime »; pour J. Herschel aussi (*fig.* 99), son aspect est celui « d'un tas de sable fin ». D'autre part, d'après cet astronome, la lumière totale de l'amas ne surpasse pas celle d'une étoile de 6e grandeur, d'où il conclut qu'il faut plusieurs milliers d'étoiles de 15e grandeur pour obtenir par leur combinaison l'éclat d'une étoile de 6e grandeur, ou d'une étoile marquant la limite moyenne de visibilité à l'œil nu.

537. *Amas du Capricorne* (30 M.) (N. G. C. 7099. 21^{h}32^{m}15^{s}. — 23° 48',7). — C'est un amas brillant (*fig.* 100), large, irréguliè-

rement étendu, d'éclat croissant très régulièrement à partir de la circonférence et ayant en son milieu une zone circulaire très lumineuse. Ses composantes sont de la 12e à la 16e grandeur.

Fig. 100.

Amas du Capricorne d'après J. Herschel.

538. *Amas globulaires doubles.* — Un fait bien intéressant, signalé par J. Herschel, est celui de l'existence d'amas globulaires doubles; nous en citerons quelques exemples.

L'un des plus remarquables est l'amas n° 62 du Catalogue de Messier (N. G. C. 6266. $16^h 52^m 19^s$, $-29° 53',8$); cet astronome le définit « belle nébuleuse à centre brillant, entouré d'une faible luminosité et qui ressemble à une petite comète ». En réalité, cette nébulosité est la réunion de deux amas globulaires bien distincts et formés d'étoiles de 14e à 16e grandeur, mais dont l'intervalle de séparation est excessivement faible par rapport au diamètre total de l'objet.

Un autre amas double à signaler porte le n° 5307 dans le N. G. C. ($13^h 42^m 10^s$, $-50° 30',6$); c'est un objet très singulier de très faible diamètre angulaire : il fait, au premier abord, l'effet d'une étoile double formée de deux composantes de 12e et 13e grandeur. C'est l'amas globulaire double le plus serré qui ait été observé jusqu'ici.

III. — Variables des amas globulaires.

539. *Résultats généraux. Bailey.* — Certains amas globulaires présentent ce fait remarquable qu'une proportion considérable, parfois le sixième, de leurs étoiles varient rapidement et périodiquement d'éclat.

Désignation		Position pour 1900.		Nature de l'amas.	Distance maxima.	Nombre d'étoiles examinées.	Nombre de variables.	Nombre proportionnel.
N.G.C.	ordinaire.	R.	D.					
		h m	° ′		′			
104	47 Toucan	0.19,6	—72.38	⊖	6,0	2000	6	0,003
362	"	0.58,9	—71.23	⊖	9,0	675	14	021
869	"	2.12,0	—56.41	Am.	"	1050	1	001
884	"	2.15,4	+56.59	Am.	"			
1904	Messier 79	5.20,1	—24.37	⊕	3,5	200	5	025
3293	"	10.29,6	—57.40	Am.	"	724	0	000
4755	κ Croix	12.47,7	—59.48	Am.	"	555	0	000
5139	ω Centaure	13.20,8	—46.47	⊕	22,0	3000	125	042
5272	Messier 3	13.37,6	+28.53	⊕	7,0	900	132	147
5904	Messier 5	15.13,5	+ 2.27	⊕	7,0	900	85	094
5986	"	15.39,5	—37.23	⊕	1,7	289	1	003
6093	Messier 80	16.11,1	—22.44	⊕	2,5	145	2	014
6205	Messier 63	16.38,1	—36.39	⊕	1,3	1000	2	002
6266	Messier 62	16.54,9	—29.58	⊕	8,0	960	26	027
6397	"	17.32,5	—53.37	⊕	7,5	487	2	004
6626	Messier 28	18.18,4	—24.55	⊕	7,0	900	9	010
6656	Messier 22	18.30,3	—23.59	⊕	8,0	1550	16	010
6723	"	18.52,8	—36.46	⊕	4,5	900	16	018
6752	"	19. 2,0	—60. 8	⊕	4,0	600	1	002
6809	Messier 55	19.33,7	—31.10	⊕	5,0	440	2	005
7078	Messier 15	21.25,2	+11.44	⊕	7,0	900	51	057
7089	Messier 2	21.28,3	— 1.16	⊕	4,0	600	10	017
7099	Messier 30	21.34,7	—23.38	⊕	2,5	275	3	0,011
		Totaux ou moyenne.....				19050		0,030

Comme nous l'avons dit plus haut (n° 240), cette belle découverte a été faite à Arequipa, par Bailey, au moyen de photographies obtenues par lui avec un télescope ($0^m,33$) spécial de Boyden. Tandis que, dans les clichés de groupes stellaires de Gould, les amas globulaires se présentaient sous forme d'une faible condensation.

dans ceux de Bailey, au contraire, les étoiles sont si nettement distinctes qu'on peut très aisément les compter et les étudier séparément. Aussi, depuis 1894 et afin de reconnaître le degré de généralité du fait signalé plus haut, Bailey a entrepris par ce procédé un examen systématique des amas globulaires du Ciel austral; quelques-uns de ses résultats sont résumés dans la Table ci-dessus (1).

Le nombre des étoiles examinées pour la confection de cette Table est de 19050, parmi lesquelles on a compté 509 variables, soit une moyenne de 3 pour 100, rapport à peu près trois fois plus grand que pour les étoiles isolées. Mais il n'en faudrait pas conclure une fréquence constante de variables dans tous les amas globulaires : en effet, la plupart d'entre eux n'ont pas une proportion de variables plus forte que les étoiles isolées, et la grandeur de la moyenne précédente provient uniquement du grand nombre relatif de variables que renferment quelques-uns d'entre eux. Ainsi les quatre amas Messier 3, Messier 5, Messier 15 et celui de ω Centaure contiennent des variables dans les proportions suivantes :

Messier 3	0,15	sur	900	étoiles
Messier 5	0,09	»	900	»
Messier 15	0,06	»	900	»
ω du Centaure	0,04	»	3000	»

soit une moyenne de 7 pour 100 tandis que, pour les 19 autres amas de la liste, tout aussi riches en étoiles, la proportion la plus forte est de 2 pour 100, et que la moyenne générale est de 1 pour 100 et, par suite, la même que pour les étoiles isolées. Les nombres d'étoiles examinées dans chaque cas sont cependant comparables : 5700 pour les quatre premiers, et 13350 pour l'ensemble des autres.

540. *Caractère des amas à nombreuses variables.* — Jusqu'à présent cette fréquence de variables n'a été constatée que dans les amas globulaires très denses. Ainsi, dans la Table qui précède et

(1) *Harvard College observatory, Circular* n° 33.

qui contient les amas globulaires les plus riches que nous connaissions, onze ([1]) peuvent être décrits comme fortement condensés et huit ([2]) comme modérément condensés; deux ([3]) sont des amas espacés, et deux autres ([4]), contenus dans la poignée de l'Épée de Persée, sont à peine plus serrés que les régions du Ciel riches en étoiles.

Or le premier groupe de 11 amas fortement condensés avec un total de 11980 étoiles renferme 462 variables, soit 1 variable sur 26 étoiles ou une proportion de *quatre pour cent;* le second groupe de 8 amas modérément condensés avec un total de 4741 étoiles, contient 46 variables, soit 1 variable sur 103 étoiles, ou une proportion de *un pour cent;* au contraire, les deux amas espacés avec 1571 étoiles n'ont *aucune variable,* la région de trois degrés carrés qui entoure les deux amas 869 et 884 ne montre qu'une seule variable et le grand amas d'Hercule ne renferme que deux variables sur 1000 étoiles examinées.

541. *Influence de la forme sur la distribution des variables.* — Il paraît donc bien démontré que les amas globulaires très denses renferment seuls une grande proportion de variables; mais parmi eux il en est un qui mérite d'être signalé, c'est l'amas d'Ophiuchus (6266 N. G. C.). Quoique fortement condensé, il est cependant de forme irrégulière; or, le fait curieux est que cette irrégularité se retrouve, et à un degré beaucoup plus élevé, dans la distribution des variables (26) qu'il renferme. Par le centre de la condensation lumineuse qui forme la partie intérieure de l'amas, menons une ligne Est-Ouest et de chaque côté, au nord et au sud des parallèles équidistantes à 1′ et 4′ du centre; nous aurons ainsi vers le milieu de l'amas deux bandes de 3′ de large, l'une au Nord, l'autre au Sud. Mais tandis que la bande nord renferme 15 variables sur 354 étoiles, on ne compte dans la bande Sud qu'une seule variable sur les 214 étoiles qu'on y peut séparer.

([1]) Ce sont les nos 104, 362, 5139, 5272, 5904, 6093, 6205, 6266, 6626, 7078 et 7089 du N. G. C.

([2]) Ce sont les 1904, 5986, 6397, 6656, 6723, 6752, 6809 et 7099 du N. G. C.

([3]) Ce sont les 3293 et 4755 du N. G. C.

([4]) Ce sont les 869 et 884 du N. G. C.

542. *Variables de l'amas de ω Centaure. Durées des périodes.* — Les mieux étudiés de ces amas sont ceux de ω Centaure et du Serpent (M. 5) : nous nous occuperons d'abord du premier.

Sur les 6000 étoiles qu'on a dénombrées dans les photographies, 3000 sont assez brillantes et assez bien séparées pour pouvoir servir d'étoiles de comparaison dans la découverte des variables (on ne considère comme telles que celles dont les variations d'éclat constatées sont supérieures à une demi-grandeur).

On a pu constater ainsi l'existence de 125 étoiles variables (soit un cinquantième du nombre total), et déterminer en outre les durées de période de 106 d'entre elles. La plus longue est de 475 jours et la plus courte de $6^h 11^m$. 98 de ces étoiles ont une période moindre que 24^h et pour trois d'entre elles elle est inférieure à 7^h; des huit étoiles dont la période surpasse 24^h, deux l'ont comprise entre un et deux jours, deux entre deux et trois jours; viennent ensuite des périodes de quatre, quinze, cent cinquante et quatre cent soixante-quinze jours. En résumé, l'*immense majorité* de ces variables ont des *périodes très courtes* et même *beaucoup plus courtes* que la majeure partie des variables que nous avons étudiées déjà; il semble même qu'on ne doive accepter qu'avec grandes réserves les quelques longues périodes signalées plus haut.

Un point digne de remarque est la *régularité* de leur période : on en a suivi plusieurs pendant un millier de périodes, une même pendant plus de cinq mille, sans y constater aucune irrégularité [1].

543. *Courbes de lumière.* — Les variations d'éclat de ces diverses variables sont numériquement assez différentes les unes des autres, puisque pour les unes elles ne surpassent pas une demi-grandeur, tandis que pour d'autres elles atteignent parfois cinq grandeurs; quant aux courbes de lumière qu'elles présentent elles se rattachent toutes, nous parlons ici des 98 variables à période inférieure à 24^h, à celles des étoiles doubles photométriques.

En général, la variation de lumière paraît être continue, la partie

---

[1] Il y a cependant une réserve à faire ici, car en raison de la durée de pose nécessaire pour obtenir l'image, les variations d'éclat de l'ordre de celles à constater peuvent bien n'y pas être discernables.

ascendante est très rapide, sa durée ne dépassant pas le cinquième de la période totale et souvent n'atteignant pas plus du dixième : pour une étoile même, dont la période est de $14^h 8^m$, l'élévation du minimum au maximum, qui correspond à deux grandeurs, se produit en une heure (1). Ces courbes de lumière seraient donc analogues à celle de SU Cygne; la diminution d'éclat est en général voisine de deux grandeurs. On rencontre d'ailleurs parmi elles plusieurs étoiles, où il paraît exister un maximum secondaire plus ou moins marqué, et dont les courbes de lumière sont semblables à celles de δ Céphée et η Aigle; l'écart des grandeurs extrêmes y est un peu moindre et ne dépasse pas une grandeur et demie.

Dans quelques cas, la durée de l'augmentation d'éclat est la même que celle de sa diminution, comme dans ζ Gémeaux et W. Vierge; la variation de lumière est alors inférieure à une grandeur et la période moindre que 10^h.

Parfois enfin, le temps d'accroissement semble surpasser un peu celui du décroissement de lumière, et occuper les 0,65 de la période totale; la diminution d'éclat est alors d'environ sept dixièmes de grandeur du maximum au minimum et la période inférieure à 12^h; nous n'avons pas rencontré de courbe analogue dans les variables isolées.

544. *Variables de l'amas du Serpent* (*Messier* 5). — L'étude de cet amas a conduit à des conclusions peut-être plus intéressantes encore à cause de l'homogénéité qu'elle y décèle. Sur les 85 variables qu'il a reconnues, Bailey en a étudié jusqu'à présent 42 (2) : parmi elles, 2 ont une période d'environ un mois et paraissent appartenir à une classe à part; mais les 40 autres sont presque identiques, tant pour la durée de la période que pour l'éclat et ses variations (*fig.* 101) (3); dans toutes, la durée de la période est constante, une étude continuée pendant deux ans, et

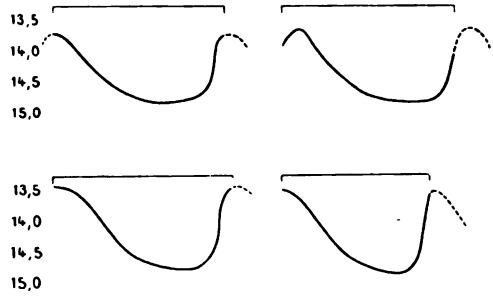
(1) Elle semble parfois devoir être plus rapide; mais le temps de pose nécessaire à l'action photographique (1^h à 2^h) ne permet pas de l'affirmer.

(2) S.-I. Bailey, *The periods of the variable stars in the cluster Messier* 5 (*The Astrophysical Journal*, vol. X, p. 254 et suiv; 1899).

(3) Aucune des variables étudiées jusqu'ici ne nous a donné une courbe absolument analogue à celles-ci; mais il faut remarquer qu'en raison du temps de

par suite basée sur 1500 périodes, n'ayant montré aucune apparence de changement; cette durée est toujours petite et varie peu d'une étoile à l'autre; sa valeur moyenne est, en effet, de $0^j,526 = 12^h37^m,4$, la plus longue étant de $0^j,699 = 16^h46^m,6$ et la plus courte de $0^j,450 = 10^h48^m,0$.

Fig. 101.



Dans toutes, la variation lumineuse est continue; de plus, les grandeurs extrêmes observées lors du maximum sont $13^{gr},5$ et $13^{gr},9$ et lors du minimum $14^{gr},5$ et $14^{gr},9$, de sorte que, aux époques tropiques, les éclats des composantes de ces systèmes ne varient de l'un à l'autre que dans le rapport de 1,5 à 1, et que, d'autre part, l'éclat de la plus brillante est au plus quadruple de celui de la moins lumineuse.

Enfin, les courbes de lumière sont presque identiques; dans toutes, la phase maximum est pour ainsi dire instantanée, tandis que le minimum est de durée relativement longue, et, dans toutes aussi, l'accroissement de lumière est beaucoup plus rapide que le décroissement; les nombres suivants, qui représentent une moyenne, précisent cette allure de la période :

Durée de la période totale	1,0
» » phase maximum	0,0
» » phase minimum	0,4
» du décroissement de lumière	0,5
» de l'accroissement de lumière	0,1

---

pose nécessaire (1^h au moins), la plaque photographique est dans ce cas beaucoup moins délicate que l'œil et que certains détails importants peuvent ainsi manquer dans la courbe de lumière déduite.

Nous avons vu que tel est aussi le type que présentent la majeure partie des variables de l'amas de ω Centaure; on peut donc, avec Bailey, le considérer *comme caractérisant les variables des amas globulaires.*

Cette uniformité presque absolue d'allures pour un aussi grand nombre de variables réunies dans un même amas, assigne forcément à leur variabilité une même cause et une même origine; d'autre part, la constance absolue de leurs périodes et leur faible durée, ainsi que la régularité mathématique des phénomènes qu'elles présentent, ne permettent pas de mettre en doute que leurs variations d'éclat ne soient produites par des éclipses, et que ces variables ne constituent, tout au moins pour une grande partie, des étoiles doubles photométriques. Mais alors, dans chacun de ces systèmes binaires le plan de l'orbite du satellite éclipsant doit, ou passer par la ligne de visée de l'étoile principale, ou être fort peu incliné sur elle. Il faut donc, ou bien que les plans des orbites de ces satellites passent tous sensiblement par la droite qui joint l'œil au centre de l'amas, ou bien qu'ils soient tous parallèles entre eux et à la ligne de visée.

Quoi qu'il en soit de l'une ou de l'autre de ces deux conditions, il n'en est pas moins certain que l'existence d'un si grand nombre de ces étoiles doubles à éclipses dans les amas précédents implique forcément l'existence d'une dépendance physique entre ces étoiles, et par suite aussi entre toutes celles qui les constituent. Cette conclusion s'impose évidemment pour les amas qui présentent la même abondance de variables; et, comme rien ne les distingue, à d'autres points de vue, des amas que nous connaissons, la belle découverte de Bailey fournit une base expérimentale précieuse pour l'étude théorique de la stabilité de ces systèmes stellaires si curieux et si extraordinaires.

D'autre part le fait que dans quelques étoiles de ces amas, le temps d'accroissement de lumière surpasse celui du décroissement, ne semble pouvoir s'expliquer que par un aplatissement assez considérable des composantes du système binaire correspondant : ce serait une nouvelle confirmation de la conception de Tisserand.

Une autre conséquence tout aussi importante se déduit des considérations précédentes. Les variables des amas globulaires, étant des étoiles doubles photométriques du type de β Lyre, ont très

probablement des constitutions analogues à celles que nous leur avons reconnues plus haut (n° 467); elles sont donc très probablement, comme elles, des groupes binaires en formation; de sorte que les amas globulaires se présentent à nous comme des systèmes où le travail de condensation étant encore peu avancé, les différentes composantes, à peu près toutes semblables entre elles, sont au début de leur évolution; ils nous font donc assister à la naissance d'une série de mondes stellaires.

---

(1) Les figures 91 à 96, 98 à 100 sont extraites de l'Ouvrage intitulé *Le Ciel*, par Guillemin. Nous avons pu les insérer ici grâce à l'obligeance de MM. Hachette et Cie qui ont bien voulu nous les prêter.

CHAPITRE XXIII.

ÉTOILES COLORÉES.

I. — Étoiles simples.

545. *Historique. Lalande. W. et J. Herschel. Schjellerup.* — Jusqu'à la découverte des lunettes nos connaissances, sur ce sujet, étaient pour ainsi dire nulles. Ptolémée cite six étoiles d'un *rouge de feu,* Arcturus, Aldébaran, Pollux, Antarès, Beteigeuse et Sirius; mais son assertion est sujette à doute tout au moins pour deux d'entre elles : Sirius, qui est blanche et qu'au commencement du xe siècle les Arabes notaient aussi comme blanche, et Pollux qui n'est pas rouge mais jaune très foncé. D'autre part, on a peine à s'expliquer comment les astronomes grecs et arabes n'ont pas indiqué la teinte fortement rouge d'un certain nombre d'étoiles des premières classes de grandeur, telles que β Petite Ourse, teinte que l'on perçoit cependant si aisément à l'œil nu.

Les lunettes, en concentrant les rayons lumineux en une image peu étendue, ont rendu l'observation plus certaine, et depuis leur emploi le nombre des étoiles colorées connues a été peu à peu en augmentant, et aux étoiles rouges ou jaunes on a ajouté d'abord des étoiles bleues, η Lyre (Mariotte, *Traité des couleurs;* 1686), puis des étoiles vertes, Castor (W. Herschel). Mais dans la presque totalité des étoiles colorées isolées la coloration varie du blanc au rouge; aussi les Catalogues et listes de ces étoiles ne contiennent que des étoiles rouges.

La première en date (1805) est due à Lalande et contient 33 étoiles [1]; vient ensuite la liste un peu plus étendue que J. Herschel

[1] J. de Lalande, *Liste de 33 étoiles rouges* (*Connaissance des Temps pour* 1807, p. 378).

publia en 1847 (1) et qui contient 70 étoiles, et enfin en 1866 le célèbre Catalogue de Schjellerup (2) qui, avec son Supplément, donne les positions de 293 étoiles rouges jusqu'à la grandeur 10,5. Mais il semble que la plus grande partie de ces déterminations n'ont qu'un caractère de note provisoire et que, sauf de bien rares exceptions, on ait cherché à déterminer exactement les couleurs.

546. *Zöllner. Méthode de Schmidt. Échelle de Dunér.* — Les premières recherches méthodiques sur ce sujet sont dues à Zöllner et à Schmidt. Le premier égalise la couleur de chaque étoile à celle variable à sa volonté et obtenue par la rotation du polariseur de son colorimètre (3); les mesures de coloration se ramènent ainsi à des mesures d'angles. Zöllner détermina les colorations relatives de 34 étoiles des plus brillantes (4).

Schmidt emploie une méthode toute différente (5), assez analogue à celle des degrés pour la mesure des grandeurs et basée sur l'appréciation de l'effet physiologique produit par l'adjonction successive à la couleur blanche de deux faibles teintes allant du jaune au rouge. « On peut ainsi exprimer avec sûreté les colorations comprises entre certaines limites par des nombres qui donnent aux estimations leurs valeurs réelles. » Négligeant les lueurs vertes de maintes étoiles isolées, il se limite à la série de couleurs qui, partant du blanc pur, arrive par tous les degrés du jaune à atteindre le rouge : le zéro de son échelle est ainsi le blanc pur et le sommet marqué par le chiffre 10 correspond au

---

(1) J. Herschel, *Approximate places of seventy six stars ruby coloured or very intensely red insulated stars* (*Results of astronomical observations made at the Cape of good Hope*, p. 448).

(2) Schjellerup, *Catalog der rothen, isolirten Sterne welche bis zum Jahre 1866 bekannt geworden sind* (*Astronomische Nachrichten*, nos 1591 et 1613). — C. Schjellerup, *Zweiter Catalog der rothen, isolirten Sterne, vervollständigt und fortgeführt bis zum Schlusse des Jahres 1874* (*Vierteljahrsschrift der astronomischen Gesellschaft*, 9e année, 1874, p. 252 et suiv.).

(3) F. Zöllner, *Grundzüge einer allgemeinen Photometrie des Himmels* (1861, p. 13 et suiv.).

(4) F. Zöllner, *Ueber Farbenbestimmung der Gestirne* (*Astronomische Nachrichten*, n° 1701; (1868).

(5) J. Schmidt, *Ueber die Farben der Fixsterne* (*Astronomische Nachrichten*, nos 1897 et 1902).

rouge libre de tout mélange de jaune : dans cette échelle le jaune pur correspond au chiffre 4 et l'orangé au chiffre 6. Schmidt publia les déterminations exactes de 162 étoiles jusqu'à la 7e grandeur.

Sans changer les graduations fondamentales de Schmidt, Dunér et Safarik ont précisé les degrés intermédiaires et leur échelle complète, adoptée universellement aujourd'hui, est la suivante :

0.....	Blanc pur
1.....	Blanc bleuâtre jaunâtre
2.....	Blanc jaunâtre
3.....	Jaunâtre
4.....	Jaune pur
5.....	Jaune paille
6.....	Orangé
7.....	Jaune d'or
8.....	Rougeâtre
9.....	Rouge de cuivre
10.....	Rouge pur

Il convient d'ajouter que dans aucune étoile on n'a rencontré ni le blanc pur (0), ni le rouge pur (10) correspondant à la raie C de Fraunhofer.

547. *Représentation chromatique de Smyth.* — L'appréciation des couleurs a été faite d'une autre façon par l'amiral H. Smyth; dans son Ouvrage *Sidereal chromatics*, publié en 1864, cet astronome donne un Tableau chromatique d'un certain nombre de teintes types auxquelles on rapporterait les couleurs observées. Chacune des couleurs fondamentales, rouge, orangé, jaune, vert, bleu et pourpre, fournit quatre teintes; l'observateur compare l'étoile observée à ces teintes et désigne sa couleur par le numéro du Tableau dont elle se rapproche le plus, la couleur sera donc désignée par exemple par le n° 3 du rouge, ou le n° 2 du vert. Cette méthode de Smyth, qui fournissait la désignation de 24 couleurs, n'a pas été adoptée.

548. *Catalogue de Krüger.* — Nous avons encore à signaler le Catalogue de J. Birmingham (1877) qui contient 723 étoiles et sa nouvelle édition publiée en 1888 par Espin où l'on trouve 1524 étoiles, dont 418 entre l'équateur et le parallèle de 23° de déclinaison. Mais le travail aujourd'hui classique sur ce sujet est

le Catalogue publié en 1893 par A. Krüger (¹) et qui renferme 2297 étoiles jusqu'à la 10ᵉ grandeur. Les colorations y sont indiquées de deux façons différentes, tantôt par les chiffres de l'échelle de Dunér, tantôt au moyen d'une classification spéciale un peu plus détaillée, et le Tableau ci-dessous donne ces échelons avec la répartition des étoiles pour chacun d'eux :

Colorations.	Nombre d'étoiles.	Nombre relatif en centièmes.
Blanc	2	0
Blanc jaunâtre	15	1
Jaune blanchâtre	32	2
Jaune	345	21
Orangé	58	4
Jaune orangé	12	1
Rouge jaunâtre	107	7
Jaune rougeâtre	189	11
Rouge orangé	1	0
Orangé rouge	185	11
Rouge orangé pâle	166	10
Orangé rougeâtre	1	0
Rouge pâle	70	4
Rougeâtre	83	5
Rouge	296	18
Très rouge	71	0
Total	1632	

On voit que les maxima du nombre d'étoiles ont lieu vers le jaune et le rouge (4 et 9 de Dunér) qui renferment à eux deux près de la moitié du nombre total des étoiles classifiées.

549. *Liste des étoiles colorées jusqu'à la quatrième grandeur.* — Nous donnons ici, d'après Krüger, la liste des étoiles colorées jusqu'à la grandeur 4,0 (²) :

(¹) A. Krüger, *Catalog der farbigen Sterne zwischen der Nordpol und 23 Grad südlicher Declination mit besonderer Berücksichtigung des Spectraltypus* (*Publication der Sternwarte in Kiel*, VIII).

(²) Les grandeurs entre [ ] sont celles de la *Bonner Durchmusterung*, et les autres celles de la *Connaissance des Temps*.

Noms.	Gr.	Couleur en lettres.	Couleur en chiffres.
γ Pégase	2,8	Blanc	"
δ Andromède	[3,3]	Jaune	4,0
α Cassiopée	var.	Jaune	4,8
β Baleine	2,2	"	4,7
ζ Andromède	4,4	"	4,7
η Baleine	3,6	Blanc jaunâtre	4,2
β Andromède	2,2	"	5,5
γ Andromède	[2,0]	Jaune	5,5
η Persée	[3,5]	Orange	6,4
α Baleine	2,6	Jaune	6,8
γ Éridan	3,0	Orange	6,7
α Taureau	1,0	Jaune rougeâtre	"
ζ Cocher	[3,6]	Orange	4,5
ε Lièvre	3,3	"	6,0
α Orion	var.	Rouge jaunâtre	"
η Gémeaux	3,2	"	6,0
μ Gémeaux	3,0	"	6,5
ε Gémeaux	[3,2]	"	5,7
β Gémeaux	1,2	"	4,0
40 Lynx	[3,1]	"	6,6
η Lion	[3,4]	Jaune blanchâtre	"
λ Hydre	[3,5]	Jaune rougeâtre	"
μ Grande Ourse	[3,1]	"	6,3
ν Hydre	3,3	Rouge	"
Ψ Grande Ourse	3,2	"	4,1
ξ Grande Ourse	3,8	Jaune blanchâtre	2,5
ν Grande Ourse	[3,4]	Blanc jaunâtre	4,6
λ Dragon	4,0	"	6,7
ε Corbeau	3,2	"	4,0
γ Vierge	2,8	Blanche	2,5
β Corbeau	2,8	"	4,0
δ Vierge	3,5	Jaune	6,5
ε Vierge	3,1	Jaune blanchâtre	1,5
γ Hydre	[3,0]	Jaune	2,6
α Bouvier	0,2	Jaune blanchâtre	6,2
γ Bouvier	[2,8]	"	4,0
ε Bouvier	2,6	Jaune	"
β Petite Ourse	2,2	"	4,4
δ Bouvier	3,5	Jaune	4,0
ι Dragon	3,5	Jaune	5,0
α Serpent	2,7	Jaune	4,3
δ Ophiuchus	2,8	"	7,0

Noms.	Gr.	Couleur en lettres.	Couleur en chiffres.
ε Ophiuchus	[3,3]	"	1,5
β Hercule	2,8	Jaune	1,6
κ Ophiuchus	3,4	Jaune	3,9
α Hercule	3,1	Rouge	"
π Hercule	3,4	Jaune	2,2
β Ophiuchus	2,9	Jaune	5,0
ξ Dragon	[3,5]	"	4,2
γ Dragon	2,5	"	6,6
δ Dragon	[3,4]	"	2,0
γ Aigle	2,8	Jaune	5,8
γ Flèche	[3,8]	Jaune	7,0
α_2 Capricorne	3,7	Rouge jaunâtre	5,7
γ Dauphin	[3,5]	"	1,4
ε Cygne	2,6	"	5,4
η_1 Céphée	[3,7]	"	4,2
β Verseau	2,9	Jaune	"
ε Pégase	2,4	Jaune	"
α Verseau	3,0	Jaune blanchâtre	"
λ Pégase	[3,9]	"	3,8
ι Céphée	[3,8]	"	3,5
β Pégase	var.	"	6,7
λ Andromède	[3,5]	"	4,0

550. *Conclusions. Janssen.* — Ainsi un nombre assez considérable d'étoiles ne sont pas blanches, mais ont des colorations certaines le plus généralement comprises du côté rouge du spectre.

Or, comme le dit M. Janssen [1] : « On peut admettre d'une manière générale que quand un soleil est formé et toutes choses égales d'ailleurs, plus sa température est élevée plus il remplira efficacement les fonctions d'astre rayonnant et plus longue sera la période pendant laquelle il pourra efficacement les remplir. L'âge des étoiles est lié à la température de leur matière. »

Celle-ci, d'autre part, se trahit en général par la couleur; l'âge des étoiles est donc lié à leur coloration, et le fait qu'elles sont diversement colorées prouve qu'actuellement toutes les étoiles ne sont pas arrivées au même degré de leur évolution.

---

[1] JANSSEN, *L'âge des étoiles* (Discours lu dans la *Séance publique annuelle des cinq Académies* du 25 octobre 1887).

« Les étoiles blanches ou d'un blanc bleuâtre sont des soleils dans toute la puissance de leur activité et qui la conserveront pendant d'immenses périodes de temps; celles de couleur blanc jaunâtre, jaune et même orangée sont des soleils dont les fonctions solaires semblent encore puissantes, mais qui ont cependant dépassé la jeunesse; enfin les étoiles de couleur orangé foncé jusqu'au rouge seraient parvenues à un degré plus prononcé encore de leur évolution sidérale, degré voisin de la décrépitude. »

551. *Variation de couleurs des étoiles. Schmidt. Sestini. Zöllner.* — Nos premières connaissances sur ce sujet datent d'une époque récente (1855) et sont dues à Schmidt (1).

La discussion des nombreuses observations faites par lui, de 1841 à 1855, conclut à la variation certaine de couleur des étoiles α Bouvier, α Hydre, α Orion, α Taureau, α Cocher et α Lyre, qui, jaunes ou blanches en 1841, se sont avancées peu à peu vers le rouge pour revenir ensuite au jaune ou au blanc.

En 1851, B. Sestini déduit de la comparaison de ses observations faites à Rome en 1845, avec celles qu'il entreprit à George-Town en 1850, l'existence de changements notables dans la couleur de 5 étoiles (sur 400 qu'il avait étudiées). Ce sont (2) :

Étoiles.	1845.	1850.
χ' Sagittaire.....	Orange foncé.	Jaune pâle.
η Aigle.....	Orange foncé.	Jaune.
χ Serpent.....	Jaune pâle.	Orange foncé.
θ Pégase.....	Blanc.	Orange.
γ Pégase.....	Bleu pourpre.	Blanc.

Ces observations furent confirmées plus tard (1868) par Zöllner à l'aide de son colorimètre (3); les trois étoiles γ Aigle, κ Persée et α Orion présentent, en effet, dans leurs déterminations faites à diverses époques, des différences tellement considérables et telle-

(1) J. Schmidt, *Ueber die Farbe von α Bootis nebst Bemerkungen über Farbenstützungen im Allgemeinen* (*Astronomische Nachrichten*, n° 999).

(2) B. Sestini, *Sui colori delle stelle* (*Memoria spectroscopio Collegio Romano;* 1851, p. 38).

(3) Zöllner, *Ueber Farbenbestimmung der Gestirne* (*Astronomische Nachrichten*, n° 1701).

ment plus grandes que celles des autres étoiles, qu'il y a lieu de considérer comme réelle une variation de leur coloration.

Ainsi, pour $\varkappa$ Persée, la couleur serait mesurée par un angle de 48°,6 le 18 août 1860, et par un angle de 31°,2 le 26 mars 1868; de même pour α Orion, elle serait de 36°,0 le 15 décembre 1862, et de 55°,1 le 14 mars 1868; pour γ Aigle, Zöllner a obtenu :

45°,0 le 18 août 1860,
38,2 le 20 août 1860,
33,8 le 23 août 1860,
36,0 le 24 septembre 1860,
33,3 le 27 septembre 1860.

La variation de couleur de cette étoile serait donc périodique et la durée de cette période serait probablement très courte (1).

Vers 1867, H. Klein signalait un changement périodique de couleur dans α de la Grande Ourse; d'après lui, cette étoile passe en trente-six jours du rouge feu au jaune rougeâtre ou jaune (2). Revenant sur cette question en 1869, il donna $32^j,6$ comme durée de la période; c'est à fort peu près la durée, 33 jours, qu'obtint H. Weber à l'aide d'une série de 300 observations s'étendant d'août 1876 à novembre 1877.

Un peu plus tard, Weber constata que β Grande Ourse passait en vingt ou vingt-trois jours par les nuances blanc bleuâtre, jaune blanc et blanc jaunâtre; de son côté, Goldschmidt a reconnu que ζ Persée varie du rouge au blanc en passant par les nuances rose orange et jaune : de même, d'après Tornwall Köhl, les couleurs de ζ Bouvier et de η Gémeaux éprouveraient des changements périodiques dont la durée serait d'environ un mois (3).

On doit donc considérer comme démontré que les *couleurs d'un certain nombre d'étoiles varient assez rapidement, que,*

---

(1) Il est regrettable que l'échelle de comparaison des degrés colorimétriques et des nombres de coloration faite par Schmidt (*Astronomische Nachrichten*, n° 1902) ne soit point assez étendue pour permettre la traduction des degrés de Zöllner en nombres de Schmidt.

(2) H. Klein, *Ueber den periodischen Farbenwechsel von α Ursæ majoris* (*Astronomische Nachrichten*, n°s 1663, 1733, 2111 et 2127).

(3) Il convient de ne comparer entre elles que les observations d'un même observateur, faites à peu près à la même distance zénithale et par des états analogues de l'atmosphère.

la plupart du temps, ces variations sont périodiques, et que parfois les durées des périodes sont fort courtes.

C'est là une conclusion inattendue et fort importante : En effet, l'explication la plus probable de ces courtes variations périodiques, si étranges au premier abord, consiste à admettre que ces variables colorées sont des étoiles doubles à éclipses, dont les composantes diffèrent plutôt par la couleur que par l'éclat : elles formeraient ainsi un nouvel échelon de transition entre les variables du type Algol et celles du type β Lyre. Rien de plus facile d'ailleurs que de soumettre cette conjecture au contrôle de l'expérience, la plupart des étoiles qui précèdent étant, par leur éclat, des plus facilement abordables aux études spectrographiques.

II. — Étoiles doubles.

Lors des belles observations qui le conduisirent à la découverte des étoiles doubles, le grand Herschel notait avec soin, toutes les fois que cela était possible, la coloration de chacune des composantes des systèmes binaires.

Cette règle fut suivie par W. Struve dans les observations des *Mensurae micrometricae,* et la comparaison raisonnée que fit cet illustre astronome de ces deux séries de données forme la base la plus importante de nos connaissances sur ce sujet.

552. *Comparaison des résultats de W. Struve et de W. Herschel.* — Le Catalogue de W. Herschel et celui de W. Struve présentent une différence systématique intéressante: les étoiles blanches de Struve sont rougeâtres pour Herschel, les rougeâtres sont rouges et ainsi de suite. Cette différence correspond à la différence de nature des instruments qu'employaient les deux astronomes : la lunette de Fraunhofer dont se servait Struve était à peu près rigoureusement achromatique, tandis que les miroirs métalliques des télescopes herschéliens coloraient légèrement en rouge les images réfléchies.

Une correction systématique doit donc être apportée à l'un des Catalogues, celui de W. Herschel, par exemple; ceci fait, on constate que les résultats des deux observateurs sont très concordants, sauf pour six systèmes binaires, dont les écarts sont grands, ainsi

que le montre le Tableau suivant, où pour plus de sûreté j'ai conservé les notations elles-mêmes des deux astronomes :

Étoiles.	W. Herschel.	W. Struve.
32 Orion.....	Fine white — White inclined to rose colour	Flava — Cœrulea
41 Cocher.....	White — Gray inclining to red	Egregie albæ
λ Ophiuchus ..	White — Blue	Flava — Sub cœrula
95 Hercule.....	White — Bluish white	Flava sub rubra — Flava sub viridis
p Ophiuchus...	White — Inclining to red	Flava purpurea
H III 56.....	Both red	Alba sub flava — Alba sub rubra

Nous reviendrons plus loin (n° 555) sur ces différences.

553. *Discussion des résultats.* — W. Struve dans sa discussion adopte la division en *brillantes* et *restantes* indiquée plus haut (247), division fort logique ici puisque dans les brillantes seules on peut toujours apprécier les couleurs des deux composantes.

a. Étoiles brillantes. — Sur 596 systèmes brillants que contiennent les *Mensurae micrometricae* on en compte 476 où la couleur est la même, et 120, c'est-à-dire le cinquième de l'ensemble, où ces couleurs sont différentes :

1° *Systèmes où les composantes ont même couleur.* — Parmi les systèmes où la coloration est la même, les couples blancs sont de beaucoup les plus nombreux; sur les 476 de cette classe on en trouve, en effet,

295 où les deux composantes sont blanches,
118 où elles sont jaunes ou rougeâtres,
63 où elles sont bleuâtres ou bleues.

D'autre part, les couples colorés qui correspondent à l'extrémité rouge du spectre y sont deux fois plus nombreux que ceux qui correspondent à l'extrémité bleue; cette différence tient peut-être

à la difficulté d'apprécier, dans le blanc, l'introduction d'un peu de lumière bleue; on serait alors porté à rattacher à cette dernière classe les 78 couples au blanc duquel Struve attache un caractère particulier d'éclat (*egregie albæ*), on aurait alors

217 couples	à composantes	blanches
118	»	jaunes
141	»	bleues

ce qui rétablirait sensiblement l'égalité.

A un autre point de vue, ces 476 couples se partagent en

375 dont les composantes ont la même couleur et la même intensité,
101 dont les composantes ont la même couleur et des intensités différentes.

2° *Couples où les composantes ont des couleurs différentes.* — Ces 120 couples se classent ainsi

Jaune à bleu	52
Jaune à bleuâtre	52
Vert et bleu	16

les cinq sixièmes de ces couples ont des couleurs ou *nettement complémentaires* ou *très sensiblement complémentaires.*

3° *Couples à compagnon bleu.* — Si l'on ajoute à ces 120 couples les 141 indiqués précédemment comme ayant les deux composantes bleues, on voit que, sur un total de 596 systèmes *brillants,* 261 ou les *quatre dixièmes*, *ont le compagnon bleu ou bleuâtre.*

Le Catalogue d'étoiles doubles australes de J. Herschel est ici de peu de secours, car il n'y a indiqué que fort rarement les couleurs des deux composantes; on y trouve cependant 51 de ces systèmes, qui se décomposent ainsi :

Nombre.	Étoile principale.	Compagnon.
21	Jaune	Bleu
9	Rouge	Bleu
4	Orange	Bleu
5	Rouge orange	Vert
3	Blanche	Jaune
1	Orange	Jaune
8	Blanche	Rouge

soit sur le nombre total 34 *couples où le compagnon est bleu* et, d'autre part, 30 *où les couleurs des composantes sont complémentaires ou sensiblement complémentaires.*

4° *Comparaison des différences de grandeur et de coloration.* — La comparaison des différences de grandeur avec la coloration est également intéressante : elle résulte des Tableaux suivants :

Composantes de même couleur.

		Différence de grandeur		
		moyenne.	maximum.	minimum.
78	systèmes blancs (*egregie*)	0,36	1,2	0,0
217	» blancs	0,46	2,5	0,0
27	» blanc jaunâtre	0,20	0,5	0,0
25	» jaunâtres	0,34	1,5	0,0
11	» jaunes	0,59	1,3	0,0
2	» jaune d'or	0,45	0,6	0,3
5	» verts	0,76	2,1	0,0
375	Moyenne totale	0,42		

Composantes de couleurs analogues.

30	systèmes de blanc et jaune	0,82	2,3	0,0
13	» jaune et jaune	0,82	3,5	0,0
58	» blanc et bleuâtre	1,38	4,1	0,1
	Moyenne totale	1,14		

Composantes de couleurs différentes.

52	systèmes de jaune et bleu	1,58	5,0	0,4
52	» jaunâtre et bleuâtre	1,92	4,0	0,6
16	» vert et bleu	2,79	6,1	1,0
	Moyenne totale	1,88		

Les moyennes 0,42, 1,14 et 1,88 vont progressivement en augmentant, et les écarts entre les trois valeurs sont tellement grands qu'on ne peut concevoir aucun doute sur la vérité de cette assertion que *la différence de grandeur des deux composantes d'un système binaire coloré est d'autant plus grande que les écarts de coloration sont eux-mêmes plus grands.* Cette loi est fort importante.

b. Étoiles restantes. — Dans les couples que Struve appelle *restants* on est loin de pouvoir toujours déterminer les couleurs des deux composantes; ainsi sur les 1930 de ces couples contenus dans son Catalogue on ne connaît les couleurs des deux composantes que pour 707 d'entre eux, soit à peu près le tiers. Sur ces 707 couples 550 ont la même couleur à la même intensité; dans les 207 autres les composantes diffèrent soit par la couleur, soit par l'intensité de la coloration; c'est sensiblement la même proportion que dans les groupes brillants. D'ailleurs le nombre des groupes blancs parmi les premiers est relativement plus considérable encore que dans les groupes brillants.

Dans les groupes à composantes de couleurs différentes, on rencontre la même variété que plus haut.

Il nous paraît inutile d'en faire l'analyse complète.

554. *Réalité de ces différences de couleurs.* — « En voyant dans les Catalogues d'étoiles doubles tant de combinaisons binaires de rouge et de bleu verdâtre, de jaune et de bleu, il me vint à l'esprit, dit Arago [1], que les teintes bleue ou verte de la petite étoile n'avaient rien de réel, qu'elles étaient le résultat d'une illusion, un simple effet de contraste. » On sait, en effet, qu'une faible lumière blanche paraît verte dès qu'on en approche une forte lumière rouge; qu'elle passe, au contraire, au bleu ou au violet lorsque la vive lumière environnante est orange ou jaune; et l'on rencontre dans les systèmes binaires un assez grand nombre de pareilles combinaisons de couleurs pour qu'on soit en devoir d'examiner de près cette hypothèse.

Il y a lieu de remarquer d'abord que dans le Catalogue de W. Struve sur les 241 à compagnon bleu 104 seulement ont des couleurs complémentaires; d'autre part, la question est bien facile à trancher dans chaque cas particulier. Il suffit de cacher l'étoile principale avec une lame tendue sur la plaque du micromètre de la lunette en laissant le compagnon visible dans le champ : si la coloration de celui-ci persiste, elle lui appartient bien réellement; si au contraire elle disparaît, c'est qu'elle n'était antérieurement

---

[1] Arago, *Notice sur la coloration des étoiles doubles* [*Connaissance des Temps* pour 1828 (publiée en 1825)].

qu'une illusion d'optique. L'expérience montre que le premier de ces deux cas est de beaucoup le plus général et qu'en conséquence, quelque surprenant que ce fait puisse nous paraître, la différence de coloration des deux composantes d'un grand nombre de systèmes binaires est une réalité objective.

Une occultation d'Antarès par la Lune fournit en 1858 à Dawes l'occasion de faire une démonstration analogue; le compagnon (7e grandeur) vert d'Antarès émergea le premier du bord non éclairé avec sa couleur verte ordinaire et quelques instants après, lorsque l'étoile principale apparut à son tour, ce fut avec sa couleur rouge de feu habituelle.

555. *Les colorations des composantes des systèmes binaires sont variables.* — Nous avons vu que sur le grand nombre des couples communs à W. Herschel et à W. Struve il y avait entre leurs appréciations de couleurs des différences certaines pour les six étoiles : 32 Orion, 41 Cocher, λ Ophiuchus, 95 Hercule, *p* Ophiuchus et H III, 56.

Ces différences ont été confirmées par Smyth pour l'une d'entre elles, 95 Hercule, mais en même temps il en a donné une explication fort curieuse et qui semble pouvoir être généralisée. En effet, la comparaison de ses observations avec celles de Sestini, Fletcher, Wrokesley et Cleters lui a montré que, dans une période d'environ douze ans, l'étoile principale de ce couple passait du jaune au vert et du vert au jaune, tandis que de son côté le compagnon passait du jaune au rouge et du rouge au jaune.

Les différences trouvées par ces deux observateurs paraissent donc devoir être attribuées aux variations périodiques de couleur des deux composantes ou tout au moins de l'une d'elles.

Ainsi non seulement *les composantes des systèmes binaires ont fréquemment une coloration, et par suite une constitution physique, différente; mais encore il est démontré que pour quelques-uns d'entre eux la coloration, et par suite la constitution physique, des deux composantes varie périodiquement.*

III. — Systèmes multiples.

556. *Coloration des systèmes multiples.* — D'après W. Struve, quatorze systèmes triples (distance $< 32''$) sont colorés et, parmi eux, cinq ont les trois composantes de même couleur : blanche pour quatre d'entre eux et jaune pour le cinquième, celui de ζ Écrevisse; neuf présentent, au contraire, des différences de coloration : pour sept, deux composantes ont même couleur, et, pour les autres, les trois composantes ont des couleurs différentes.

On rencontre, dans le Catalogue austral de J. Herschel, trois étoiles triples colorées; mais, pour deux d'entre elles, il n'indique que les couleurs (orange pâle et très rouge) de la composante principale; pour le troisième groupe, les couleurs sont : A blanche, B très rouge et C blanche.

Comme exemple de systèmes plus compliqués, je citerai le système sextuple de σ Orion (n° 482), dont les couleurs sont blanc, gris pâle, rouge, rouge vineux, rouge sombre et bleu.

De son côté, Dunlop (1) signale dans le Ciel austral un groupe de 3′,5 de diamètre où toutes les étoiles sont bleuâtres; plus intéressant encore est l'amas coloré qui environne κ de la Croix du Sud, décrit la première fois par J. Herschel; il a été rétudié depuis avec beaucoup de soin par C. Russell (2). Il se compose de 170 étoiles, pour la plupart de grandeur comprise entre la 10e et la 15e (la plus brillante est une 6gr,5) et renfermées dans un espace égal à la quarantième partie d'un degré carré : mais une vingtaine des plus brillantes d'entre elles, et situées à peu près en son milieu, offrent toutes les couleurs de l'arc-en-ciel, depuis le rouge jusqu'au bleu, en passant par le jaune, si bien que, dans une lunette suffisamment puissante, cet amas fait l'effet d'un « *splendide bijou chargé de perles et de brillants* » (*fig.* 103).

Les observations de ces systèmes sont d'ailleurs trop peu nom-

(1) Dunlop, *A Catalogue of nebulæ and clusters in the southern hemisphere* (*Philosophical transactions of the Royal Society of London*; 1828).

(2) W. C. Russell, *The coloured cluster about κ Crucis* (*Monthly notices of the Royal astronomical Society*, vol. XXXIII, 1873, p. 66 et suiv.

557. *Conclusion générale.* — Il ressort de cet ensemble de faits une conséquence fort importante. Parmi les systèmes stellaires doubles et multiples, aussi bien que parmi les amas d'étoiles, il en existe un certain nombre où, malgré le lien physique qui unit leurs composantes et qui sans doute les fait dériver, à l'origine, d'une même masse de matière, celles-ci ont au même instant des couleurs et, par suite, des constitutions physiques différentes et, en conséquence, *ont atteint à cet instant des stades bien différents de leur évolution sidérale.*

CHAPITRE XXIV.

CENTRE DYNAMIQUE DE NOTRE AMAS STELLAIRE. SOLEIL CENTRAL.

I. — Historique.

En terminant le Chapitre VI, relatif à l'étude de la Voie lactée, nous disions : « *Au lieu d'être isolées dans l'espace infini, toutes les étoiles dépendent les unes des autres, font partie d'un vaste ensemble dans lequel chacune d'elles agit sur les autres en même temps qu'elle subit leurs actions.* »

Tous les faits étudiés dans ce Volume confirment et étendent la portée de cet énoncé en démontrant qu'il s'applique tout aussi bien aux différents groupes, quelle que soit leur complication, dont nous avons constaté l'existence au sein de cet immense monde stellaire. Le moment est venu de préciser la nature de cette action réciproque et, s'il est possible, d'en calculer les effets.

558. *Considérations générales. Mädler.* — Cette action, et c'est la conclusion évidente des études que nous venons de faire, est ce mode de liaison que Newton a symbolisé sous le nom de *gravitation universelle;* ce sont donc leurs attractions réciproques qui régissent leurs mouvements et déterminent les conditions d'équilibre dynamique du système tout entier.

Mais ces études nous ont appris en même temps que, dans cette immense collection d'étoiles et de groupes plus ou moins complexes d'étoiles, aucune d'elles n'a une masse considérable relativement à la moyenne; il n'y existe pas de masse prépondérante comme celle de notre Soleil dans le système planétaire qu'il gouverne.

Le monde stellaire nous apparaît donc comme un ensemble de points matériels de masses peu différentes, les uns en apparence isolés, les autres réunis en groupes ou amas parfois très riches, formant un tout déterminé, limité, et dont les mouvements relatifs, et la stabilité comme ensemble sont uniquement déterminés par leurs attractions réciproques et les conditions initiales de leur formation.

En même temps, en effet, que, par suite de la condensation de la matière nébuleuse en certains points déterminés, des noyaux stellaires voyaient en naissant leurs éléments constituants prendre un mouvement rotatoire d'ensemble, chacun d'eux, par suite de l'attraction des noyaux déjà formés, était lancé dans l'espace pour y suivre, dans le cours des âges, une route plus ou moins compliquée.

Or, il résulte des lois générales que tous ces mouvements partiels peuvent être considérés comme *émanant* d'un certain centre d'action commun pour tous, lequel, quoique pouvant ne point être attaché, faire corps avec un des astres considérés et n'étant qu'une simple expression mathématique, remplit néanmoins le même rôle à leur égard que le Soleil vis-à-vis des mouvements des planètes. Quelle est la position de ce centre d'action? Tel est le problème que nous nous proposons actuellement de résoudre, en prenant comme guide la série des Mémoires où, de 1846 à 1858, l'illustre Mädler l'a traité d'une façon magistrale (1).

Si nous connaissions, à un moment donné, les positions et les masses des différents astres qui composent la Voie lactée, ainsi que les grandeurs et les directions de leurs vitesses, nous pourrions, en partant de la loi connue suivant laquelle ils s'attirent, trouver le centre cherché. Mais, en réalité, ces positions, ces masses et ces vitesses nous sont inconnues, de sorte qu'une solution rigoureuse du problème nous est interdite; mais on peut, par une voie indirecte, en obtenir une solution qui semble devoir être tout au moins assez approximative.

---

(1) J.-H. von Maedler, *Die Centralsonne* (Dorpat, 1846). — *Die Eigenbewegung der Fixsterne in ihrer Beziehung zum Gesammtsystem* (Dorpat, 1857). — *Der Fixsternhimmel*, 1858, p. 143 et suivantes.

II. — Démonstration de Mädler.

559. *Retour sur la constitution de la Voie lactée. W. Herschel. J. Herschel, Mädler.* — En premier lieu il faut chercher à bien définir la forme et la constitution de notre amas stellaire, c'est-à-dire de la Voie lactée. Or, pour un observateur placé aussi profondément que nous à l'intérieur de cette immense collection d'étoiles, dont la projection sur la sphère céleste est d'aspect si compliqué, une pareille détermination offre évidemment une grande difficulté; il n'y a donc pas lieu de s'étonner des modifications successives des idées, toujours d'ailleurs plus ou moins hypothétiques, qui ont eu cours sur ce sujet parmi les astronomes depuis les premiers travaux de W. Herschel.

En 1785, cet illustre astronome la considérait comme « formant une strate dont l'épaisseur est petite, en comparaison de sa longueur et de sa largeur. Dans cette strate, la Terre occupe une place peu éloignée du milieu de l'épaisseur, et voisine de l'endroit où elle se subdivise en deux lames principales, inclinées d'un petit angle l'une par rapport à l'autre ». C'était alors pour lui un ensemble d'une forme connue et de dimensions déterminées.

A la fin de ses travaux (1814-1818), il n'est plus question de figure précise pour la Voie lactée; W. Herschel a reconnu qu'il lui était expérimentalement impossible d'en atteindre les limites extérieures, et se bornant au simple énoncé des faits observés par lui, il la définit « *une collection immense d'amas d'étoiles surtout irrégulièrement condensés* ». Mais cette collection, malgré son irrégularité de distribution, forme encore un ensemble à peu près continu, et comme son épaisseur est relativement très faible, les astronomes contemporains ou successeurs immédiats du grand Herschel ont admis que *le système de la Voie lactée forme une vaste couche ou strate stellaire sensiblement continue et de faible épaisseur relativement à ses dimensions latérales, dont l'étendue et la forme extérieure sont absolument inconnues.* C'est en particulier l'opinion exprimée par W. Struve [1].

---

[1] W. Struve, *Astronomie stellaire,* p. 63.

Mais l'étude si attentive que fit J. Herschel du Ciel austral l'amena à une conception différente, que Mädler précisa plus tard : d'après eux, la Voie lactée n'est point une strate, ou couche stellaire, continue ; ce que nous appelons ainsi se composerait *d'un amas stellaire intérieur, l'amas des fixes, entouré par un grand système annulaire de forme indéterminée;* et la division en deux branches de la Voie lactée dans les deux tiers de son cours, depuis la constellation du Cygne jusqu'aux environs du pôle austral, exige que nous y admettions l'existence *de deux anneaux voisins, ou mieux se succédant l'un à l'autre.*

En effet, nous avons démontré que le Soleil n'est pas situé au centre du système de la Voie lactée, mais sur une normale au plan du cercle galactique peu éloignée de la normale centrale et vers la plus grande moitié du Ciel par rapport à la Voie lactée [1]; il résulte de cette position excentrique de notre Soleil que d'un côté nous pouvons regarder au-dessus du plan central ainsi qu'à travers les deux anneaux et la Voie lactée nous paraît alors dédoublée, tandis que dans la direction opposée, les deux anneaux se recouvrant par perspective, la Voie lactée a une apparence simple.

Quelle est la forme exacte de l'amas intérieur et celle des anneaux? Nous l'ignorons ; mais nous pouvons affirmer que la première est certainement lenticulaire et que quant à la seconde elle ne s'éloigne pas beaucoup de correspondre à une section elliptique et d'être très sensiblement symétrique par rapport au plan galactique.

560. *Loi de l'attraction. Conditions qui en résultent.* — Quoi qu'il en soit, l'amas intérieur et les deux anneaux forment évidemment un seul et même système attractif et le centre de gravité de l'amas ne diffère pas sensiblement du centre de gravité de l'ensemble, pas plus que la loi définissant l'attraction de l'amas sur un point intérieur ne peut différer sensiblement de la loi d'attraction de l'ensemble sur le même point.

Ceci posé, la loi qui régit l'attraction de l'amas sur un point intérieur dépend évidemment de sa forme extérieure et de sa con-

---

[1] La Voie lactée partage la sphère céleste en deux parties dont les aires sont dans le rapport de 8 à 9. La plus grande partie contient l'équinoxe d'automne.

stitution. L'hypothèse de l'égale répartition des étoiles n'étant pas très éloignée de la vérité, nous l'adopterons et nous supposerons successivement l'amas intérieur comme formant un amas globulaire sphérique, et ensuite comme une couche limitée à deux plans parallèles : Sa constitution étant évidemment intermédiaire entre les deux, l'ensemble de leurs propriétés communes nous renseignera, tout au moins approximativement, sur la loi cherchée.

Or, on démontre aisément que :

1° Dans le cas de l'amas globulaire sphérique, toutes les étoiles composantes tournent dans le même temps suivant des cercles autour du centre C d'attraction, et que, par suite les déplacements réels de chacune d'elles, pendant l'unité de temps, sont proportionnels à leurs distances à ce centre C.

2° Dans le cas de la couche stellaire d'épaisseur relativement faible, les carrés de ces temps de révolution sont proportionnels aux distances au centre d'attraction ; et, par suite, les déplacements réels de chaque étoile, pendant l'unité de temps, sont proportionnels aux racines carrées de leurs distances au centre C.

Il résulte donc de ces deux énoncés que dans l'amas stellaire considéré, et par suite dans le système d'ensemble formé par la Voie lactée, *les déplacements réels des composantes pendant l'unité de temps sont nuls au centre* C, *très faibles en son voisinage et vont en croissant progressivement dans chaque direction, depuis le centre* C *jusqu'aux limites extérieures du système où ils seraient maxima.*

Si nous connaissions les déplacements réels d'un assez grand nombre d'étoiles, la première de ces conditions donnerait de suite la position du centre C, la seconde lui servant ensuite de contrôle; mais nous n'en avons les valeurs que pour un bien petit nombre de ces astres; il faut donc procéder d'une façon indirecte et approximative.

561. *Application de ces conditions. Premier lieu géométrique du point* C. — Une première remarque limitera le champ de notre recherche.

Notre Soleil étant une étoile simple, la suite de ses positions dépend uniquement du lien général qui régit le système, lien en vertu duquel il se meut dans une orbite décrite autour du

point central C. Si donc nous pouvions affirmer que (l'amas étant globulaire) cette orbite est un cercle, nous serions par là même assurés que le point C est à angle droit du point O de la sphère vers lequel le Soleil se meut (n° 134); le grand cercle, décrit de ce point O comme pôle et passant par Persée, le Bélier, le Taureau, puis à travers l'équateur par Pégase 8° à l'ouest du point vernal, contiendrait évidemment le point central, et c'est sur ce grand cercle qu'il conviendrait de le chercher; cette conception n'est certainement qu'approximative, mais elle n'en donne pas moins une indication importante.

Nous sommes ainsi amenés à examiner quelles sont, parmi les étoiles que rencontre ce grand cercle, celles dont les déplacements réels sont ou nuls, ou tout au moins fort petits.

En raison du mouvement de translation du Soleil, ceci revient à chercher les étoiles dont les déplacements sont identiques en grandeur et de direction opposée à celui du Soleil.

Mais l'observation ne donne que les valeurs angulaires des déplacements des étoiles vues du Soleil, et dans l'ignorance où nous sommes de leurs distances à cet astre, nous ne pouvons en déduire leurs valeurs linéaires : notre comparaison doit donc se borner aux directions, de sorte que, pratiquement, la condition précédente se réduit à celle-ci : « *Une étoile située au point central ou en son voisinage immédiat doit avoir pour direction de son mouvement propre celle que lui assignerait son mouvement parallactique seul.* »

Sur le trajet du grand cercle décrit plus haut, les seules étoiles du Catalogue de Mädler satisfaisant sensiblement à cette condition forment un groupe, occupant à peu près le septième de ce grand cercle à 90° de distance de son nœud sur le cercle galactique et voisin de la constellation du Taureau ; ce sont, avec les valeurs de l'angle que leur mouvement propre apparent fait d'après lui avec leur mouvement parallactique, les étoiles :

γ Bélier	+10°
4 Taureau	+ 7
1 Gémeaux	+12
Les Pléiades	+12
α Taureau (approximativement)	+ 3
101 Taureau	+12

562. *Choix parmi les étoiles. Détermination du centre d'action.* — Il semble assez rationnel de placer de préférence ce centre d'action là où se trouvent le plus grand nombre d'étoiles voisines satisfaisant à la condition indiquée; or, voici les angles analogues aux précédents pour les douze étoiles principales du groupe des Pléiades :

	°		°
Celeno.....	+ 4,2	Mérope.....	—10,2
Électre.....	— 3,9	24 *p*.....	— 21,4
18 *m*.....	— 17,9	Alcyone.....	— 2,8
Taygète.....	—25,4	26.....	+ 4,2
Maïa.....	— 1,1	Atlas.....	—27,1
Astérope.....	— 14,4	Pléione.....	—18,5

Ces angles sont, en général, peu considérables, aussi Mädler a-t-il placé le centre d'action C dans le groupe des Pléiades; et, comme parmi ses étoiles Alcyone, la plus belle du groupe, est une de celles pour laquelle la différence des deux directions est la plus petite, le point C ne peut, d'après Madler, en être très éloigné. Nous l'admettrons avec lui et, sans d'ailleurs attribuer à ces termes un sens absolument strict, nous considérerons *Alcyone comme le Soleil central de notre amas stellaire;* nous allons, de plus, confirmer ce choix par une série d'autres considérations.

563. *Première condition de vérification. Augmentation continue des mouvements propres avec la distance angulaire à Alcyone.* — Si le point que nous venons d'indiquer est bien au centre d'attraction de notre amas stellaire, les déplacements réels des étoiles composantes doivent croître progressivement avec leur distance à ce centre. La vérification directe de cette loi est impossible; mais on peut y arriver d'une façon détournée en se limitant aux résultats moyens de groupements d'un grand nombre d'étoiles, car nous pouvons alors, dans la vérification de la condition précédente, substituer aux quantités elles-mêmes leurs valeurs angulaires sur la sphère, quantités qui nous sont données par l'observation.

1° Soit un cercle ayant son centre au Soleil S et passant par le point C, ainsi qu'une série de rayons S*a*, S*b*, ..., s'écartant progressivement de SC; si, sur chacun d'eux, nous prenons un

certain nombre de points α, α', α'', ..., β, β', β'', ..., soit à l'intérieur, soit à l'extérieur du cercle, la moyenne de leurs distances réelles au point C croîtra certainement avec la distance angulaire à ce même point, tant que cette dernière ne dépassera pas 60°; au delà, il en sera encore de même si le nombre des points extérieurs au cercle est beaucoup plus grand que celui des points intérieurs. Par conséquent si l'on trace sur la sphère, autour du point C comme pôle, et avec des rayons polaires croissant de 10° en 10° par exemple, une série de cercles concentriques, les distances moyennes au point C des étoiles contenues dans les zones annulaires successives iront certainement en augmentant, tout au moins jusqu'à 60°; et aussi au delà de cette distance angulaire, si les étoiles considérées sont en général plus éloignées de nous que le point C.

2° Pour la presque totalité des étoiles l'observation des mouvements propres nous donne seulement la projection sur la sphère de leur mouvement propre apparent, résultat de la combinaison des projections de leur mouvement réel et d'un mouvement égal et contraire à celui du Soleil. Soient e' la première, s' la seconde (e et s étant les valeurs réelles de ces mouvements), v l'angle que font entre elles les deux projections et r le mouvement propre résultant des observations; on a :

$$r^2 = e'^2 + s'^2 - 2e's'\cos v = (e' - s')^2 + 4e's'\sin^2\frac{v}{2}.$$

Or, l'angle v est indépendant de la position de l'étoile sur la sphère et par conséquent il doit avoir en moyenne la même valeur dans les différentes zones concentriques, ou tout au moins il n'y a aucune raison qu'il existe pour lui un accroissement ou un décroissement régulier; de même s' ne dépend pas de la distance angulaire à C, mais de la distance réelle à notre Soleil et de l'angle de projection, lequel est déterminé par la distance à O; v et s' sont donc des quantités pour lesquelles l'accroissement de la distance à C ne peut causer aucun accroissement ou décroissement légitime. e' seul désigne donc une quantité qui, dans les moyennes d'un certain nombre de résultats, doit montrer un progrès régulier et avec laquelle r doit aussi augmenter quoique en proportion moindre que e ou e'.

Les moyennes des mouvements propres apparents d'un nombre assez grand d'étoiles contenues dans les zones successives indiquées plus haut doivent donc aller régulièrement en croissant, tout au moins jusqu'à la distance de 60°. Or, le Catalogue de Mädler donne les résultats suivants :

Zones.	Nombre d'étoiles.	Mouvement propre moyen.	Plus fort mouvement propre observé.
I de 0° à 10°.....	45	7",71	25",3
II de 10 à 20.....	100	8,20	53,6
III de 20 à 30.....	189	9,78	119,9
IV de 30 à 40.....	264	9,79	409,1
V de 40 à 50.....	269	10,41	383,3
VI de 50 à 60.....	275	11,97	208,8

L'augmentation du mouvement propre est absolument régulière pour les six zones qui renferment en tout 1141 étoiles. On peut l'exprimer d'ailleurs simplement : soient ζ la distance angulaire d'une étoile à C, et r son mouvement propre apparent, et posons

$$r = a + b \sin \zeta;$$

les résultats qui précèdent conduiront à l'expression numérique

$$(1) \qquad r = 6'',916 + 5'',700 \sin \zeta.$$

avec les écarts suivants entre le calcul et l'observation :

Zones.	Calculé.	Observé.	O — C.
I.....	7,42	7,71	+0",29
II.....	8,01	8,20	—0,19
III.....	9,33	9,78	+0,45
IV.....	10,19	9,79	—0,40
V.....	10,94	10,41	—0,53
VI.....	11,59	11,97	+0,38

La formule (1) représente donc bien les observations; et, par suite, *pour Alcyone la condition précédente est remplie.*

564. — *Deuxième condition de vérification. Accroissement, avec la distance angulaire, de l'écart entre les directions des mouvements apparent et parallactique.* — L'observation donne

la direction ψ du mouvement apparent de chaque étoile par les relations

$$r \sin \psi = \Delta\alpha \cos \delta, \qquad r \cos \psi = \Delta\delta.$$

D'autre part, rien n'est plus facile que d'avoir celle φ de son mouvement parallactique : or, le premier étant la résultante du mouvement réel et du mouvement parallactique, sa direction s'écartera d'autant plus de celle du dernier que le mouvement réel sera plus considérable, et par suite que la distance à C, ou la distance angulaire qui la remplace dans les moyennes de groupements, sera elle-même plus considérable. *Les valeurs moyennes des différences* ($\varphi - \psi$) *obtenues pour des groupements d'un assez grand nombre d'étoiles doivent donc croître progressivement avec la distance angulaire.* Or, on a en réalité

Zones.	Nombre d'étoiles.	($\varphi - \psi$) moyen.
		°
I.....	32	39,98
II.....	70	46,43
III.....	128	55,45
IV.....	179	56,86
V.....	171	61,72
VI.....	186	62,59

les différences $\varphi - \psi$ vont donc en croissant régulièrement d'une zone à la suivante.

On en déduit, comme plus haut, l'expression

$$(\varphi - \psi) = 37^\circ,957 + 33^\circ,226 \sin \zeta,$$

avec les écarts O. — C. suivants entre le calcul et l'observation,

Zones.	O. — C.	Zones.	O. — C.
	°		°
I.....	—0,87	IV.....	—0,15
II.....	—0,13	V.....	+0,27
III.....	+3,45	VI.....	—2,58

dont la petitesse montre que cette formule représente bien l'ensemble des observations. *Pour Alcyone cette seconde condition est donc remplie.*

565. *Troisième condition de vérification. Écarts supérieurs à* 90°. — Aussi longtemps que e' ne surpasse pas s', la diffé-

rence ($\varphi - \psi$) est toujours moindre que 90° et l'angle des deux directions reste aigu. Un angle droit ou obtus n'est possible que si e' devient plus grand que s'; mais dans les régions les plus voisines de C il ne peut y avoir qu'un petit nombre d'étoiles pour lesquelles e' est supérieur à s' (elles sont évidemment à une grande distance de nous loin derrière C); dans ces régions on ne trouvera donc en moyenne que des angles aigus, ou tout au moins les autres y seront extrêmement rares, tandis qu'au contraire on les rencontrera de plus en plus fréquemment à mesure qu'on s'éloignera de C.

On peut donc dire que *le nombre proportionnel des différences* ($\varphi - \psi$) *supérieures à* 90° *doit croître continûment en s'éloignant de* C; *au voisinage optique immédiat de* C *la présence d'une pareille différence est invraisemblable.*

En réalité, on a pour le nombre n des cas où ($\varphi - \psi$) est supérieure à 90° et pour leur proportion p en centièmes dans chaque zone les résultats suivants

Zones.	n.	p.
I	1	3
II	8	11
III	27	21
IV	48	27
V	51	30
VI	55	30

qui croissent avec la distance à C. On peut les représenter par l'expression

$$p = 25^\circ,92 \sin\zeta + 9^\circ.59 \sin 2\zeta,$$

avec les écarts O. — C. :

Zones.	O. - C.	Zones.	O. - C.
I	$-0^\circ,8$	IV	$+2^\circ,9$
II	$-0,1$	V	$+2,0$
III	$+2,8$	VI	$-0,1$

malgré cet accord réel, il y a lieu de remarquer que le nombre des cas rencontrés dans chaque zone est toujours trop faible pour donner à la démonstration un bien grand poids, car en fait celle-ci repose uniquement sur 196 étoiles; il y a donc lieu de traiter la question d'une autre manière. C'est ce que nous ferons en com-

parant, au nombre total des étoiles de chaque zone, celui de ces étoiles pour lesquelles la différence $(\varphi - \psi)$ est supérieure à la valeur moyenne donnée par leur ensemble : on aura pour la proportion p' et en poussant jusqu'à une distance angulaire de 90° :

Zones.	Nombre d'étoiles.	p'.
I	4	13
II	16	23
III	33	26
IV	65	36
V	75	44
VI	78	42
VII	71	38
VIII	76	42
IX	82	41

résultats qui vont en croissant avec la distance à C et se traduisent par la formule

$$p' = 8,4 + 29,1 \sin\zeta + 10,7 \sin 2\zeta,$$

avec les écarts C. — O. :

Zones.	C. — O.	Zones.	C. — O.
	°		°
I	—0,3	VI	—0,4
II	+1,6	VII	—4,7
III	—3,1	VIII	+0,3
IV	+1,0	IX	1,6
V	+4,0		

Le nombre des étoiles étant ici de 500, la conclusion précédente doit être considérée comme tout au moins très probable : nous dirons donc que *pour Alcyone la troisième condition est satisfaite.*

566. *Conclusion définitive. Alcyone est le Soleil central.* — La conclusion définitive de cette analyse est évidemment que : *le groupe des Pléiades est le groupe central de notre système stellaire formé par la Voie lactée, et c'est en son intérieur que se trouve son centre d'action.*

Ce centre coïncide-t-il avec une des étoiles du groupe, et dans ce cas laquelle d'entre elles en serait le siège? ce sont là des questions qu'on ne peut résoudre avec la même certitude. Alcyone étant la plus brillante du groupe, en occupant optiquement le

milieu, et d'autre part satisfaisant très suffisamment aux conditions fondamentales, on est provisoirement autorisé à la considérer comme le centre dynamique du système tout entier; et, c'est en ce sens purement mathématique que Mädler lui donne le nom de *Soleil central.*

On peut d'ailleurs ajouter quelques considérations intéressantes à titre d'indications et de conjectures.

567. *Éléments de l'orbite du Soleil.* — Si à partir d'Alycone et en arrière d'elle, on prend sur le grand cercle déterminé par le plan de son mouvement apparent un arc égal à 111°30′,7, on trouve, à 2°36 au-dessus d'elle et au sud, le point O vers lequel se dirige le Soleil; résultat à fort peu près conforme à notre proposition théorique fondamentale, puisqu'un déplacement de 0″,20 du lieu d'Alcyone ou de 2°36′ du point O vers le sud suffit pour assurer leur coïncidence; l'arc précédent dépassant le quadrant de 21°30′,7, il en résulte que l'orbite de notre Soleil n'est pas circulaire, mais aussi que son excentricité est faible et comparable à celle d'un certain nombre d'orbites planétaires.

Le mouvement annuel du Soleil vu d'Alcyone étant égal au mouvement apparent 0″,0471 de celle-ci, la durée de sa révolution serait de *vingt-deux millions deux cent soixante-huit mille années* et contiendrait donc à peu près autant d'années terrestres qu'une de celles-ci contient de secondes, ou bien encore elle serait environ mille fois plus longue que la période de la rotation de l'axe terrestre par suite de la précession.

568. *Influence de la masse du groupe central.* — Dans l'hypothèse d'un centre tout à fait dépourvu de masse, nous avons vu que toutes les composantes d'un amas globulaire tournent dans le même temps : or, la masse de notre groupe central ne paraît pas devoir être considérée comme nulle.

Le groupe des Pléiades comprend, en effet, plusieurs milliers d'étoiles (1) tandis que son diamètre n'atteint pas le quarantième de la distance qui en sépare notre Soleil; et, s'il ne paraît exister

(1) C'est ce que montrent les observations photographiques, en particulier les belles épreuves de MM. Henry (*Pl. III*).

parant, au nombre total des étoiles de chaque zone, celui d étoiles pour lesquelles la différence $(\varphi - \psi)$ est supérieure valeur moyenne donnée par leur ensemble : on aura pour la portion p' et en poussant jusqu'à une distance angulaire de

Zones.	Nombre d'étoiles.	p'.
I	4	13
II	16	23
III	33	26
IV	65	36
V	75	44
VI	78	42
VII	71	38
VIII	76	42
IX	82	41

résultats qui vont en croissant avec la distance à C et se tradu par la formule

$$p' = 8,4 + 29,1 \sin\zeta + 10,7 \sin 2\zeta,$$

avec les écarts C. — O. :

Zones.	C. — O.	Zones.	C. — O.
	°		°
I	—0,3	VI	—0,4
II	+1,6	VII	—4,7
III	—3,1	VIII	+0,3
IV	+1,0	IX	1,6
V	—4,0		

Le nombre des étoiles étant ici de 500, la conclusion précé doit être considérée comme tout au moins très probable : dirons donc que *pour Alcyone la troisième condition est faite.*

566. *Conclusion définitive. Alcyone est le Soleil centr* La conclusion définitive de cette analyse est évidemment qu *groupe des Pléiades est le groupe central de notre sy stellaire formé par la Voie lactée, et c'est en son inté que se trouve son centre d'action.*

Ce centre coïncide-t-il avec une des étoiles du groupe, et ce cas laquelle d'entre elles en serait le siège? ce sont questions qu'on ne peut résoudre avec la même certitude. Al étant la plus brillante du groupe, en occupant optiquem

[illegible]

[illegible]

dans cet ensemble aucune masse réellement prépondérante, il n'en est pas moins vrai que la réunion d'un tel nombre de masses considérables au voisinage immédiat du centre ne peut être négligée au point de vue des modifications qu'elle apporte à l'attraction virtuelle de ce centre; en particulier, les durées de révolution des étoiles les plus voisines seront alors évidemment moindres que celles des étoiles plus éloignées.

Peut-être aussi l'action de cet ensemble de masses se montre-t-elle par la grande inclinaison du plan de l'orbite solaire sur celui de son équateur, inclinaison certainement voisine de 90°, puisque le point O, vers lequel se dirige le Soleil et par suite aussi, mais en sens inverse, le groupe central, a une latitude de 62°.

III. — Déductions hypothétiques.

569. *Distance du Soleil central.* — Il serait bien intéressant de connaître la distance qui nous sépare du groupe central; malheureusement, nous ne disposons à ce sujet d'aucune donnée directe, le beau projet de R. Pritchard sur la parallaxe d'Alcyone n'ayant abouti qu'à un résultat négatif; mais des considérations très probables, quoique de nature un peu hypothétique, nous permettent d'en avoir une notion approchée.

Nous prendrons comme point de départ la distance et le mouvement propre de la 61e du Cygne, quantités qui nous sont bien connues.

Tout d'abord, cette étoile et le Soleil sont sensiblement à la même distance du point C (Alcyone). En effet, le triangle formé par le point C, le Soleil S et la 61e du Cygne Y, donne, en désignant par s et c les angles en S et C,

$$\frac{CS}{CY} = \frac{\sin(s+c)}{\sin s} = \cos c - \cot s \sin c;$$

or, la distance SC du Soleil aux Pléiades étant nombre de fois plus grande que celle SY du Soleil à la 61e du Cygne, l'angle c est petit : d'autre part, l'angle s, distance angulaire d'Alcyone à la 61e du Cygne, est de 83°, 4 : le produit $\sin c \cot s$ est donc une quantité

fort petite et le rapport $\frac{CS}{CY}$ diffère fort peu de $\cos c$, c'est-à-dire de l'unité.

De cette égalité des distances au Soleil central on en conclut l'égalité de leurs mouvements réels autour de ce centre.

Or, le mouvement propre de la 61e du Cygne étant l'un des plus forts que nous connaissions (522″,1 par siècle), nous admettrons qu'il se produit perpendiculairement à la ligne de visée; et comme il est le troisième côté d'un triangle dont les deux autres sont le mouvement angulaire réel de l'étoile et la projection du mouvement du Soleil et dont les angles sont connus, on en déduit pour la valeur ρ de ce mouvement angulaire par siècle

$$\rho = 441'',51,$$

lequel est aussi le mouvement angulaire séculaire de notre Soleil vu directement d'une distance égale à celle de la 61e du Cygne : projeté sur la ligne qui va du Soleil aux Pléiades, il correspond à un arc de 410″.75 vu à la même distance. Or le mouvement séculaire de notre Soleil vu du centre C, lequel est égal au mouvement propre d'Alcyone, est de 5″,82; les distances CS et SY sont donc dans le rapport

$$\frac{SY}{CS} = \frac{5,82}{410,75} = \frac{1}{76,1};$$

adoptons pour la parallaxe de la 61e du Cygne la valeur 0″,3483 donnée par Bessel et Peters, nous en déduirons pour celle d'Alcyone le nombre

$$0'',0046,$$

et, pour sa *distance à notre Soleil en unité astronomique*,

$$45\,135000,$$

ou, en *temps de lumière*,

$$715 \text{ ans}.$$

On en déduirait, pour le déplacement orbital de notre Soleil autour de C, une vitesse de

$$61^{km},5 \text{ à la seconde}.$$

vitesse à peu près double de celle de la Terre dans son orbite annuelle.

Mais ces résultats numériques résultant de deux hypothèses, il convient de les contrôler par comparaison avec d'autres obtenus par des voies différentes et plus sûres.

Nous avons vu (n° **147**) comment la méthode spectrale donne directement la vitesse linéaire du déplacement solaire : or, la valeur précédente concorde presque exactement avec le résultat (60^{km}) de la première de ces déterminations, faite par von Kovesligethy; mais les observations spectrales ultérieures ont conduit à des valeurs beaucoup plus faibles, si bien que la moyenne des déterminations les plus récentes de Kempf et Risteen donne pour cette vitesse, en chiffres ronds,

$$16^{km} \text{ à la seconde.}$$

Avec elle, la parallaxe d'Alcyone serait de

$$0'',017,$$

la distance de notre Soleil au centre du système deviendrait

$$11\,876\,000, \text{ en unité astronomique,}$$

ou

$$192 \text{ ans, en temps de lumière.}$$

et par suite très sensiblement la distance moyenne des étoiles de 7e grandeur. Ce sont les nombres que nous adopterons.

570. *Masse stellaire comprise dans la sphère aboutissant à notre Soleil.* — La troisième des lois de Képler

$$M = \frac{a^3}{T^2},$$

appliquée à cet ensemble, supposé formant un amas globulaire sphérique, donne

$$M = 325\,000 \text{ masses solaires.}$$

A première vue, ce chiffre est considérable et bien supérieur à celui qu'indiquerait le nombre des étoiles que nous y pouvons admettre; tout en tenant compte de l'incertitude qui entoure ce résultat, on doit en conclure que, ou bien :

1° *Les masses de ces étoiles sont en moyenne très supérieures à celle de notre Soleil;*

2° *Une grande partie de cette masse appartient à des corps invisibles pour nous.*

Mais tous les résultats obtenus sont contradictoires avec la première hypothèse; la seconde, au contraire, concorde avec les inductions auxquelles nous amène l'observation.

Nous avons ainsi une confirmation éclatante et inattendue de la belle conception de Bessel, dont l'extension a formé l'*Astronomie de l'invisible.*

571. *Distance réciproque des étoiles. Notre Soleil est dans une région pauvre en étoiles.* — Le quotient du volume de cette portion de l'amas par sa masse donne le volume de la sphère qui, dans la région voisine de notre Soleil, renferme une masse stellaire égale à la sienne, c'est-à-dire dans laquelle doit, en moyenne, se trouver toujours une étoile; son diamètre est donc, pour cette région, la distance moyenne réciproque de deux étoiles contiguës : calcul fait, il est de

158302 unités astronomiques,

tandis que, d'après l'ensemble des observations, la distance moyenne probable (n° **184**) des étoiles de première grandeur est de

986000 unités astronomiques.

En réalité, les étoiles les plus voisines de nous sont donc bien plus éloignées que si leur distribution était uniforme; on doit en conclure que *la région qui entoure notre Soleil est relativement pauvre en étoiles,* proposition qui met en évidence, *au sein de notre amas stellaire, la distribution des étoiles en amas partiels,* que W. Herschel avait donnée comme conclusion (n° **118**) de sa longue étude de la Voie lactée.

CHAPITRE XXV.

COUP D'ŒIL SUR LE MONDE CÉLESTE.

572. *Matière nébuleuse; formation de l'Univers.* — Malgré les dimensions absolument extraordinaires de notre amas stellaire, nous ne pouvons le considérer que comme une partie et même une très petite partie de l'Univers. Nous avons vu, en effet, que, parmi les objets célestes que les instruments anciens montraient sous forme de nébuleuses, il en est un grand nombre que les instruments les plus puissants d'aujourd'hui n'ont pu résoudre en étoiles distinctes et dont, par suite, nous n'avons pu déterminer les distances; d'autre part, ces derniers objets suivent une loi de distribution toute différente de celle des amas stellaires que nous avons démontrés faire partie de la Voie lactée. Nous devons donc les considérer comme étant pour la plupart extérieurs à notre groupe stellaire.

Ainsi, dans les profondeurs de l'espace illimité, bien loin au delà des limites de notre amas stellaire, se meuvent en quantité innombrable une série d'objets plus ou moins lumineux : les uns qu'à cause de leur aspect quasi stellaire nous sommes portés à regarder comme des réunions d'étoiles distinctes trop éloignées pour pouvoir être séparées; les autres qui semblent, au contraire, être en tout ou en partie de la matière lumineuse sensiblement uniforme, semée de quelques espaces un peu plus brillants que le reste.

D'après W. Herschel, ces objets proviendraient de la condensation progressive d'une matière qu'il appelle *matière nébuleuse*, remplissant les espaces infinis et que la condensation rendrait d'abord incandescente, puis qui, par une série de contractions et

de segmentations successives, formerait les étoiles et leurs groupements et amas divers [1].

L'Univers infini est donc, à chaque instant et en chaque point, le siège d'un travail de condensation continu de la matière nébuleuse; plus avancé dans certaines parties, ce travail a abouti à la formation d'étoiles ou d'amas d'étoiles à tous les stades de leur évolution; dans d'autres parties, au contraire, il n'a pu encore jusqu'ici que former une masse incandescente dont les segmentations successives donneront lieu bientôt aux formes les plus variées.

Mais quel que soit l'état actuel auquel la condensation ait amené l'un de ces objets célestes, quelque différents que soient les caractères extérieurs des éléments qui le constituent, ceux-ci dérivent toujours de la même substance originelle à laquelle des quantités variables d'énergie venant de l'ensemble ont communiqué des formes et des propriétés différentes.

Tous les corps que renferme l'Univers et toutes leurs parties constituantes sont des modifications d'une seule et même substance; tel est le tableau, grandiose par sa simplicité même, que l'illustre Herschel propose à notre admiration.

---

[1] W. Huggins a récemment apporté une confirmation éclatante à cette magnifique conception d'Herschel en démontrant, par l'analyse spectrale, que les nébuleuses non résolubles présentent, en effet, les caractères des gaz incandescents.

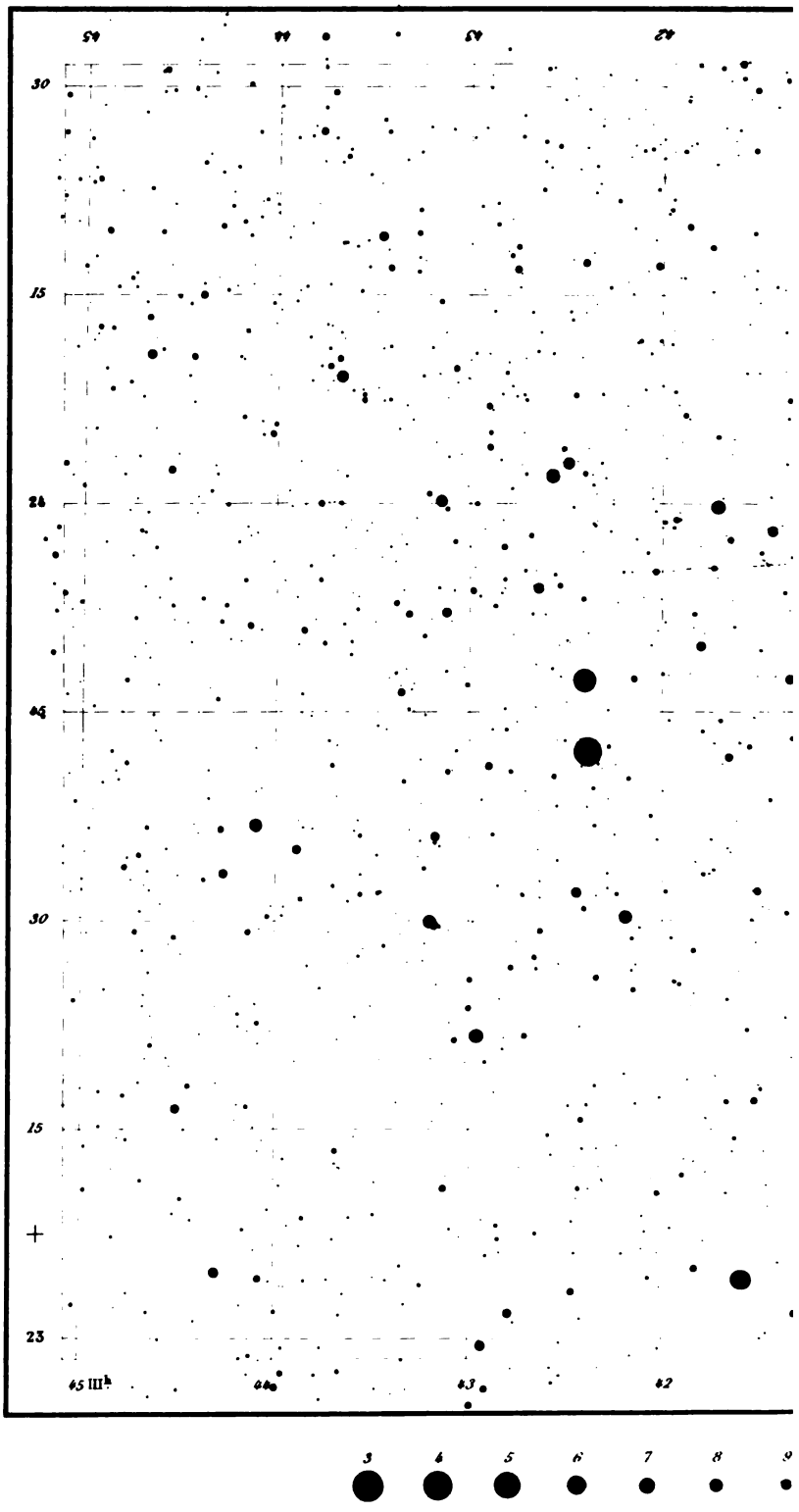
FIN DE LA DEUXIÈME PARTIE.

26207 Paris — Imprimerie Gauthier-Villars, quai des Grands-Augustins, 55.

NEW YORK
PUBLIC LIBRARY.
ASTOR, LENOX AND
TILDEN FOUNDATIONS.

THE NEW YORK
PUBLIC LIBRARY.

ASTOR, LENOX AND
TILDEN FOUNDATIONS.

d'après une photograp.

Ch. ANDRÉ, Traité d'Astronomie stellaire. — II.